1. O lugar geométrico dos pontos $P=(x,y)$ cuja distância ao ponto $Q=(1,2)$ é igual a y é uma:

   a. parábola com foco no ponto Q.
   b. circunferência de raio igual a $\sqrt{5}$.
   c. hipérbole com eixo real igual a $\sqrt{5}$.
   d. parábola com vértice no ponto Q.
   e. Um par de retas paralelas.

2. Seja P produto de todos os números naturais positivos pares menores ou iguais a 2014. Qual a maior potência de 5 que divide P?

   a. 5^{201}
   b. 5^{101}
   c. 5^{21}
   d. 5^{10}
   e. 5^{4}

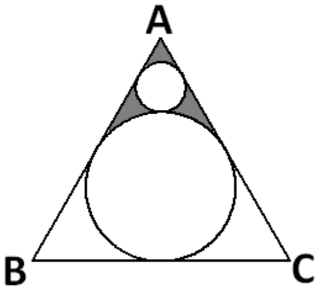
3. Escrevendo todos os inteiros positivos múltiplos de 2 ou 3 em sequência e sem espaços entre eles: 234689101214151618...., qual o 100º algarismo da sequência?

   a. 0
   b. 1
   c. 4
   d. 5
   e. 8

4. Uma sequência de 2014 números naturais: $a_1, a_2, a_3, \ldots\ldots, a_{2014}$, é construída da seguinte forma: $a_1 = 1$, e para $n > 1$, $a_n = 2a_{n-1} + 3$. Qual é o último termo desta sequência?

   a. $2^{2014}+3$
   b. $2^{2014}-3$
   c. 2^{2014}
   d. $2^{2015}+3$
   e. $2^{2015}-3$

5. Na figura a seguir, o triângulo ABC é equilátero de lado 10 cm, a circunferência maior é tangente aos três lados do triângulo e a circunferência menor é tangente a dois lados e à circunferência maior:



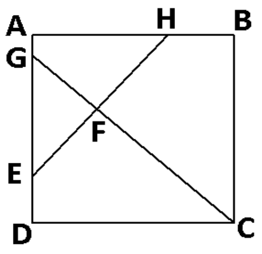
Qual a área da parte pintada?

   a. $\dfrac{200\sqrt{3}-125\pi}{9}\,cm^2$
   b. $\dfrac{225\sqrt{3}-125\pi}{81}\,cm^2$
   c. $\dfrac{225\sqrt{3}-100\pi}{27}\,cm^2$
   d. $\dfrac{250\sqrt{3}-120\pi}{81}\,cm^2$
   e. $\dfrac{75\sqrt{3}-25\pi}{9}\,cm^2$

6. Sabendo que 997 é um número primo, quantos números maiores que 997 e menores que 997^2 são relativamente primos com 997? Isto é, quantos números naturais n existem, tais que $997 < n < 997^2$ e $\text{mdc}(n, 997) = 1$?

   a. 498.000
   b. 498²
   c. 499.000
   d. 996.000
   e. 996²

7. Na figura abaixo, ABCD é um quadrado, o segmento CG é perpendicular ao segmento EH, $AH = \frac{2}{3}AB$, $DE = \frac{1}{4}AD$ e F é o ponto de intersecção dos dois segmentos. Se a área do triângulo EFG é $\frac{529}{145}$cm², qual é a medida do lado do quadrado?



   a. 5 cm
   b. 6 cm
   c. 7 cm
   d. 8 cm
   e. 9 cm

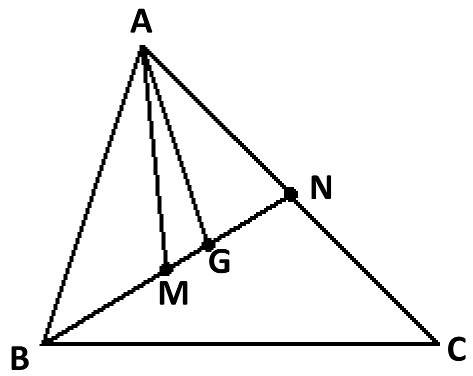
8. Num triângulo ABC de área $12\,cm^2$, seja N um ponto do lado AC, tal que o segmento BN é a bissetriz do ângulo $A\hat{B}C$, e M o ponto médio do lado BC. Se P é a intersecção dos segmentos BN e AM e AC = 3AN, qual é a área do triângulo ANP?

   a. 0,75cm²
   b. 1cm²
   c. 1,25cm²
   d. 1,5cm²
   e. 1,75cm²

9. No dia das mães, uma comunidade fez uma festinha reunindo apenas as mães e seus filhos. Estiveram presentes todas as mães e seus respectivos filhos. Ao todo, entre mães e filhos, havia 28 pessoas na festa. Sabe-se que havia 9 mães na festa, nenhuma mãe tinha mais do que 3 filhos e 2 mães tinham exatamente 2 filhos cada uma. Quantas mães tinham apenas 1 filho?

   a. 0
   b. 1
   c. 2
   d. 3
   e. 4

10. No triângulo ABC da figura abaixo, o segmento BN é uma mediana, M é o ponto médio do segmento BN e G é o baricentro.



Se a área do triângulo ABC é 12 cm², então a área do triângulo AGM é:

a. $0{,}75\,cm^2$

b. $0{,}8\,cm^2$

c. $1\,cm^2$

d. $1{,}2\,cm^2$

e. $1{,}5\,cm^2$

11. Simplificando a expressão $\dfrac{\operatorname{sen}(3x)+\cos(3x)}{\cos x-\operatorname{sen} x}$, válida para os valores de x que não anulam o denominador, obtemos:

a. $1+\frac{1}{2}\operatorname{sen} x$

b. $\operatorname{sen}(2x)+\cos(2x)$

c. $\operatorname{sen}(2x)-\cos(2x)$

d. $1+2\operatorname{sen}(2x)$

e. $\operatorname{sen}(2x)$

12. A função ϕ de Euler é uma função $\phi: N^* \to N$ que associa a cada número natural n positivo a quantidade de números naturais menores que n e que são primos com n. Por exemplo, para n=12, os números menores que 12 que são primos com 12 são 1, 5, 7 e 11, logo $\phi(12)=4$. Com base nesta definição $\phi\left(2^{2014}\right)$ é:

a. $2^{2014}-1$

b. 2014

c. 2^{2013}

d. $2^{2013}+1$

e. 2013

13. Um polinômio $P(x)$ de grau 3 deixa resto 12 quando dividido por $x-4$, resto 48 quando dividido por $x-5$ e resto 120 quando dividido por $x-6$. Se $P(0)=-12$, qual o resto da divisão de $P(x)$ por $x-7$?

a. 150

b. 180

c. 200

d. 240

e. 300

14. Efetuando a soma:

$$\sum_{n=1}^{2014}\left[(-1)^n n^2\right] = -1^2 + 2^2 - 3^2 + \ldots + 2014^2,$$

obtemos:

a. 1007 x 2015
b. 2015
c. 2015²
d. 1007 x 2014
e. 1007² - 1

15. Ao multiplicar 28 por certo número natural, usando uma calculadora, um aluno digitou errado o algarismo das dezenas do multiplicador, digitando 5 no lugar do algarismo correto, que era 4, e digitando 2 no lugar do algarismo correto das centenas, que era 3 . Com isso o resultado obtido foi 7028. Se tivesse digitado corretamente o multiplicador, o resultado seria um número:

a. primo
b. múltiplo de 7
c. múltiplo de 5
d. quadrado perfeito
e. cubo perfeito

16. Dada uma matriz A quadrada de ordem n, podemos representar a linha-i pela n-upla ordenada $L_i(A) = (a_{i1}, a_{i2}, \ldots, a_{in})$ e a coluna-j pela n-upla ordenada $C_j(A) = (a_{1j}, a_{2j}, \ldots, a_{nj})$. Definindo o produto de duas n-uplas ordenadas por:
$(a_1, a_2, .., a_n).(b_1, b_2, .., b_n) = a_1b_1 + a_2b_2 + .. + a_nb_n$
e se A e B são duas matrizes quadradas de ordem n e B^T é a matriz transposta de B, o elemento d_{ij} da matriz $D = B^T A$ é:

a. $L_i(B).C_j(A)$
b. $C_i(B^T).C_j(A)$
c. $C_i(B).L_j(A)$
d. $C_i(B).C_j(A)$
e. $L_i(B).L_j(A)$

17. Dois números naturais ímpares a e b, de dois dígitos cada um, são tais que: a é múltiplo de 7, mas não de 3, b é múltiplo de 25, o mínimo múltiplo comum dos dois é 525 e o máximo divisor comum dos dois é 5, qual é a soma desses dois números?

a. 100
b. 110
c. 115
d. 120
e. 125

18. Para incentivar os times a jogarem no ataque e fazerem gols, as regras de um torneio de futebol foram ligeiramente alteradas, o time vencedor leva três pontos, o perdedor não ganha pontos, se houver empate com gols, cada time ganha um ponto, e se houver empate sem gols, nenhum time ganha ponto. As estatísticas finais do torneio forneceram as seguintes informações:
I - Cada time jogou com cada outro time apenas uma vez.
II - O número total de pontos de todos os times participantes foi 37.
III – Houve um vencedor em mais de 5 jogos.
IV - Houve um número ímpar de empates com gol, e só um empate sem gols.
Quantos times participaram deste torneio?

a. 5
b. 6
c. 7
d. 8
e. 9

19. Considere as funções $f : R \to R$ e $g : R \to R$ definidas por $f(x) = \begin{cases} 2x+1, & x<1 \\ x+2, & x \geq 1 \end{cases}$ e $g(x) = \begin{cases} 2x-1, & x<1 \\ x+1, & x \geq 1 \end{cases}$. Pode-se afirmar que $f(g(2x))$ é dada por:

a. $f(g(2x)) = \begin{cases} 2x-1, \text{ se } x<1 \\ 2x+3, \text{ se } x \geq 1 \end{cases}$

b. $f(g(2x)) = \begin{cases} 8x-1, \text{ se } x<1 \\ -2x+1, \text{ se } x \geq 1 \end{cases}$

c. $f(g(2x)) = \begin{cases} 8x-1, \text{ se } x<1/2 \\ 2x+3, \text{ se } x \geq 1/2 \end{cases}$

d. $f(g(2x)) = \begin{cases} 4x-1, \text{ se } x<1/2 \\ 2x-3, \text{ se } x \geq 1/2 \end{cases}$

e. $f(g(2x)) = \begin{cases} 4x+1, \text{ se } x<1 \\ x+3, \text{ se } x \geq 1 \end{cases}$

20. Todo número complexo $z = x + yi$, onde x e y são números reais, coordenadas do afixo de z no plano xy, e $i = \sqrt{-1}$ é a unidade imaginária, pode ser representado na forma matricial $z = \begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix}$. Se representarmos uma figura plana no plano xy, cada ponto da figura representa um número complexo. Multiplicando cada ponto da figura pelo número complexo de módulo igual a 1 e argumento $\theta > 0$, giramos a figura em torno da origem de um ângulo θ no sentido anti-horário, mantendo a forma da figura, e as distâncias de cada ponto à origem. Portanto, para girarmos uma figura no plano xy, de um ângulo de 60^0 no sentido anti-horário, podemos representar cada ponto na forma matricial e multiplicá-los pela matriz:

a. $\begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$

e. $\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$