

- 1) Certo dia dois amigos, João e Pedro, se encontraram e começaram a lembrar alguns fatos passados. João, por exemplo, lembrou que quando Maria, irmã de Pedro, nasceu, ele tinha o dobro da idade que Pedro tem agora. Se hoje Maria tem metade da idade de Pedro e a soma das idades de João e Pedro é 70 anos, quantos anos João tinha quando Maria nasceu? (Não se esqueça de explicar o teu raciocínio.)



OPMat



2) Para $a, b, c, d \geq 0$, prove que $\frac{(ab + cd)^2}{4} \geq abcd$.

3) A expressão $E = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} + \sqrt{5 + 2\sqrt{2}} + \sqrt{24 + 16\sqrt{2}}$ pode ser simplificada até se tornar $E = \sqrt{2}(\sqrt{6 + 4\sqrt{2}} + 1)$.

Faça essa simplificação. (Não se esqueça de explicar o teu raciocínio.)

- 4) Os pontos A e B estão situados acima de uma reta r conforme mostra a figura. Encontre o valor da menor distância a ser percorrida para ir de A até B, obrigatoriamente tocando a reta r em um ponto E. (Não se esqueça de explicar o teu raciocínio.)

$$AC = 5 \text{ cm}$$

$$BD = 3 \text{ cm}$$

$$CD = 6 \text{ cm}$$



5) Efetue a conta: $2016^2 - 2015^2 + 2014^2 - 2013^2 + 2012^2 - 2011^2 + \dots + 4^2 - 3^2 + 2^2 - 1^2$.

Dica: Há uma forma inteligente de obter o resultado sem precisar efetuar todas as continhas. (Não se esqueça de explicar o teu raciocínio.)

- 6) Sejam $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ e $0^\circ < \beta < 90^\circ$ com $\alpha + \beta < 90^\circ$. Dado um triângulo retângulo DEF, com $\hat{E} = 90^\circ$, $\hat{D} = \beta$ e cateto maior $DE = 1$, podemos inscrevê-lo num retângulo formando um ângulo α com a base AD desse retângulo. Observe a figura:

Use essa figura para deduzir que $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \text{sen} \alpha \text{sen} \beta$.

