Análise da influência de florestas de árvores folhosas em modelos matemáticos de CO_2

FERREIRA, Juliano Zimmermann[1]; SOUSA, Gustavo Alexandre de[2]; PIETRALLA, Gabrielli[2]; BATISTA, Antonio Marcos[3];

Universidade Estadual de Ponta Grossa - Departamento de Física[1]
Universidade Estadual de Ponta Grossa - Programa de Pós-Graduação em Ciências/Física[2]
Universidade Estadual de Ponta Grossa - Departamento de Matemática e Estatística[3]

julianozif@gmail.com[1]

Palavras-Chave: Dióxido de carbono; modelo matemático; atmosfera.

RESUMO

Desequilíbrios ambientais foram ocasionados pelo aumento da concentração de dióxido de carbono atmosférico. Diversos modelos matemáticos surgiram para compreender a dinâmica do CO_2 na atmosfera, devido à gravidade do problema. Neste trabalho, utilizamos dois modelos matemáticos, um contendo 3 e outro 4 equações diferenciais. O primeiro modelo considera a população humana, a biomassa florestal e a concentração de CO_2 atmosférico, já o segundo insere o termo de árvores folhosas. Investigando os modelos, verificamos que a inclusão da quarta EDO mantém uma dinâmica similar, mas reduz o CO_2 do sistema.

I. Introdução

O efeito estufa é extremamente necessário para o bom funcionamento da vida na Terra, permitindo que a temperatura se mantenha adequada para os seres vivos. O dióxido de carbono é um dos principais gases do efeito estufa, muito utilizado em processos biológicos como o da fotossíntese (Climate.gov, 2025). O CO_2 é emitido naturalmente pela respiração humana, atividades vulcânicas e queimadas naturais, mas recentemente atividades antropogênicas agravaram a sua concentração na atmosfera (CASPER, 2009). No período pré-industrial, a concentração de CO_2 atmosférico era de 280 ppm (partes por milhão), atingindo 429 ppm em 2025, com um aumento de mais de 50% em pouco mais de dois séculos (MISRA; JHA, 2023).

Com o aumento na frequência de desastres naturais e os riscos gerados para a

vida humana, muitos modelos matemáticos foram desenvolvidos ao longo dos anos para tentar compreender a dinâmica do CO_2 atmosférico. Dentre os modelos, destacam-se os desenvolvidos por Misra e Verma Misra e Verma (2013) e por Misra e Jha Misra e Jha (2023).

Neste trabalho estudamos os dois modelos, que têm bases similares. O primeiro modelo matemático utiliza apenas 3 equações diferenciais, sendo cada uma para as variáveis: Concentração de dióxido de carbono na atmosfera (X), densidade populacional humana (A), e a última referente a biomassa florestal (N). O segundo modelo contempla uma quarta EDO que apresenta árvores folhosas (P_l). O objetivo neste trabalho foi identificar qual a diferença dinâmica que as árvores folhosas apresentam. Por meio deste estudo, pudemos verificar que elas diminuem consideravelmente a concentração de CO_2 atmosférico.

II. Fundamentação Teórica/Materiais e Métodos

Para este trabalho, utilizamos o integrador Runge-Kutta de quarta ordem em linguagem C. Os resultados gráficos foram gerados utilizando o software xmgrace. Os sistemas de equações obtidos na literatura (MISRA; JHA, 2023; MISRA; VERMA, 2013) são:

Primeiro modelo:

$$\frac{dX}{dt} = Q_0 + \lambda A - \alpha X - \lambda_1 XN, \tag{1}$$

$$\frac{dA}{dt} = sA\left(1 - \frac{A}{L}\right) - \theta XA + \pi\phi AN, \tag{2}$$

$$\frac{dN}{dt} = uN\left(1 - \frac{N}{M}\right) - \phi AN + \gamma\lambda_1 XN \tag{3}$$

Segundo modelo:

$$\frac{dX}{dt} = Q_0 + \lambda A - \alpha X - \lambda_1 XN - \lambda_2 XP_l, \tag{4}$$

$$\frac{dA}{dt} = sA\left(1 - \frac{A}{L}\right) - \theta XA + \pi\phi AN, \tag{5}$$

$$\frac{dN}{dt} = uN\left(1 - \frac{N}{M}\right) - \phi AN - \phi_1 AN^2, \tag{6}$$

$$\frac{dP_l}{dt} = rP_l\left(1 - \frac{P_l}{M_l}\right) + \pi_1\phi_1 ANP_l + \pi_2\lambda_2 XP_l \tag{7}$$

Os parâmetros utilizados no modelo foram:

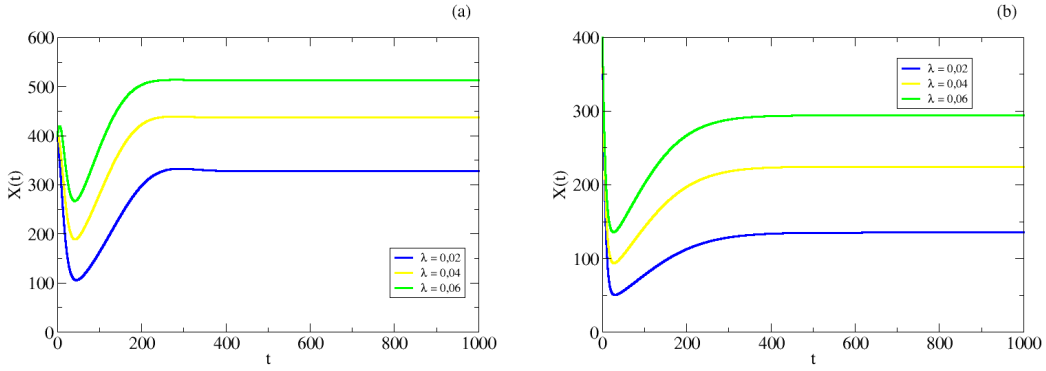
Tabela I. Parâmetros do modelo.

Parâmetros	Descrição
Q_0	Taxa de emissões de CO_2 por fontes naturais
α	Taxa de depleção natural de CO_2 atmosférico
λ	Taxa de emissões de CO_2 devido às atividades humanas
λ_1	Taxa de absorção de CO_2 pela floresta
λ_2	Taxa de absorção de CO_2 pelas árvores folhosas
s	Taxa de crescimento intrínseco da população humana
L	Capacidade de suporte da população humana por unidade de área
θ	Taxa de mortalidade da população humana devido aos impactos adversos do CO_2
ϕ	Taxa de desmatamento da floresta pela população humana
π	Constante de proporcionalidade para o crescimento da população humana devido ao desmatamento
u	Taxa de crescimento intrínseco da floresta
M	Capacidade de suporte das florestas por unidade de área
ϕ_1	Taxa de desmatamento devido à demanda da população por terras florestais
r	Taxa de crescimento intrínseco de árvores folhosas
M_1	Capacidade de suporte de árvores folhosas por unidade de área
π_1	Proporção de terra desmatada usada para plantação de árvores folhosas
π_2	Taxa de crescimento de árvores folhosas devido ao CO_2 atmosférico

III. Resultados

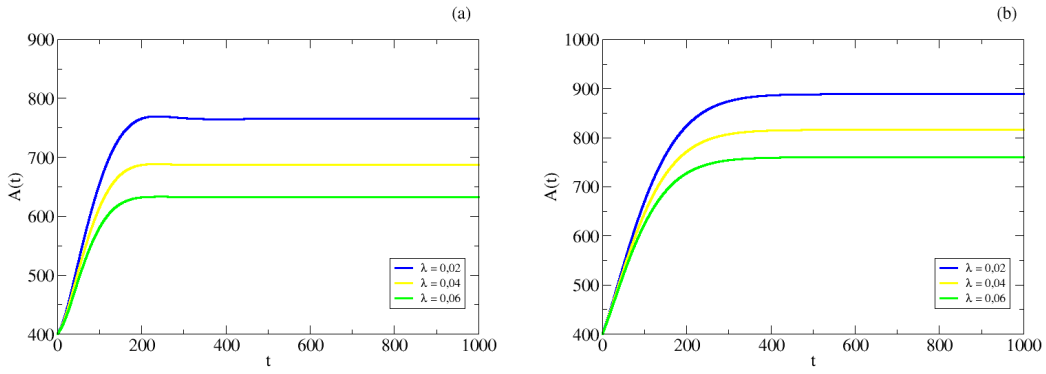
Analisando a dinâmica dos modelos, variamos o valor referente à taxa de emissão de CO_2 devido a atividades humanas (λ). Os valores de λ foram 0,02, 0,04 e 0,06. Geramos, assim, os gráficos com as soluções numéricas dos modelos. Cada um dos gráficos apresenta o comportamento de cada variável para diferentes valores de λ. Desta forma, cada figura apresenta o correspondente da variável para o modelo de 3 EDO's (letra 'a' das figuras) e para o modelo de 4 EDO's (letra 'b' das figuras).

Fig. 1. (a) Dinâmica de X no modelo de 3 EDO's variando λ. (b) Dinâmica de X no modelo de 4 EDO's variando λ. O tempo t é dado em meses em ambas as dinâmicas.



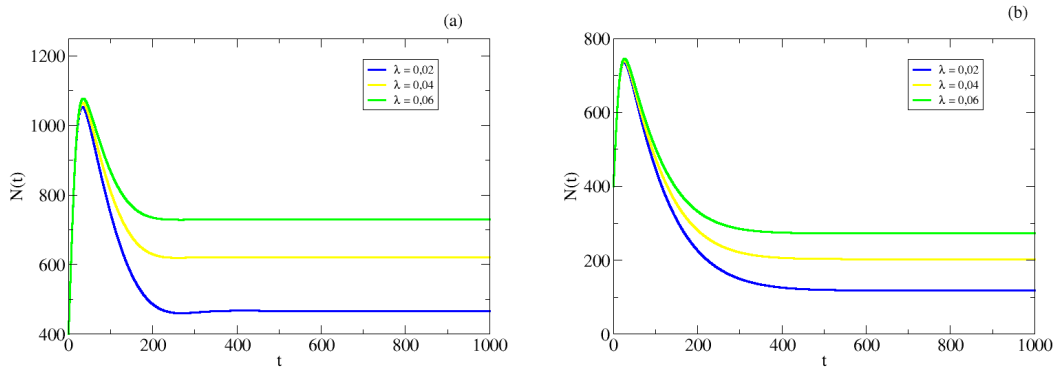
Fonte: O autor.

Fig. 2. (a) Dinâmica de A no modelo de 3 EDO's variando λ. (b) Dinâmica de A no modelo de 4 EDO's variando λ. O tempo t é dado em meses em ambas as dinâmicas.



Fonte: O autor.

Fig. 3. (a) Dinâmica de N no modelo de 3 EDO's variando λ. (b) Dinâmica de N no modelo de 4 EDO's variando λ. O tempo t é dado em meses em ambas as dinâmicas.



Fonte: O autor.

Podemos verificar nas figuras que ambos os modelos têm dinâmicas similares,

nas quais, quando λ aumenta as variáveis X e N aumentam junto, e A diminui. Esse resultado é esperado matemática e fisicamente.

Ao compararmos os modelos, verificamos que X atinge maiores valores para o modelo de 3 EDO's, mostrando que as árvores folhosas têm grande impacto controlando o CO_2 atmosférico. Constatamos uma redução de aproximadamente 44% na concentração de CO_2 para o modelo de 4 equações.

Para os valores de A, o modelo que considera árvores folhosas apresenta um acréscimo na população de aproximadamente 7%. Já N tem uma redução de 33% no modelo de 4 EDO's.

IV. Conclusões

Verificamos neste trabalho que, mesmo com dinâmicas similares, o modelo que contempla as árvores folhosas apresenta menores concentrações de CO_2 atmosférico. A biomassa florestal foi a segunda variável mais afetada devido à inclusão de uma nova equação diferencial. Observamos que a população humana teve uma pequena mudança, aumentando apenas 7% no segundo modelo.

Agradecimentos

O trabalho foi realizado com apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) - Brasil - Processo nº [138402/2025-6]. Agradeço também à Fundação Araucária e à Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG) pelo incentivo. Agradeço também ao grupo 105 Group Science, em especial ao Prof. Dr. Antonio Marcos Batista.

Referências

CASPER, J. K. **Changing Ecossystems: Effects of Global Warming**. Nova Iorque: Facts on File, 2009.

Climate.gov. **Climate change: atmospheric carbon dioxide**. 2025. Acesso em: 21 maio 2026. Disponível em: <https://www.climate.gov/news-features/understanding-climate/climate-change-atmospheric-carbon-dioxide>.

MISRA, A. K.; JHA, A. How to combat atmospheric carbon dioxide along with development activities? a mathematical model. **Physica D: Nonlinear Phenomena**, v. 454, p. 133861, nov. 2023. Acesso em: 21 maio 2026. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167278923002154>.

MISRA, A. K.; VERMA, M. A mathematical model to study the dynamics of carbon dioxide gas in the atmosphere. **Applied Mathematics and Computation**, v. 219, n. 16, p. 8595–8609, abr. 2013. Acesso em: 21 maio 2026. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0096300313001963>.