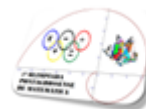
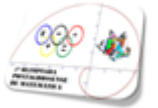


- 1) Num triângulo retângulo ABC, reto em A, considere os segmentos AE, altura relativa à hipotenusa BC, ED, perpendicular ao cateto AB, com o ponto D em AB, e EF, perpendicular ao cateto AC, com o ponto F em AC. Se o quadrilátero ADEF é um quadrado e a área da circunferência inscrita no mesmo é $\frac{18\pi}{25}$ cm², determine a área do triângulo ABC.



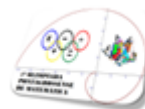
- 2) Aproveitando um exercício da primeira fase, considere 100 portas numeradas de 1 a 100, estando alternadamente abertas ou fechadas: a primeira está fechada, a segunda está aberta, a terceira está fechada, e assim sucessivamente. Inicialmente João altera os estados das portas cujo número é um múltiplo de 3, abrindo as que estão fechadas e fechando as que estão abertas. A seguir Fernando faz o mesmo com as portas cujo número é um múltiplo de 5 e Maria, o mesmo com as portas cujo número é múltiplo de 7. Concluídas as alterações feitas por João, Fernando e Maria, quantas portas estarão fechadas e quantas estarão abertas?



3) Um professor de matemática escreve seis números naturais não nulos e distintos em um caderno e faz as seguintes afirmações, todas verdadeiras, a respeito deles:

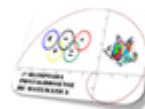
- a) Estão escritos três números primos, três números ímpares e três números pares.
- b) Apenas um dos seis números é múltiplo de 3.
- c) A média aritmética dos três pares é 12.
- d) Nenhum deles é maior que 21.
- e) A média aritmética dos três primos é 6.
- f) Apenas um dos seis números é múltiplo de 5.
- g) Nenhum deles é múltiplo de 7.

Quais são estes números?

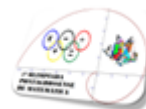


4) Seja γ uma circunferência de raio R e centro C .

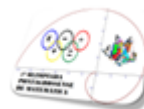
- a) Se P é um ponto exterior a γ e r é uma reta que passa por P , mostre que se r é tangente à γ num ponto T , então: $PT^2 = PC^2 - R^2$, e se r é secante à γ e a intercepta nos pontos A e B , então: $PA \cdot PB = PC^2 - R^2$.
- b) Se P é interior à circunferência γ e a intercepta nos pontos A e B , ou P pertence γ , então: $PA \cdot PB = R^2 - PC^2$.



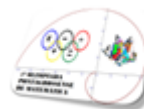
- 5) Um suco de frutas é vendido em dois tipos de embalagens: uma em forma de paralelepípedo retângulo de altura πh e base quadrada de lado da base a ; a segunda embalagem tem forma de um cilindro circular reto de altura $2h$ e diâmetro a . A primeira embalagem é vendida por R\$6,00 e a segunda é vendida por R\$3,20, qual a embalagem mais vantajosa para o comprador?



6) Lançamos um dado duas vezes. Seja n_1 o número de pontos obtidos no primeiro lançamento e n_2 o número de pontos obtidos no segundo lançamento. Qual a probabilidade da razão $\frac{n_2}{n_1}$ ser um número natural?



7) Seja A o conjunto dos números naturais x tais que o resto da divisão de 2018 por x é 2 e o resto da divisão de 2031 por x é 3. Quantos elementos tem o conjunto A?



- 8) Uma fábrica tem um lucro de 200 reais em cada unidade que produz, se a quantidade for até 100 unidades. A partir daí o lucro decresce 1 real por unidade que ultrapassa 100. Quantas unidades devem ser fabricadas para que o lucro seja máximo?