UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
SETOR DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

Gabarito do Quinto Ciclo

Primeira Semana:

Desafio 5.1 Um ônibus partiu com 25 pessoas. No caminho, desceram 7 pessoas e subiram 5. Quantas pessoas chegaram ao ponto final?

Solução. O número de pessoas que chegaram ao ponto final é igual ao resultado da operação $25-7+5$, ou seja, é igual a 23.

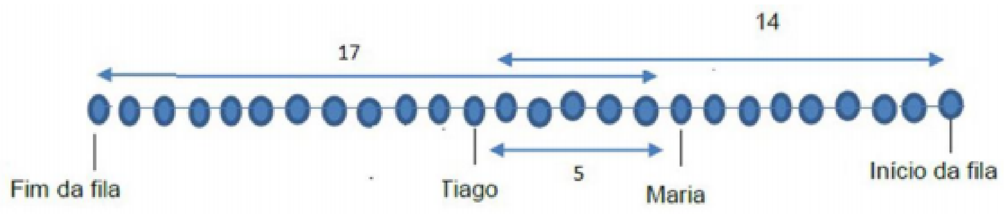
Desafio 5.2 Beatriz faz aniversário 17 dias depois de seu colega Antônio. Neste ano o aniversário de Antônio será domingo. Em que dia da semana será o aniversário de Beatriz?

Solução. Os dias da semana repetem-se de 7 em 7. Assim, como o aniversário de Antônio será em um domingo, 7 dias após e 14 dias após esta data também serão domingos. Logo, o aniversário de Beatriz (17 dias após o aniversário de Antônio) será três dias após um domingo, ou seja, será uma quarta-feira. Por exemplo, se o aniversário de Antônio for no dia 16 de setembro (domingo), então o aniversário de Beatriz será no dia 3 de outubro (quarta-feira).

Desafio 5.3 *(Extra)* A turma de Tiago e Maria foi colocada em fila. Maria tem 17 colegas atrás dela e um deles é Tiago. Tiago tem 14 colegas à sua frente e um deles é Maria. Há 5 alunos entre Tiago e Maria. Quantos alunos tem a turma?

Solução. A partir do fim da fila, Maria ocupa a posição de número 18, pois há 17 colegas atrás dela. Como há 5 alunos entre Tiago e Maria e Tiago está atrás dela, ele ocupa a posição de número 12. Por outro lado, há 14 alunos na frente de Tiago; logo, a fila tem $12 + 14 = 26$ alunos.

Para visualizar a situação, podemos organizar os dados do enunciado em uma linha reta, como abaixo:



Segunda Semana:

Desafio 5.4 Dona Júlia tem 10 galinhas, das quais cinco botam, cada uma, um ovo todo dia e as restantes botam, cada uma, um ovo a cada dois dias. Quantos ovos essas dez galinhas botam em 10 dias?

Solução: As cinco galinhas que botam, cada uma, um ovo por dia, em 10 dias botam $5 \times 10 = 50$ ovos. Em 10 dias, há cinco “blocos”de dois dias; assim, as outras cinco galinhas que botam, cada uma, um ovo a cada dois dias, botam $5 \times 5 = 25$ ovos. Assim, o total é $50 + 25 = 75$ ovos.

Observação: Outra maneira de resolver o problema é fazer um esquema colocando os ovos que cada galinha bota em 10 dias; como 10 é par, não importa se as galinhas que botam a cada dois dias começam botando seu ovo no primeiro ou no segundo dia. Essas galinhas botam sempre 5 ovos em 10 dias.

Desafio 5.5 De um único lado de uma avenida, foram plantadas 60 árvores dispostas em fila. Cada segunda árvore é uma seringueira e cada terceira árvore é uma paineira ou uma seringueira. As árvores restantes são todas acácias. Quantas acácias foram plantadas nesta fila?

Solução. As seringueiras estão nas posições pares, e as paineiras estão nas posições ímpares que são múltiplos de 3. De fato, o enunciado diz que "cada terceira árvore é uma paineira ou uma seringueira"; mas observe que uma "terceira árvore"pode ocupar uma posição par que também é um múltiplo de 3, e essa posição já está ocupada por uma seringueira. Assim, nas posições múltiplas de 3 e de 2, ou seja, múltiplos de 6, teremos uma seringueira. As posições que são múltiplos de 3 mas não são múltiplos de 2, serão ocupadas pelas paineiras.

Vamos listar as primeiras 20 árvores da avenida, chamando as seringueiras de S, as paineiras de P e as acácias de A:

1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª	8ª	9ª	10ª	11ª	12ª	13ª	14ª	15ª	16ª	17ª	18ª	19ª	20ª
A	S	P	S	A	S	A	S	P	S	A	S	A	S	P	S	A	S	A	S

Note que o grupo de seis árvores "A S P S A S"se repete. No total de 60 árvores, este grupo se repete $6 \times 10 = 60$ vezes. Em cada um desses grupos temos 2 acácias; no total temos $2 \times 10 = 20$ acácias.

Observação: Outra maneira de resolver o problema é observar que:

a) As seringueiras estão nas posições que são múltiplos de 2; como há $60 \div 2 = 30$ múltiplos de 2 entre 1 e 60, há no mínimo 30 seringueiras.

b) As paineiras estão nas posições que são múltiplos de 3 mas não são múltiplos de 2, como por exemplo: $3, 9, 15, 21, \ldots, 54$. Estes números se repetem de 6 em 6; de 1 até 60 temos $60 \div 6 = 10$ paineiras.

Assim, são 30 seringueiras e 10 paineiras, um total de $30 + 10 = 40$ dessas duas árvores. Como são 60 árvores, temos $60 - 40 = 20$. acácias.

Desafio 5.6 *(Extra)* Dona Cândida comprou 100 velas. Ela queima uma vela todo dia e fabrica uma vela igual com o resto de cera de cada sete velas usadas. Depois de quantos dias ela terá que comprar mais velas novamente?

Solução: As 100 velas queimadas (uma por dia) deixarão 100 sobras; com estas 100 sobras, Dona Cândida consegue fazer 14 velas, pois $100 = 14 \times 7 + 2$, e restam 2 sobras. Estas 14 velas deixam mais 14 sobras, com isso Dona Cândida consegue fazer mais 2 velas; estas duas velas deixam duas sobras, mas mesmo somando com as duas que restaram (das sobras das 100 primeiras velas), estas 4 sobras não fazem uma vela. Portanto, o total de velas é $100 + 14 + 2 = 116$.

Observação: O problema dá margem a diversas alterações. Por exemplo, fabricar uma vela a cada 4 sobras, diminuir ou aumentar o número de dias.

Terceira Semana:

Desafio 5.7 Marcos tem 4,30 reais em moedas de 10 e 25 centavos. Dez dessas moedas são de 25 centavos. Quantas moedas de 10 centavos Marcos tem?

Solução: As dez moedas de 25 centavos correspondem a $0,25 \times 10 = 2,5$ reais. Dos 4,30 reais, 2,50 são moedas de 25 centavos, logo as moedas de dez centavos correspondem a $4,30 - 2,50 = 1,80$ reais. Agora veja que para somarmos 1,80 reais em moedas de 10 centavos precisamos de $1,80 \div 0,10 = 18$ moedas de dez centavos.

Observação: O problema pode ser resolvido em sala com o apoio de material concreto, aproveitando o conhecimento que os alunos têm de fazer troco.

Desafio 5.8 A sexta parte dos alunos de uma classe usam óculos. Dentre os que usam óculos, um terço são meninas. Além disso, apenas 4 meninos usam óculos. Quantos são os alunos dessa classe?

Solução: Dos alunos que usam óculos, $\frac{1}{3}$ são meninas, logo $\frac{2}{3}$ são meninos. Como 4 meninos usam óculos, o total de alunos que usam óculos é 6 (pois 2 corresponde a $\frac{1}{3}$ e $4 + 2 = 6$). Esses 6 alunos correspondem à sexta parte do total, ou seja temos $6 \times 6 = 36$ alunos no total.

Desafio 5.9 *(Extra)* Três candidatos concorreram à eleição de representante de uma turma do 5^o ano: Aisha, Fernando e William. Cada aluno da turma votou em um único candidato da sua escolha. Aisha recebeu $\frac{1}{3}$ dos votos e Fernando recebeu $\frac{2}{9}$ dos votos. Quem venceu a eleição?

Solução. A soma dos votos de Aisha e Fernando corresponde a

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{9} = \frac{3}{9} + \frac{2}{9} = \frac{5}{9}$$

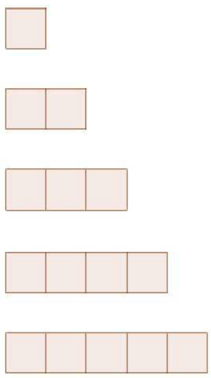
do total de votos. Assim, William recebeu

$$1 - \frac{5}{9} = \frac{9}{9} - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$$

do total de votos. Como $\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$ dos votos, Aisha recebeu $\frac{3}{9}$ dos votos, Fernando recebeu $\frac{2}{9}$ e William recebeu $\frac{4}{9}$. A maior destas frações é $\frac{4}{9}$. Logo, William ganhou a eleição.

Quarta Semana:

Desafio 5.10 *(Avaliativo)* Observe a sequência abaixo. Cada lado de cada quadrado abaixo é construído com um palito. Lados que são comuns a dois quadrados usam um único palito. Assim, no primeiro desenho usamos 4 palitos, no segundo usamos 7 palitos, no terceiro 10, etc.



a) Quantos palitos são usados para fazer uma fila com 500 quadrados como na sequência?

b) Quantos quadrados podemos colocar em fila com 1050 palitos como na sequência? Haverá sobra?

Solução: Observe que a cada quadrado que aumentamos, acrescentamos 3 palitos. A quantidade de palitos em uma fila de n quadrados é $3n + 1$.

Quantidade de quadros	Quantidade de palitos	
1	4	$3 \times 1 + 1 = 4$
2	$4 + 3 = 7$	$3 \times 2 + 1 = 7$
3	$7 + 3 = 10$	$3 \times 3 + 1 = 10$
4	$10 + 3 = 13$	$3 \times 4 + 1 = 13$
5	$13 + 6 = 16$	$3 \times 5 + 1 = 16$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n		$3n + 1$

a) Para uma fila de 500 quadrados, usamos $3 \times 500 + 1 = 1501$ palitos.

b) Devemos procurar o múltiplo de 3 mais 1 mais próximo de 1050 e menor do que 1050. 1050 é múltiplo de 3, e o múltiplo anterior à ele é $1050 - 3 = 1047 = 3 \times 349$. Então o múltiplo de 3 mais 1 mais próximo de 1050 é $1047 + 1 = 1048$. Com 1048 palitos podemos fazer 349 quadrados; com 1050 palitos podemos fazer 349 quadrados e sobram 2 palitos.

Resposta

a) 1501 palitos são usados para construir 500 quadrados.

b) Com 1050 palitos podemos fazer 349 quadrados e sobrarão 2 palitos.

Comentários: Problemas de reconhecimento de padrões são frequentes em competições olímpicas. O cuidado que devemos ter neste nível é apresentar uma quantidade razoável de termos, e identificar que se trata de uma sequência com um padrão (em nosso problema, a expressão "fazer uma fila"é o padrão identificado pelo desenho). Lembramos que a palavra "sequência"não significa que há um padrão, apenas que temos uma lista de termos ordenados (1º termo, 2º termo, etc.). A rigor, a resolução formal de problemas deste tipo envolve outros argumentos que não estão disponíveis para os alunos deste nível (como o princípio de indução, por exemplo). No entanto, se problemas deste tipo forem bem formulados, podem contribuir desde muito cedo para desenvolver a estratégia de reconhecer padrões numéricos e padrões em figuras.