

Primeiro Ciclo: 11/05 a 07/06

Encontro Presencial: 11/05 às 08h30min na Central de Salas

Primeira Semana:

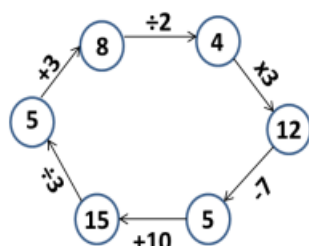
Problema 1. Escreva os algarismos 4, 5, 6 e 8 nos quadradinhos de tal maneira que os dois números formados tenham a maior soma possível. Qual é o valor dessa soma?



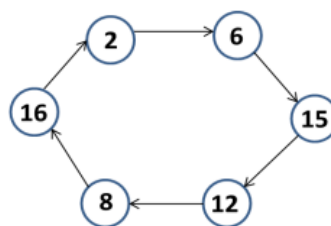
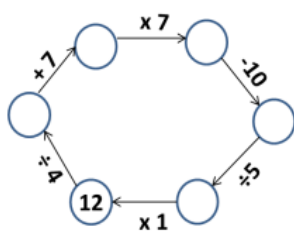
Solução: Para que a soma seja a maior possível, os números formados pelos algarismos nos quadradinhos devem ser os maiores possíveis. Colocamos os maiores algarismos (8 e 6) nas casas das dezenas, e os outros (5 e 4) nas casas das unidades: $85 + 64 = 149$. Note que podemos trocar de lugar os algarismos 5 e 4, que a soma se mantém: $84 + 65 = 149$.

Resposta: O valor dessa soma é 149.

Problema 2. (6ª OPMat - 2018) A figura abaixo mostra círculos contendo números que satisfazem as operações indicadas nas setas:

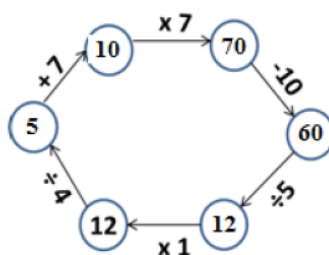


a) Preencha os círculos com os valores corretos: b) Preencha agora com as operações corretas:

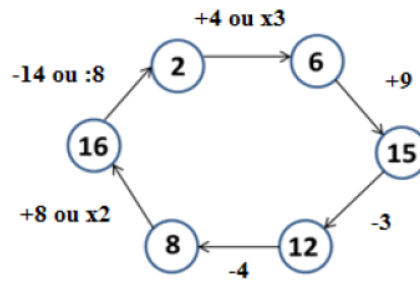


Solução:

a) Para as operações apresentadas, tem-se os seguintes valores:



b) Para os seguintes valores, tem-se as seguintes operações:



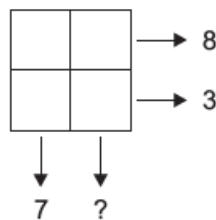
Problema Extra: Joãozinho quer acrescentar o algarismo 3 ao número 2017 de forma que o número de cinco algarismos resultante seja o menor possível. Onde ele deve colocar o algarismo 3?

Solução: As possibilidades para colocar o algarismo 3 são: **32017**, **23017**, **20317**, **20137** e **20173**. O menor destes números é 20137.

Resposta: Joãozinho deve colocar o algarismo 3 na casa das dezenas: **20137**.

Segunda Semana:

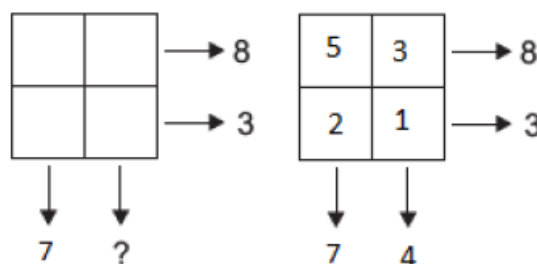
Problema 3. (OBMEP Nível A - 2018) Carlinhos escreveu um número em cada uma das quatro casas do tabuleiro abaixo:



A soma dos números escritos na primeira linha é 8, na segunda linha é 3 e na primeira coluna é 7. Qual é a soma dos números que Carlos escreveu na segunda coluna?

Solução: Não é necessário preencher a tabela para descobrir que o número que deve ser colocado no lugar do sinal de interrogação é 4. Vejamos o motivo: se quatro números forem escritos nas casas da tabela, somando-os linha a linha obteremos $3 + 8 = 11$. Por outro lado, somando-os coluna a coluna também devemos obter o mesmo resultado (propriedade comutativa da soma) e isto só é possível quando o sinal de interrogação for trocado pelo número 4 pois $4 + 7 = 11$. Logo, a soma dos números que Carlos escreveu na segunda coluna é 4.

Observação: Em qualquer preenchimento da tabela compatível com os dados do enunciado poderemos encontrar o número 7 como sendo a soma dos números que Carlos escreveu na segunda coluna. Por exemplo:



Problema 4. Ao final de uma corrida com 100 participantes, Dido percebeu que o número de participantes que estavam atrás dele era o dobro do número de participantes que estavam à sua frente. Em que posição chegou Dido?

Solução: Podemos fazer o seguinte esquema:



Se há n pessoas na frente de Dido, há o dobro deste número, $2n$, atrás dele. Tirando Dido dos 100 participantes, temos 99 pessoas que devem ser distribuídas em 3 “blocos” cada um com a mesma quantidade de pessoas: um bloco na sua frente e dois blocos atrás. Então há $99 \div 3 = 33$ pessoas em cada um destes blocos. Se há 33 pessoas na frente de Dido, ele chegou na posição 34.

Resposta: Dido chegou na posição 34.

Problema Extra: Em uma turma do quinto ano não há dois garotos que nasceram no mesmo dia da semana, nem duas garotas que nasceram no mesmo mês. Entretanto, se algum aluno novo for aceito nesta turma, uma dessas duas condições não será mais verdadeira. Quantos alunos há na turma?

Solução: Se o novo aluno for um menino, deverá nascer no mesmo dia da semana que algum outro menino. Logo, há 7 meninos na sala (a semana tem 7 dias). Por outro lado, se entrar uma nova menina, deverá fazer aniversário no mesmo mês que alguma outra menina. Logo, há 12 meninas na sala (o ano tem 12 meses). Portanto, há $7 + 12 = 19$ alunos na sala.

Resposta: Na turma do quinto ano há 19 alunos.

Terceira Semana:

Problema 5. (VI ORMM) Três candidatos concorreram à eleição de representante de uma turma do 5º ano: Laura, Fernando e William. Cada aluno da turma votou em um único candidato da sua escolha. Laura recebeu $\frac{1}{3}$ dos votos e Fernando recebeu $\frac{2}{9}$ dos votos. Quem venceu a eleição?

Solução: A soma dos votos de Aisha e Fernando corresponde a

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{9} = \frac{3+2}{9} = \frac{5}{9}$$

do total de votos. Assim, William recebeu

$$1 - \frac{5}{9} = \frac{9-5}{9} = \frac{4}{9}$$

do total de votos. Como $\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$ dos votos, Aisha recebeu $\frac{3}{9}$ dos votos, Fernando recebeu $\frac{2}{9}$ e William recebeu $\frac{4}{9}$. A maior destas frações é $\frac{4}{9}$. Logo, William ganhou a eleição.

Resposta: Quem venceu a eleição foi William.

Problema 6. Pedro possui mais que 30 e menos que 100 figurinhas. Se ele organizar as figurinhas em linhas de 7, sobrarão uma. Caso ele organize em linhas de 10, sobrarão duas. Quantas figurinhas Pedro possui?

Solução: Se ele organizar as figurinhas em linhas de 7, sobrarão uma, o que significa que o número de figurinhas de Pedro é um múltiplo de 7 somado com 1. Por outro lado, organizando em filas de 10 sobrarão duas, o que significa que este mesmo número é um múltiplo de 10 somado com 2. Estamos então procurando um número entre 30 e 100 que seja múltiplo de 7 mais 1, e também múltiplo de 10 mais 2. Vamos listar estes números, a partir de 30 até 100:

Múltiplos de 7 mais 1	36	43	50	57	64	71	78	85	92
Múltiplos de 10 mais 2	32	42	52	62	72	82	92		

Apenas o número 92 é ao mesmo tempo múltiplo de 7 mais 1 e múltiplo de 10 mais 2.

Resposta: Pedro possui 92 figurinhas.

Problema Extra: Pensei num número de dois algarismos, multipliquei-o por 2 e ao resultado somei 11, resultando ainda um número de dois algarismos. Depois da soma, dividi por 7. Resultou 13. Em que número pensei?

Solução: Fazemos as operações de trás para frente:

- Qual é o número que dividido por 7 resulta 13? Fazemos $13 \times 7 = 91$. Então depois da soma, o resultado foi 91.
- Qual é o número que somado como 11 resulta 91? Fazemos $91 - 11 = 80$; este número é o resultado da multiplicação por 2.
- Qual é o número que multiplicado por 2 resulta 80? Fazemos $80 \div 2 = 40$.

Vamos confirmar: $(40 \times 2 + 11) \div 7 = (80 + 11) \div 7 = 91 \div 7 = 13$.

Quarta Semana:

Problema 7 - Avaliativo. (6ª OPMat - 2018 - adaptado) Marcos e Anita devem colocar bolinhas de plástico dentro de um saco e de uma caixa. Marcos tem que colocar, dentro do saco, uma bolinha no primeiro minuto, duas bolinhas no segundo minuto, três bolinhas no terceiro, quatro no quarto e assim por diante. Anita, por sua vez, tem que colocar, dentro da caixa, 12 bolinhas no primeiro minuto, 11 bolinhas no segundo minuto, 10 bolinhas no terceiro, 9 no quarto, etc.

- a) Após quantos minutos, o saco conterá 15 bolinhas?
- b) Após cinco minutos, quantas bolinhas haverá na caixa?
- c) Após quantos minutos, o saco e a caixa terão a mesma quantidade de bolinhas?

Solução:

- a) Sabendo que o saco é responsabilidade de Marcos tem-se

	Quantidade de bolinhas no saco	Total
1º min	1	1
2º min	2	3
3º min	3	6
4º min	4	10
5º min	5	15
6º min	6	21
7º min	7	28
8º min	8	36
9º min	9	45

Portanto, após 9 minutos o saco conterá 45 bolinhas.

- b) Como a caixa é responsabilidade de Anita, tem-se que

	Quantidade de bolinhas na caixa	Total
1º min	30	30
2º min	29	59
3º min	28	87
4º min	27	114
5º min	26	140

Portanto, haverá 140 bolinhas na caixa após 5 minutos.

c) Analisando

	Quantidade de bolinhas no saco	Total	Quantidade de bolinhas na caixa	Total
1º min	1	1	30	30
2º min	2	3	29	59
3º min	3	6	28	87
4º min	4	10	27	114
5º min	5	15	26	140
6º min	6	21	25	165
7º min	7	28	24	189
8º min	8	36	23	212
9º min	9	45	22	234
10º min	10	55	21	255
11º min	11	66	20	275
12º min	12	78	19	294
13º min	13	91	18	312
14º min	14	105	17	329
15º min	15	120	16	345
16º min	16	136	15	360
17º min	17	153	14	374
18º min	18	171	13	387
19º min	19	190	12	399
20º min	20	210	11	410
21º min	21	231	10	420
22º min	22	253	9	429
23º min	23	276	8	437
24º min	24	300	7	444
25º min	25	325	6	450
26º min	26	351	5	455
27º min	27	378	4	459
28º min	28	406	3	462
29º min	29	435	2	464
30º min	30	465	1	465

Ou

$$SACO : 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 28 + 29 + 30 = 31 \cdot \frac{30}{2} = 465$$

e

$$CAIXA : 30 + 29 + 28 + \cdots + 4 + 3 + 2 + 1 = 31 \cdot \frac{30}{2} = 465.$$

Então, somente no final dos 30 minutos o saco e a caixa terão a mesma quantidade de bolinhas.
