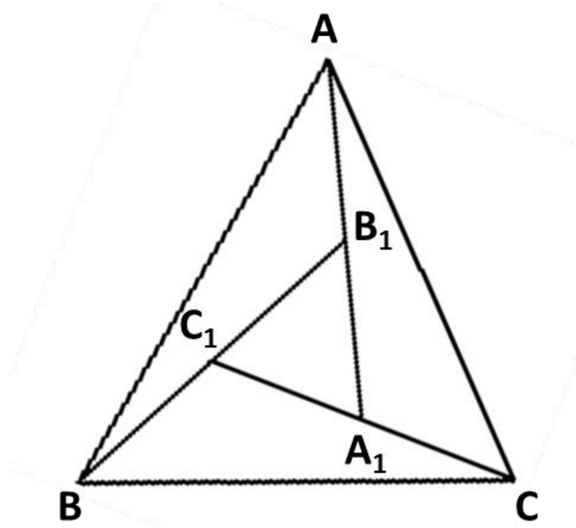
1) Quantas soluções inteiras; isto é, quantos pares ordenados (x, y) de números inteiros, satisfazem a equação $5x^2 + 5y^2 + 6x + 2y = 98$?

a. 0
b. 1
c. 2
d. 3
e. 5

2) Brincando com uma calculadora, um aluno, ao dividir um número natural n por 3, obteve quociente x e resto 1. Continuando a brincadeira, o aluno dividiu x por 3 e obteve quociente y e resto 2. E repetindo o processo mais uma vez, o aluno dividiu y por 3 e obteve quociente z e resto 0. Pode-se então afirmar que se o aluno dividir n por 27, o quociente e o resto serão respectivamente:

a. x + y + z e 0
b. z e 7
c. x + y e 3
d. z e 0
e. x + y + z e 3

3) Na figura abaixo, a área do triângulo ABC é 14m²; os vértices A, B e C estão nos prolongamentos dos segmentos A_1B_1, B_1C_1 e C_1A_1, respectivamente, $AB_1=B_1A_1$, $BC_1=C_1B_1$ e $CA_1=A_1C_1$. Pode-se então afirmar que a área do triângulo $A_1B_1C_1$ é:



a. 2 m²
b. 2,5 m²
c. 3 m²
d. 3,25 m²
e. 3,75 m²

4) Observando o movimento dos ponteiros de um relógio, Joãozinho percebeu que em alguns momentos os ponteiros das horas e dos minutos ficavam sobrepostos. Se Joãozinho anotou a posição em que ocorreu a primeira sobreposição depois das 14h00, a posição do ponteiro das horas às 14h20min, e calculou corretamente o menor ângulo central compreendido entre essas duas posições, ele obteve aproximadamente:

a. 10^0 30´ 20´´
b. 8^0 20´ 36´´
c. 5^0 22´ 36´´
d. 4^0 32´ 44´´
e. 3^0 28´ 36´´

5) Dados três números inteiros positivos a, b e c, distintos, e menores ou iguais a 9, e se N é a soma de todos os números inteiros de três algarismos distintos que podem ser construídos com os números a,b e c, pode-se afirmar que:

a. N pode ser um quadrado perfeito
b. N é múltiplo de 9
c. N pode ser 444
d. O maior valor possível para N é 5994
e. O quociente da divisão de N por 36 pode ser 37

6) Um corpo em queda livre, a partir do repouso (velocidade zero), percorre em cada segundo da queda, distâncias proporcionais aos números ímpares consecutivos; isto é, se no primeiro segundo ele percorreu x metros, no segundo ele percorreu 3x metros, no terceiro, 5x metros, e assim sucessivamente. Se a partir de uma altura h do solo, um corpo, inicialmente em repouso, cai em queda livre, percorrendo 5m no primeiro segundo e gastando $5-2\sqrt{5}$ s para percorrer o último quinto da altura inicial h, qual o valor de h?

a. 45 m
b. 60 m
c. 80 m
d. 100 m
e. 125 m

7) Seja $N_1 = abc$, um número natural de três algarismos distintos (a, b e c) não nulos, $N_2 = bac$, $N_3 = cba$ e $N_4 = acb$. Pode-se afirmar que se $N_1 + N_2 + N_3 + N_4$ for divisível por 37, então:

a. N_1 é divisível por 3
b. $26a + 10b + c$ é divisível por 37
c. $a + b + c$ pode ser igual a 15
d. $a + b + c$ não pode ser múltiplo de 7
e. $10a + 26b + c$ é divisível por 37

8) Seja S = 1+11+111+1111+......+1111...111, onde a última parcela contém 99 algarismos, todos iguais a 1. Logo, se T = 81S + 901, então:

a. $T = 10^{100}$

b. $T = \dfrac{10^{100} - 1}{9}$

c. $T = 10^{100} - 1$

d. $T = \dfrac{10^{99} - 1}{9}$

e. $T = 10^{99} - 1$

9) Sabendo que $\log_3 2 = a$ e $\log_7 6 = b$, então $\log_{21} \dfrac{81}{343}$ é igual a:

a. $\dfrac{a}{b}$

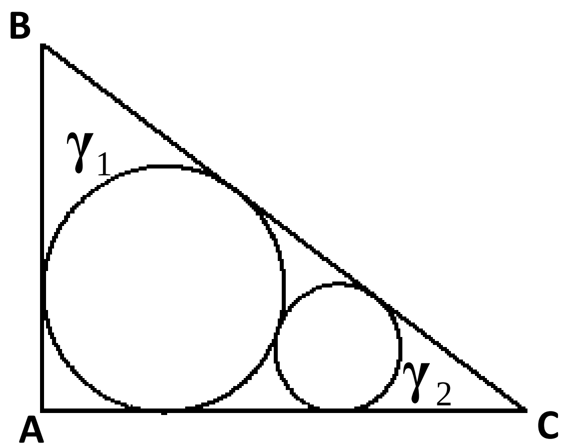
b. $\dfrac{a+1}{b}$

c. $\dfrac{4b - 3a - 3}{a + b + 1}$

d. $\dfrac{2b - 3a + 1}{a + b - 1}$

e. $\dfrac{b}{a+1}$

10) Na figura abaixo, temos um triângulo retângulo ABC, retângulo em A, e duas circunferências: γ_1 e γ_2. A circunferência γ_1 é tangente aos três lados do triângulo, e a circunferência γ_2 é tangente aos lados AC e BC e à circunferência γ_1.



Se $AB = 3\text{m}$ e $AC = 4\text{m}$, qual a medida do raio da circunferência γ_2?

a. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ m

b. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ m

c. $\frac{2\sqrt{7}-5}{2}$ m

d. $\frac{11-2\sqrt{10}}{9}$ m

e. $\frac{1}{2}$ m

11) Um leitor estabelece como rotina para ler seus livros, as seguintes regras: toda vez que começa a ler um livro, lê todo dia algumas páginas, até terminar a leitura; no primeiro dia lê as 10 primeiras páginas e, a partir do segundo, relê as duas últimas páginas do dia anterior e mais 8 páginas. Mantendo essa rotina, se o leitor começar a ler um livro, com páginas numeradas de 1 a 230, no dia 01/07/2013, em que dia lerá a página 98 pela segunda vez?

a. 10/07/2013
b. 11/07/2013
c. 12/07/2013
d.13/07/2013
e. 02/08/2013

12) Sabendo $x = 2$ é uma raiz de multiplicidade 2 da equação $x^4 + ax^3 + bx^2 - 12x + 36 = 0$, qual é o valor da soma $a + b$?

a. -7
b. 8
c. 9
d. - 9
e. 10

13) Num corredor existem 100 portas enfileiradas e numeradas, em sequencia, de 1 a 100. Num certo momento as 50 primeiras portas estão abertas e as 50 últimas estão fechadas. João deve alterar os estados das portas cujo número é par, fechando as que estão abertas e abrindo as que estão fechadas. Em seguida, Maria deve alterar os estados das portas cujo número é múltiplo de 3. E por último, Fernando deve alterar os estados das portas cujo número é múltiplo de 5. Terminadas todas as alterações, quantas portas estarão fechadas?

a. 28
b. 36
c. 40
d. 45
e. 56

14) No lançamento simultâneo de três dados honestos, um verde, um vermelho e um azul, quais resultados (número total de pontos) possuem a maior probabilidade de ocorrer ?

a. 7 e 8
b. 9 e 10
c. 10 e 11
d. 12 e 13
e. 14 e 15

15) Uma caixa contém 5 cartões numerados com números naturais distintos e não nulos. Ordenando esses números em ordem crescente, verifica-se que os três números centrais são consecutivos e o número central é a média aritmética entre o primeiro e o último número. Se a soma dos 5 números é 25 e apenas um dos 5 números é múltiplo de 3, então:

a. a soma dos três últimos números é 15
b. a soma dos três primeiros números é 11
c. um dos cinco números é múltiplo de 9
d. apenas um dos cinco números é primo
e. nenhum dos números é múltiplo de 8

16) Considere as funções $f: R \to R$ e $g: R \to R$ definidas por:

$$f(x) = \begin{cases} x-1, \text{ se } x \le 2 \\ 3-x, \text{ se } x > 2 \end{cases}$$ e

$$g(x) = \begin{cases} 3-x, \text{ se } x \le 2 \\ x-1, \text{ se } x > 2 \end{cases}$$

Assinale a alternativa que contém a função $h: R \to R$ definida por: $h(x) = f(g(x-1))$.

a. $h(x) = \begin{cases} 3-x, \text{ se } x \le 3 \\ 6-2x, \text{ se } x > 3 \end{cases}$

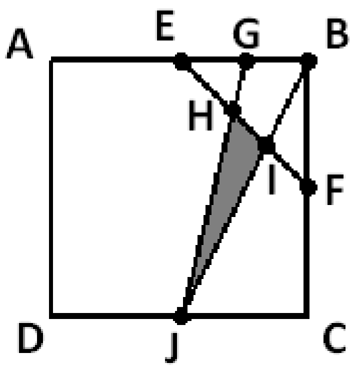
b. $h(x) = \begin{cases} 3-x, \text{ se } x \le 2 \\ 2x-3, \text{ se } x > 2 \end{cases}$

c. $h(x) = \begin{cases} x-1, \text{ se } x < 2 \\ 3-x, \text{ se } 2 \le x \le 3 \\ x-3, \text{ se } 3 < x \le 4 \\ 5-x, \text{ se } x > 4 \end{cases}$

d. $h(x) = \begin{cases} 3-x, \text{ se } x < 2 \\ x-1, \text{ se } 2 \le x \le 3 \\ 5-x, \text{ se } 3 < x \le 4 \\ 2x-1, \text{ se } x > 4 \end{cases}$

e. $h(x) = \begin{cases} x-1, \text{ se } x < 2 \\ 3-x, \text{ se } 2 \le x \le 3 \\ 2x-6, \text{ se } 3 < x \le 4 \\ 6-x, \text{ se } x > 4 \end{cases}$

17) Na figura abaixo, ABCD é um quadrado de lado 2m, E, F e G são os pontos médios dos segmentos AB, BC e EB, respectivamente, e os pontos H e I são as intersecções do segmento EF com os segmentos GJ e BJ, respectivamente:



Qual a área do triângulo HIJ?

a. $\frac{1}{3}$

b. $\frac{2}{3}$

c. $\frac{4}{5}$

d. $\frac{5}{12}$

e. $\frac{4}{15}$

18) O produto dos divisores positivos de 2013^{2012} é:

a. 2013^{2012}

b. 2012^{2013}

c. $2013^{(1006\,.\,2013^{3})}$

d. $2013^{(503\,.\,2012^{3})}$

a. $2013^{2012}\,.\,2012^{2013}$

19) Uma matriz quadrada é ortogonal, se ela for invertível e sua inversa for igual à sua transposta. Se A é uma matriz ortogonal de ordem n, A_i é a matriz 1xn correspondente à i-ésima linha de A e $A_i\ .\ A_j = a_{i1}\,a_{j1} + a_{i2}\,a_{j2} + ... + a_{in}a_{jn}$ é a soma dos produtos ordenados dos elementos da i-ésima linha pelos elementos da j-ésima linha de A, pode-se afirmar que:

a. $A_i\ .\ A_j = 1 \quad , \quad i \neq j$

b. $A_i\ .\ A_j = 1 \quad , \quad i = j$

c. $A_i\ .\ A_j = 0 \quad , \quad i = j$

d. $A_i\ .\ A_j = -1 \quad , \quad i \neq j$

e. $A_i\ .\ A_j = -1 \quad , \quad i = j$

20) Dizemos que uma sequencia $a_1, a_2, ..., a_n, ...$ é uma progressão aritmética de segunda ordem, se a sequencia $b_1, b_2, ..., b_n, ...,$ definida por: $b_k = a_{k+1} - a_k$, $k \geq 1$, for uma progressão aritmética. Portanto, sabendo que a sequência: $2, 5, 11, 20, 32....$ é uma progressão aritmética de segunda ordem, qual o centésimo termo desta sequencia?

a. 50000
b. 42800
c. 29900
d. 15050
e. 14852