

1) Num jogo virtual, você tem que derrubar pinos lançando bolas contra eles. A cada dois pinos que você derruba, surgem três novos pinos. No momento em que há quinze pinos em pé, o jogo muda de modo que a cada quatro pinos derrubados só surgem dois novos pinos em pé. Você vence uma partida quando conseguir derrubar todos os pinos sem que surja qualquer novo pino.

a) Se o jogo iniciar com 7 pinos, quantos pinos você terá que derrubar para vencer?

(Não esqueça de explicar como você pensou para obter a tua resposta.)

b) Se para você vencer uma partida foi necessário derrubar 33 pinos, quantos pinos estavam de pé no início do jogo? *(Não esqueça de explicar como você pensou para obter a tua resposta.)*

2) Temos que $\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{2}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} \cdot \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})} = \frac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{5-3} = \sqrt{5} - \sqrt{3}$. Use procedimentos similares para:

a) Provar que $\frac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} + \frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} = \sqrt{7} - \sqrt{2}$.

b) Provar que $(\sqrt{17} + 1)\left(\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{2}+\sqrt{5}} + \frac{5}{\sqrt{5}+\sqrt{10}} + \frac{7}{\sqrt{10}+\sqrt{17}}\right)$ é um número inteiro.

3) Usando o fato de que o quadrado de qualquer número real é positivo:

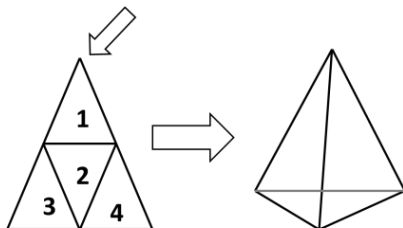
a) Prove que $(x^2 - 1)^2 = x(3x^2)$ só tem soluções positivas.

(Dica: O produto de dois números só é positivo se ambos forem positivos ou ambos negativos.)

b) Quantas soluções negativas a equação $x^4 - 3x^3 - 2x^2 - \sqrt{2}x + 1 = 0$ possui?

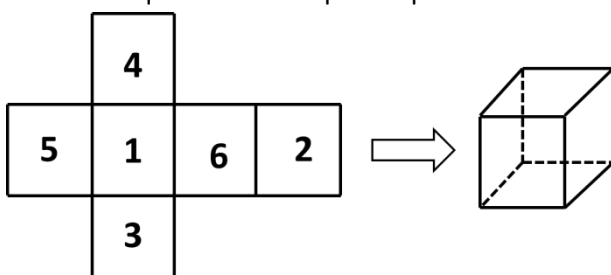
(Dica: Lembre-se que $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$.)

- 4) A figura abaixo mostra uma planificação de um tetraedro com faces numeradas. Chamamos de poder de um vértice a soma dos números que estão nas faces que contém esse vértice.

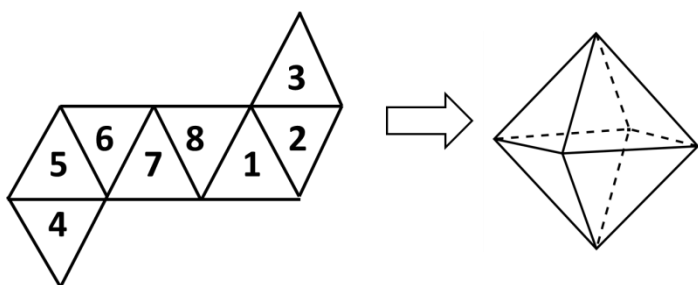


Por exemplo, o vértice indicado pela seta tem poder $1+3+4 = 8$.

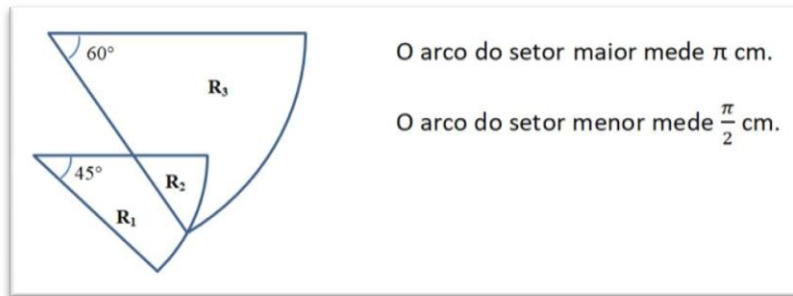
- a) Determine qual é o menor poder que um vértice do cubo planificado abaixo tem.



- b) Mostre como calcular o maior poder que um vértice do octaedro planificado abaixo possui, sem calcular o poder de todos os vértices.



5) Na figura abaixo, dois setores circulares se interceptam formando três regiões distintas: R_1 , R_2 e R_3 .



a) Calcule a área do setor circular de 45° .

b) Calcule a área do setor circular de 60° .

c) Calcule a diferença entre as áreas das regiões R_3 e R_1 .

6) Uma organização internacional promoveu um encontro entre casais unidos pelo matrimônio há mais de 50 anos. Uma das regras do encontro era de que cada casal cumprimentasse todos os outros casais. Os homens cumprimentavam, tanto homens quanto mulheres, com um aperto de mãos. Já as mulheres cumprimentavam os homens com um aperto de mãos e as outras mulheres com um encosto de rostos (sem aperto de mãos).

a) Se por razões desconhecidas, 3 casais não apertaram a mão de homens, complete a tabela abaixo:

Número de casais que compareceram	Número de apertos de mão dados por homens	Número de apertos de mão dados por mulheres	Número total de apertos de mão
4			
5			
6			
7			

b) Se compareceram 41 casais e, por razões desconhecidas, 3 casais não apertaram a mão de homens. Quantos apertos de mão ocorreram?