



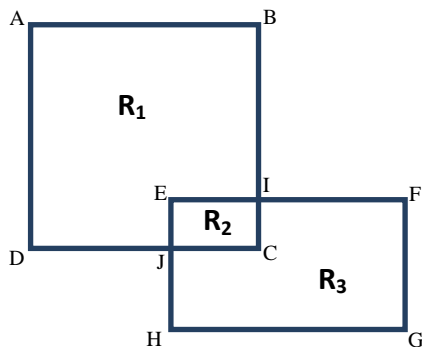
1) Num jogo virtual há uma máquina que lança bexigas infladas (balões). Ao iniciá-lo a máquina lança uma quantidade fixa de balões no ar. A regra do jogo consiste em você estourar esses balões antes que eles toquem o chão. Porém, a cada quatro balões que você estoura, a máquina lança mais dois balões. Você vence se conseguir estourar todos os balões de modo que a máquina não possa mais lançar novos balões.

a) Se inicialmente a máquina lançou sete balões, quantos você teve que estourar para ser vencedor?

*( Não esqueça de explicar como você pensou para obter a tua resposta.)*

b) Ao final de uma rodada do jogo, você estourou 22 balões e foi vencedor. Quantos balões a máquina lançou inicialmente? *( Não esqueça de explicar como você pensou para obter a tua resposta.)*

2) Um quadrado e um retângulo estão sobrepostos formando três regiões distintas:  $R_1$ ,  $R_2$  e  $R_3$ .



Temos que:

$$5 \overline{EI} = 2 \overline{HG}$$

$$7 \overline{EI} = 3 \overline{AD}$$

O perímetro do quadrado ABCD é 20 cm.

O perímetro do retângulo EFGH é 14 cm.

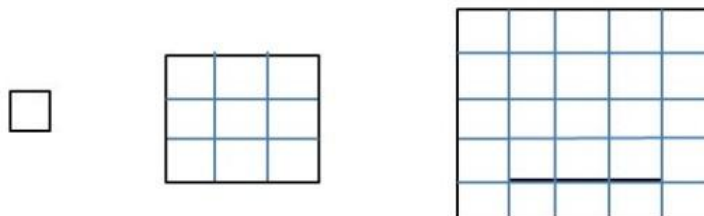
a) Calcule a área do quadrado ABCD e do retângulo EFGH.

(Não esqueça de explicar o teu raciocínio.)

b) Calcule a diferença entre as áreas das regiões  $R_1$  e  $R_3$ .

(Não esqueça de explicar o teu raciocínio.)

- 3) Ao colocarmos uma camada de quadradinhos em torno de um quadradinho obtemos um quadrado com nove quadradinhos. Se adicionarmos outra camada obtemos um quadrado com vinte e cinco quadradinhos. Observe as figuras:



- a) Agora, complete a tabela:

Quantidade de camadas colocadas	Quantidade de quadradinhos no quadrado
1	9
2	25
3	
4	
5	

- b) Qual é a quantidade de quadradinhos em um dos lados do quadrado quando colocarmos 10 camadas?  
(Não esqueça de explicar o teu raciocínio.)

- c) Após colocarmos 499 camadas, iremos ter um quadrado com quantos quadradinhos?  
(Não esqueça de explicar o teu raciocínio.)

- 4) Vamos provar que a média aritmética dos quadrados de dois números reais é sempre maior ou igual ao produto entre eles. Sejam  $a$  e  $b$  esses números reais, então

$$\frac{a^2 + b^2}{2} \geq ab \Rightarrow a^2 + b^2 \geq 2ab \Rightarrow a^2 - 2ab + b^2 \geq 0 \Rightarrow (a - b)^2 \geq 0$$

Como o quadrado de qualquer número real é sempre um número positivo, então a última afirmação é correta. Este fato prova que a afirmação inicial é correta. Agora, faça você:.

- a) Prove que  $\frac{a^2b^2+c^2}{abc} \geq 2$ , onde  $a$ ,  $b$  e  $c$  são números positivos não nulos.

- b) Prove que a média aritmética entre dois números reais é maior ou igual à média geométrica. Isto é, prove que  $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$

- 5) Uma organização internacional promoveu um encontro entre casais unidos pelo matrimônio há mais de 50 anos. Uma das regras do encontro era de que cada casal cumprimentasse todos os outros casais. Os homens cumprimentavam, tanto homens quanto mulheres, com um aperto de mãos. Já as mulheres cumprimentavam os homens com um aperto de mãos e as outras mulheres com um encosto de rostos (sem aperto de mãos).

a) Complete a tabela abaixo:

Número de casais que compareceram	Número de apertos de mão dados por homens	Número de apertos de mão dados por mulheres	Número total de apertos de mão
4			
5			
6			
7			

- b) Se compareceram 41 casais quantos apertos de mão ocorreram?

*(Não esqueça de explicar o teu raciocínio.)*

6) Joel e Aline ganharam diferentes quantidades de balas. Joel disse para Aline: Se me deres quatro das tuas balas, a minha quantidade de balas passaria a ser o quadrado da tua. Por outro lado, se eu te der onze das minhas balas, a tua quantidade de balas e a minha seriam iguais.

a) É possível que Joel tenha ganhado quarenta e cinco balas? Justifique sua resposta.

b) Quantas balas cada um deles ganhou ?

*(Não esqueça de explicar o teu raciocínio.)*