



- 1) Certo dia dois amigos, João e Pedro, se encontraram e começaram a lembrar alguns fatos passados. João, por exemplo, lembrou que quando Maria, irmã de Pedro, nasceu, ele tinha o dobro da idade que Pedro tem agora. Se hoje Maria tem metade da idade de Pedro e a soma das idades de João e Pedro é 70 anos, quantos anos João tinha quando Maria nasceu? (Não se esqueça de explicar o teu raciocínio.)



OPMat  


2) Para  $a, b, c, d \geq 0$ , prove que  $\frac{(ab + cd)^2}{4} \geq abcd$ .

3) A expressão  $E = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} + \sqrt{5 + 2\sqrt{2}} + \sqrt{24 + 16\sqrt{2}}$  pode ser simplificada até se tornar  $E = \sqrt{2}(\sqrt{6 + 4\sqrt{2}} + 1)$ .

Faça essa simplificação. (Não se esqueça de explicar o teu raciocínio.)

- 4) Os pontos A e B estão situados acima de uma reta  $r$  conforme mostra a figura. Encontre o valor da menor distância a ser percorrida para ir de A até B, obrigatoriamente tocando a reta  $r$  em um ponto E. (Não se esqueça de explicar o teu raciocínio.)

$$AC = 5 \text{ cm}$$

$$BD = 3 \text{ cm}$$

$$CD = 6 \text{ cm}$$



5) Efetue a conta:  $2016^2 - 2015^2 + 2014^2 - 2013^2 + 2012^2 - 2011^2 + \dots + 4^2 - 3^2 + 2^2 - 1^2$ .

**Dica:** Há uma forma inteligente de obter o resultado sem precisar efetuar todas as continhas. (Não se esqueça de explicar o teu raciocínio.)

- 6) Sejam  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$  e  $0^\circ < \beta < 90^\circ$  com  $\alpha + \beta < 90^\circ$ . Dado um triângulo retângulo DEF, com  $\hat{E} = 90^\circ$ ,  $\hat{D} = \beta$  e cateto maior  $DE = 1$ , podemos inscrevê-lo num retângulo formando um ângulo  $\alpha$  com a base AD desse retângulo. Observe a figura:

Use essa figura para deduzir que  $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \text{sen} \alpha \text{sen} \beta$ .

