Medições em termodinâmica quântica: proteção e redistribuição da ergotropia em baterias quânticas

DIEGUEZ, Pedro R.[1]

Universidade Federal do Paraná, Departamento de Física, Curitiba, 81531-980, Paraná, Brasil[1]

pedrodieguez@ufpr.br[1]

Palavras-Chave: Baterias quânticas; Medições fracas; Operações isoergotrópicas.

Resumo

A ergotropia quantifica o máximo trabalho extraível de um estado quântico por operações unitárias cíclicas. Em sistemas abertos, ela decai por dissipação, o que motiva o uso de protocolos de proteção. Apresentamos dois protocolos baseados em medições para proteção da carga em baterias quânticas. O primeiro emprega duas medições fracas seletivas para mitigar o descarregamento sem introduzir recarga líquida adicional. O segundo formaliza operações isoergotrópicas, que preservam a ergotropia total ao redistribuir sua composição interna entre contribuições coerentes, incoerentes, de deslocamento e de *squeezing*, aplicáveis a sistemas de dois níveis e estados Gaussianos.

I. Introdução

A termodinâmica quântica investiga como energia, trabalho, calor e irreversibilidade emergem em sistemas quânticos, onde coerência, emaranhamento e medições passam a ser recursos operacionais genuínos (Campaioli et al. (2024)). A grandeza central desta palestra é a ergotropia, definida como

$$\mathcal{R}(\rho, H) = \mathrm{Tr}(\rho H) - \mathrm{Tr}(\rho_{\mathrm{p}} H), \tag{1}$$

onde ρ_{p} é o estado passivo unitariamente equivalente a ρ, com populações ordenadas de forma oposta à dos níveis de energia (Allahverdyan, Balian e Nieuwenhuizen (2004)). O estado térmico de Gibbs é completamente passivo ($\mathcal{R} = 0$), e em sistemas abertos qualquer estado ativo termaliza inevitavelmente, levando $\mathcal{R}(t) \to 0$.

Nesse cenário, as medições surgem como ferramenta ativa de controle termodinâmico. Dependendo da variação de entropia do canal de medição, a energia trocada com o aparato tem natureza de calor ou de trabalho (Yi, Talkner e Kim (2017), Lisboa

et al. (2022)), o que permite construir motores e protocolos de extração inteiramente alimentados por medições. Além disso, medições fracas seletivas — cuja intensidade pode ser ajustada continuamente entre os regimes fraco e projetivo — têm sido usadas para proteger estados quânticos contra decoerência por meio de sequências de medição e reversão (Kim et al. (2012)). Nesta palestra, exploramos esse conjunto de ferramentas em dois cenários complementares: (i) um protocolo de *duas medições fracas* (TWM) para mitigar o descarregamento dissipativo de baterias quânticas (Malavazi et al. (2025)), e (ii) operações *isoergotrópicas*, que preservam $\mathcal{R}$ enquanto redistribuem sua estrutura interna entre diferentes graus de liberdade (Malavazi et al. (2026)).

II. Protocolo de Duas Medições Fracas (TWM)

Consideremos uma bateria de qubit com estado inicial ativo

$$\rho_0 = (1-P_0)\,|g\rangle\langle g| + P_0\,|e\rangle\langle e| + Q_0\,|g\rangle\langle e| + Q_0^*\,|e\rangle\langle g|\,, \tag{2}$$

com $P_0 > 1/2$ e $|Q_0|^2 \le P_0(1-P_0)$. A ergotropia desse estado admite a decomposição $\mathcal{R} = \mathcal{R}_{\rm inc} + \mathcal{R}_{\rm coh}$, onde $\mathcal{R}_{\rm inc} = \mathcal{R}(\rho_{\rm diag}, H)$ é a contribuição das populações e

$$\mathcal{R}_{\rm coh} = \sqrt{(1-2P)^2 + 4|Q|^2} - |1-2P| \tag{3}$$

é a contribuição genuinamente quântica das coerências (Streltsov, Adesso e Plenio (2017)).

O protocolo consiste em três etapas. Primeiro, aplica-se a medição fraca

$$M_m = |g\rangle\langle g| + \sqrt{1-m}\;|e\rangle\langle e|\,, \tag{4}$$

com intensidade $m \in [0,1]$, produzindo o estado pós-medição

$$\rho_m = \frac{M_m\,\rho_0\,M_m^\dagger}{N_m}, \qquad N_m = 1 - mP_0, \tag{5}$$

com probabilidade N_m. Esse passo reduz a população excitada de P_0 para $P_m = (1-m)P_0/N_m < P_0$, diminuindo a ergotropia. A intuição central é que estados menos carregados se descarregam mais lentamente: a taxa de variação da ergotropia incoerente durante a termalização é menor para P_m mais próximo de $1/2$ do que para P_0 próximo de 1.

A dinâmica dissipativa é descrita pela equação mestra GKLS (Breuer e Petruccione (2007)),

$$\frac{d\rho}{dt} = -i[H,\rho] + \gamma(1-f)\mathcal{D}[\sigma_-]\rho + \gamma f\,\mathcal{D}[\sigma_+]\rho, \tag{6}$$

com $\mathcal{D}[L]\rho = L\rho L^\dagger - \frac{1}{2}\{L^\dagger L, \rho\}$, $f = (e^{\beta\omega}+1)^{-1}$ e ponto fixo $\rho_{\rm th}$. Após um tempo de

dissipação τ sob a Eq. (6), aplica-se a medição de reversão

$$W_w = \sqrt{1-w}\;|g\rangle\langle g| + |e\rangle\langle e|\,, \tag{7}$$

produzindo

$$\rho_{mw} = \frac{W_w\,\rho_m(\tau)\,W_w^\dagger}{N_{mw}}, \tag{8}$$

com probabilidade de sucesso global $\mathcal{P}_{\rm succ} = N_m N_{mw}$.

O ganho de ergotropia, figura de mérito do protocolo, é

$$\Delta\mathcal{R}_{mw} = \mathcal{R}(\rho_{mw}) - \mathcal{R}(\rho_\tau), \tag{9}$$

onde ρ_τ é o estado resultante da dissipação livre sem nenhuma intervenção. Para que o ganho não provenha de recarga externa via medições, impõem-se simultaneamente as condições de nulo deslocamento energético e nulo deslocamento ergotrópico (Malavazi et al. (2025)):

$$\Delta E_{mw} = 0 \qquad \text{e} \qquad \Delta\mathcal{R}_{mw}^{(\rm meas)} = 0. \tag{10}$$

Essas condições determinam, para dados m, τ, P_0 e f, a intensidade de reversão w necessária. Dentro dessas regiões operacionais, $\Delta\mathcal{R}_{mw} > 0$ é possível: a bateria termina com mais ergotropia do que teria sem intervenção, sem que as medições tenham atuado como fonte de energia. A coerência inicial Q_0 contribui via $\mathcal{R}_{\rm coh}$ (Eq. 3), podendo amplificar o ganho total dependendo dos parâmetros. O protocolo é generalizado para baterias de N qubits por meio de medições fracas locais simultâneas em cada célula (Malavazi et al. (2025)).

III. Operações Isoergotrópicas

A ergotropia total não precisa ser tratada como um escalar único: diferentes estados podem armazenar a mesma carga útil $\mathcal{R}$ com composições internas distintas. Formalmente, define-se o conjunto de estados isoergotrópicos relativo a ρ como $\mathcal{L} \equiv \{\rho' : \mathcal{R}(\rho') = \mathcal{R}(\rho)\}$, e as *operações isoergotrópicas* são os canais CPTP e instrumentos de medição que mapeiam $\mathcal{L} \to \mathcal{L}$ (Malavazi et al. (2026)).

Sistema de dois níveis. A decomposição $\mathcal{R}(p,Q) = \mathcal{R}_{\rm inc}(p) + \mathcal{R}_{\rm coh}(p,Q)$ introduzida anteriormente [cf. Eqs. (1) e (3)] revela uma estrutura rica no conjunto $\mathcal{L}_p$. Dado um estado incoerente ativo com população excitada $p > 1/2$, os estados

isoergotrópicos são parametrizados por

$$\rho_{p,\phi} = (1 - p_\phi)\,|g\rangle\langle g| + p_\phi\,|e\rangle\langle e| + \frac{C_p}{2}\,e^{i\phi}\,|g\rangle\langle e| + \text{h.c.}, \tag{11}$$

com $C_p^2 = 8p_\phi P_p$ e $P_p = (2p-1)/2 \geq 0$. Isso implica um trade-off direto: ao mover-se dentro de $\mathcal{L}_p$, aumentar $\mathcal{R}_{\text{coh}}$ exige diminuir $\mathcal{R}_{\text{inc}}$ e vice-versa, mantendo a soma constante. Em um extremo está o estado incoerente ρ_p (máxima $\mathcal{R}_{\text{inc}}$, $\mathcal{R}_{\text{coh}} = 0$); no outro, o estado puro isoergotrópico ρ_{P_p} (toda a carga em $\mathcal{R}_{\text{coh}}$). Qualquer caminho entre eles requer troca de calor com o ambiente — operações isoergotrópicas não triviais não são unitárias locais.

Estados Gaussianos. Para um modo bosônico de frequência ω, qualquer estado Gaussiano admite a decomposição

$$\varrho = D(\alpha)\,S(\xi)\,\nu_N\,S^\dagger(\xi)\,D^\dagger(\alpha), \tag{12}$$

onde ν_N é o estado térmico com ocupação N, $D(\alpha)$ é o operador de deslocamento e $S(\xi)$ é o operador de *squeezing* (Malavazi et al. (2026)). A ergotropia se decompõe em duas contribuições independentes,

$$\mathcal{R} = \mathcal{R}_d + \mathcal{R}_s, \quad \text{com} \quad \mathcal{R}_d = \omega|\alpha|^2, \quad \mathcal{R}_s = \omega\left[\left(N + \tfrac{1}{2}\right)\cosh 2|\xi| - \tfrac{1}{2}\right]\Theta\left[\left(N + \tfrac{1}{2}\right)\cosh 2|\xi| - \tfrac{1}{2}\right], \tag{13}$$

correspondentes ao deslocamento e ao *squeezing*, respectivamente. Ao mover-se dentro de $\mathcal{L}$, aumentar $\mathcal{R}_s$ implica diminuir $\mathcal{R}_d$ mantendo $\mathcal{R}$ fixo, com N invariante ao longo de trajetos isotérmicos. Diferentemente do caso de dois níveis, trajetórias em $\mathcal{L}$ com N fixo são termodinamicamente isoentrópicas, enquanto mudanças em N carregam calor.

Realização por medição. Uma maneira natural de implementar operações isoergotrópicas é via medições seletivas. Dado o estado incoerente ativo ρ_p e um alvo puro ρ_{P_p} na mesma família $\mathcal{L}_p$, basta aplicar o operador de Kraus de posto um

$$M_{\text{opt}} = |\psi_{\text{out}}\rangle\langle e|\,, \tag{14}$$

onde $|e\rangle$ é o autoestado dominante de ρ_p e $|\psi_{\text{out}}\rangle$ é o autoestado do estado alvo em $\mathcal{L}_p$. A probabilidade máxima de sucesso é $\mathcal{P}_{\text{succ}}^{\max} = p$. Para alvos mistos em $\mathcal{L}_p$, um operador de Kraus de posto superior é suficiente em uma única medição seletiva. No regime de múltiplas tentativas com reinicialização, a probabilidade cumulativa de sucesso após n tentativas é $\mathcal{P}_n = 1 - (1-p)^n \to 1$, garantindo que qualquer estado dentro de $\mathcal{L}_p$ é alcançável.

Relevância para baterias quânticas. Estados com mesma $\mathcal{R}$ mas diferentes composições internas respondem de forma distinta a protocolos de extração, proteção e ruído. Por exemplo, dois estados isoergotrópicos de uma bateria de dois qubits na família dos estados-X podem diferir radicalmente em emaranhamento e ainda assim ter a mesma carga útil total (Malavazi et al. (2026)). Operações isoergotrópicas permitem assim *preparar* o perfil interno da bateria para o protocolo de extração ou proteção mais adequado ao tipo de ruído disponível.

IV. Conclusão

Apresentamos dois protocolos que exploram medições como recursos em baterias quânticas. O protocolo TWM usa medições fracas seletivas e reversão para desacelerar o descarregamento dissipativo, produzindo ganho de ergotropia sem recarga líquida (Malavazi et al. (2025)). As operações isoergotrópicas mostram que a carga útil de uma bateria tem estrutura interna ajustável: para qubits, isso corresponde a um trade-off entre $\mathcal{R}_{\text{inc}}$ e $\mathcal{R}_{\text{coh}}$; para estados Gaussianos, entre $\mathcal{R}_d$ e $\mathcal{R}_s$. Em ambos os casos, medições seletivas são suficientes para navegar nessas superfícies sem alterar a ergotropia total (Malavazi et al. (2026)).

Agradecimentos

P.R.D. agradece o apoio do CNPq/MCTI/FNDTC 22/2024 (nº 446775/2024-0).

Referências

ALLAHVERDYAN, A. E.; BALIAN, R.; NIEUWENHUIZEN, T. M. Maximal work extraction from finite quantum systems. **Europhys. Lett.**, v. 67, p. 565–571, 2004.

BREUER, H.-P.; PETRUCCIONE, F. **The Theory of Open Quantum Systems**. Oxford: Oxford University Press, 2007.

CAMPAIOLI, F. et al. Colloquium: Quantum batteries. **Rev. Mod. Phys.**, v. 96, p. 031001, 2024.

KIM, Y.-S. et al. Protecting entanglement from decoherence using weak measurement and quantum measurement reversal. **Nat. Phys.**, v. 8, p. 117–120, 2012.

LISBOA, V. F. et al. Experimental investigation of a quantum heat engine powered by generalized measurements. **Phys. Rev. A**, v. 106, p. 022436, 2022.

MALAVAZI, A. H. A. et al. Charge-preserving operations in quantum batteries. **PRX Energy**, v. 5, p. 023004, 2026.

MALAVAZI, A. H. A. et al. Two-time weak-measurement protocol for ergotropy-loss mitigation in open quantum batteries. **PRX Energy**, v. 4, p. 023011, 2025.

STRELTSOV, A.; ADESSO, G.; PLENIO, M. B. Colloquium: Quantum coherence as a resource. **Rev. Mod. Phys.**, v. 89, p. 041003, 2017.

YI, J.; TALKNER, P.; KIM, Y. W. Single-temperature quantum engine without feedback control. **Phys. Rev. E**, v. 96, p. 022108, 2017.