

1) Numa escola, um terço dos alunos gostam somente de Matemática, um quinto gostam somente de História, 300 alunos gostam de ambas as disciplinas e um quinze avos dos alunos detestam ambas as disciplinas.

a) Quantos alunos têm na escola? (Não se esqueça de explicar como você pensou.)

b) Quantos alunos gostam de Matemática? (Não se esqueça de explicar como você pensou.)

c) Quantos alunos gostam de somente uma das disciplinas? (Não se esqueça de explicar como você pensou.)

2) Vamos lidar com números decimais.

a) Se transformarmos a fração $\frac{3}{22}$ num número decimal, quantas vezes o 6 aparece nos 100 primeiros algarismos após a vírgula? (Não se esqueça de explicar como você pensou.)

b) Se transformarmos a fração $\frac{19}{7}$ num número decimal, qual será o 2019º algarismo que aparecerá após a vírgula? (Não se esqueça de explicar como você pensou.)

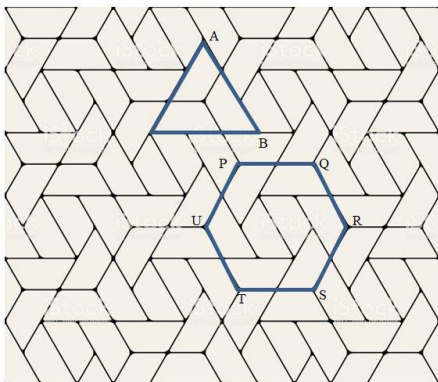
3) Geometria, sempre ela.

- a) Um triângulo retângulo é aquele que possui um ângulo interno reto, isto é, medindo 90° . Num triângulo retângulo, o Teorema de Pitágoras nos garante que o quadrado do maior lado é a soma dos quadrados dos lados menores. Use essa informação para calcular a medida da diagonal do retângulo abaixo. (Não se esqueça de explicar como você pensou.)



$AB = 5 \text{ cm}$
 $AD = 2 \text{ cm}$

- b) Na figura abaixo, $AB = 4 \text{ cm}$. Calcule a área do hexágono regular PQRSTU. (Não se esqueça de explicar como você pensou.)



- 4) Joãozinho foi à feira para comprar laranjas e bananas para sua mãe levando uma certa quantia em dinheiro. Quando chegou lá, percebeu que havia esquecido quantas dúzias de cada fruta sua mãe pediu para comprar. Fazendo umas continhas rápidas, Joãozinho percebeu que se comprasse duas dúzias de laranjas e três dúzias de bananas sobraria R\$1,00 e se comprasse uma dúzia de laranjas e uma dúzia de bananas, sobraria R\$7,50. Por fim, Joãozinho, o menino esquecido, acabou lembrando que sua mãe pedira para comprar meia dúzia de laranjas e uma dúzia de bananas. Ele efetuou a compra solicitada. Sem saber a quantia que Joãozinho levou, calcule quanto Joãozinho pagou pela compra? (Não se esqueça de explicar como você pensou.)

5) Um pouco de álgebra.

a) Prove que $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$. (Não se esqueça de explicar como você pensou.)

b) Se $xy = -1$ e $x^{2018}y^{2019} + x^{2019}y^{2018} + x + y = 10$, calcule $x^2 + y^2$. (Não se esqueça de explicar como você pensou.)

- 6) A milhões de anos-luz do nosso planeta Terra há um gigantesco planeta que possui 67306730673067306730674 habitantes. Nesse planeta há um único rei que governa todos os demais habitantes, chamados de súditos. Esse rei possui 201920192019201920192019 moedas de ouro.
- a) O rei ordenou que todos os súditos fizessem a conta $365 \times 10001000100010001$. Qual é o resultado correto que todos os súditos deviam obter? (Não se esqueça de explicar como você pensou.)
- b) O rei, num momento de imenso altruísmo, resolveu distribuir todas as suas moedas de ouro igualmente entre os súditos. Quantas moedas de ouro cada súdito recebeu? (Não se esqueça de explicar como você pensou.)