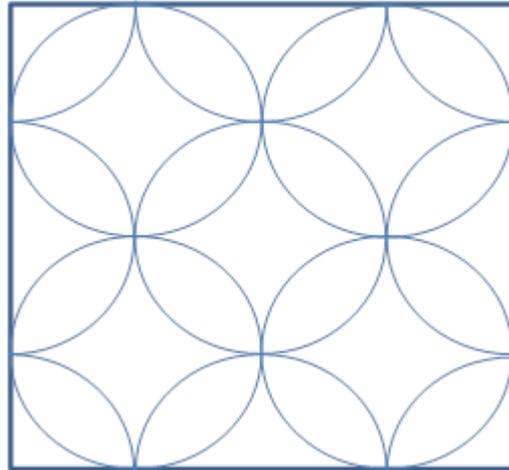
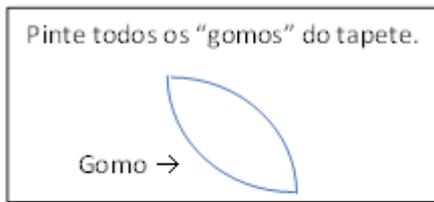


- 1) Sejam p e q dois números naturais tais que $p > q > 1$. Mostre que se q é um divisor de p , então $q \leq \frac{p}{2}$.

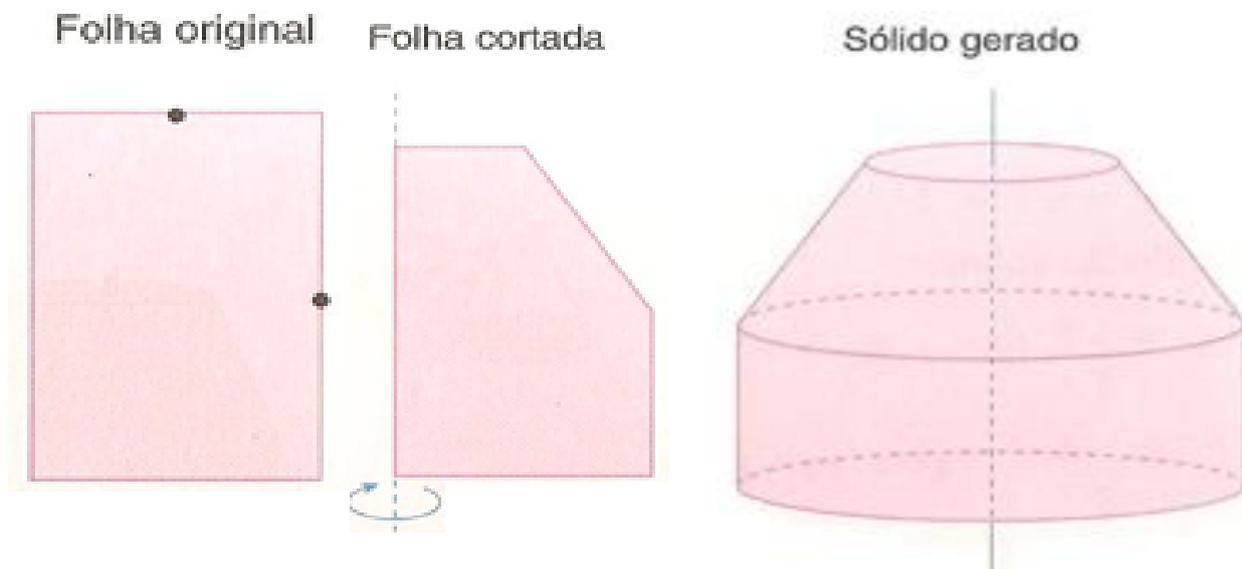
2) O tapete quadrado abaixo tem 8 metros de lado. Calcule a área da região pintada.



3) Prove que 5 divide $2^n + 3^n$ sempre que n é um número ímpar positivo.

- 4) Duas linhas férreas se cruzam, formando um ângulo reto. Dois trens se aproximam a grande velocidade do cruzamento, tendo um deles partido de uma estação situada a 40km do cruzamento e o outro de uma estação que dista do mesmo local 50km. O primeiro tem uma velocidade de 800m por minuto e o segundo, 600m por minuto. Quantos minutos decorrem desde o momento da partida até que as locomotivas se encontrem à menor distância entre si e qual será essa distância?

- 5) Uma folha de papel retangular mede 20 cm por 30 cm. Ligam-se os pontos médios de dois lados consecutivos e corta-se a folha no segmento que liga esses pontos. Em seguida gira-se a parte restante em torno do lado maior. Determine a área total e o volume do sólido.



- 6) A sequência (a_1, a_2, a_3) é uma progressão aritmética, e a soma de seus termos vale 96. A sequência (b_1, b_2, b_3) é uma progressão geométrica decrescente. Somando-se os termos correspondentes das duas progressões obtém-se 66, 56 e 58, respectivamente. Encontre os termos dessas progressões.

- 7) Um professor de matemática propõe o seguinte: um dos alunos deve pensar um número inteiro entre 9 e 60 e subtrair desse número a soma de seus dois algarismos. Qual a probabilidade do professor acertar, na primeira tentativa, o número obtido pelo aluno após a operação solicitada?

- 8) Mostre que existem apenas seis números naturais de três algarismos: 123, 132, 213, 231, 312 e 321, com a propriedade de que a soma de seus algarismos é igual ao produto de seus algarismos.