

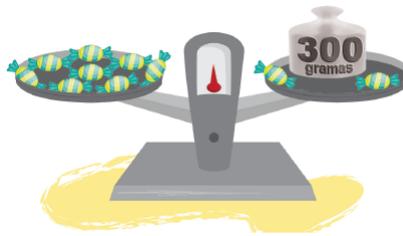


Segundo Ciclo: 10/06 a 05/07

Encontro Presencial: 01/06 às 08h30min na Central de Salas

Primeira Semana:

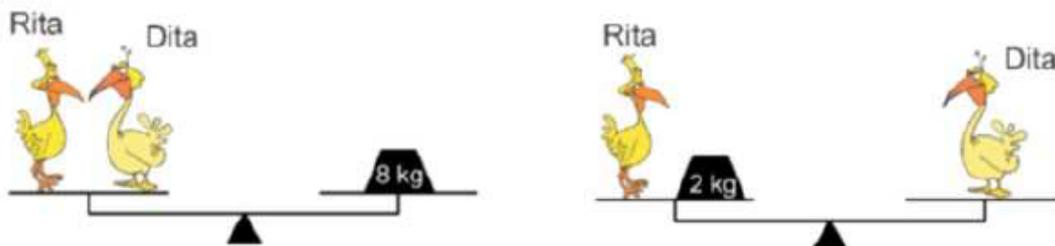
**Problema 2.1** (OBMEP 2018 - Nível A) Os 10 bombons da balança têm o mesmo peso. Quantos gramas pesa cada um?



*Solução:* Retirando-se 2 bombons de cada um dos pratos da balança, ela mantém-se em equilíbrio. Isto significa que 6 bombons pesam 300 gramas. Logo, cada bombom pesa 50 gramas, pois  $6 \times 50 = 300$ . É claro que as palavras “peso” e “pesa” referem-se à massa dos bombons.

*Resposta:* Cada bombom pesa 50 gramas.

**Problema 2.2** Qual é o peso da Dita?

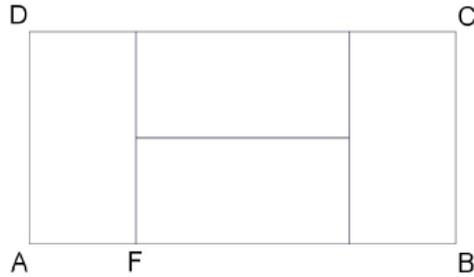


*Solução 1:* Dita pesa 2 kg a mais do que Rita. Se tirarmos 2 kg do peso da Dita, elas terão o mesmo peso. Assim, se as duas tivessem o mesmo peso, a soma destes pesos seria  $8 - 2 = 6$  kg e o peso de Rita será 3 kg. Como Dita pesa dois quilos a mais, o peso da Dita é  $3 + 2 = 5$  kg.

*Solução 2:* Acrescentando 2 kg na balança que fica à esquerda da figura acima, ela continua em equilíbrio. Como o peso da Rita e mais 2 kg correspondem ao peso da Dita, teremos que o peso de duas Ditas corresponde a 10 kg. Logo, o peso de uma Dita será de 5 kg.

*Resposta:* O peso da Dita é 5 kg.

**Problema Extra:** O retângulo ABCD é formado por quatro retângulos iguais. Se o segmento AF mede 1 cm, qual é o comprimento do segmento FB?



*Solução:* Observando a figura, vemos que o lado maior dos retângulos pequenos (os que formam o retângulo ABCD) é igual ao dobro do lado menor, que tem comprimento igual ao do segmento AF. Assim, o lado maior dos retângulos pequenos mede  $2 \times 1 = 2$  cm. O segmento FB é formado por um lado maior e por um lado menor; assim o seu comprimento é a soma dos comprimentos do lado maior e do lado menor. Então o comprimento de FB é  $2 + 1 = 3$  cm.

*Resposta:* O comprimento do segmento FB é 3 cm.

*Segunda Semana:*

**Problema 2.3** João disse à Carla:

- Pense num número.
- Pensei.
- Multiplique por 2.
- Multipliquei.
- Some 6.
- Somei.
- Divida tudo por 2.
- Dividi.
- Carla, subtraia o número que você pensou.
- Subtraí.
- O resultado é 3, Carla.
- Sim! Como você adivinhou João?

Explique para a Carla como o João adivinhou.

*Solução 1:* Carla, quando você multiplica o número pensado por 2 e soma 6 você obtém um resultado. Quando você divide esse resultado por 2, você está dividindo tanto o dobro do número pensado, quanto o 6 por 2, por isso o novo resultado tem que ser o número pensado mais 3. Ao subtrair o número pensado só vai restar o 3. O resultado das contas sempre dará 3.

*Solução 2:* Carla, se  $\Delta$  for o número pensado, então as contas são:

Multiplique por 2 e some 6:  $2 \times \Delta + 6$ ;

$$\text{Divida tudo por 2: } \frac{2 \times \Delta + 6}{2} = \frac{2 \times \Delta}{2} + \frac{6}{2} = \Delta + 3;$$

Subtraia o número pensado:  $(\Delta + 3) - \Delta = 3$ .

Portanto, não importa o número pensado, o resultado das contas sempre será 3.

**Problema 2.4** Sabemos que a igualdade abaixo é verdadeira.

$$\bullet + \bullet + \bullet + \bullet + \blacksquare = \blacksquare + \blacksquare + \blacksquare$$

Qual das igualdade abaixo também é verdadeira?

(A)  $\bullet = \blacksquare$

(B)  $\bullet + \bullet + \bullet = \blacksquare$

(C)  $\blacksquare + \blacksquare = \bullet$

(D)  $\blacksquare + \blacksquare + \blacksquare = \bullet$

(E)  $\bullet + \bullet = \blacksquare$

*Solução:* Se retirarmos um quadrado de cada lado da igualdade, a nova igualdade também será verdadeira:

$$\bullet + \bullet + \bullet + \bullet = \blacksquare + \blacksquare$$

Assim, quatro círculos equivalem a dois quadrados, ou seja, dois círculos valem um quadrado. Logo,

$$\bullet + \bullet = \blacksquare$$

*Resposta:* Alternativa (E).

**Problema Extra:** Raquel soma sete números e obtém 2016. Ela troca a parcela 201 dessa adição pelo número 102. Qual é a nova soma que ela obtém?

*Solução:* Raquel somou os números e obteve 2016. Então, subtraiu 201, ou seja, fez  $2016 - 201 = 1815$  e, na sequência, somou 102, obtendo  $1815 + 102 = 1917$ .

*Resposta:* A nova soma vale 1917.

*Terceira Semana:*

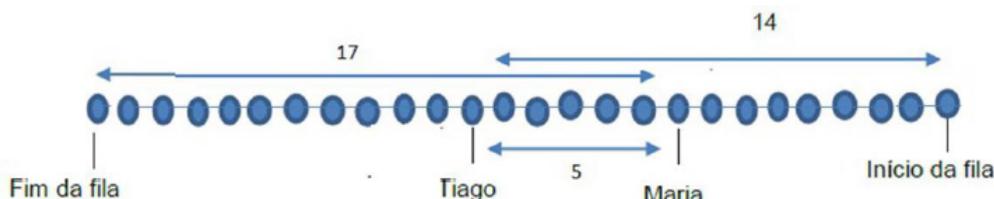
**Problema 2.5** No Canguplaneta (um planeta só de cangurus) cada cangu-ano tem 20 cangu-meses e cada cangu-mês tem 6 cangu-semanas. Quantas cangu-semanas há na quarta parte de um cangu-ano?

*Solução:* A quarta parte de um cangu-ano tem  $20 \div 4 = 5$  cangu-meses. Como cada cangu-mês tem 6 cangu-semanas, 5 cangu-meses terá  $5 \times 6 = 30$  cangu-semanas. Outra maneira de resolver é transformar tudo em cangu-semanas: cada cangu-mês tem 6 cangu-semanas; um cangu-ano tem 20 cangu-meses, o que significa que um cangu-ano tem  $20 \times 6 = 120$  cangu-semanas. A quarta parte de 120 é  $120 \div 4 = 30$  cangu-semanas.

*Resposta:* Na quarta parte de um cangu-ano há 30 cangu-semanas.

**Problema 2.6** A turma de Tiago e Maria foi colocada em fila. Maria tem 17 colegas atrás dela e um deles é Tiago. Tiago tem 14 colegas à sua frente e um deles é Maria. Há 5 alunos entre Tiago e Maria. Quantos alunos tem a turma?

*Solução:* A partir do fim da fila, Maria ocupa a posição de número 18, pois há 17 colegas atrás dela. Como há 5 alunos entre Tiago e Maria e Tiago está atrás dela, ele ocupa a posição de número 12. Por outro lado, há 14 alunos na frente de Tiago; logo, a fila tem  $12 + 14 = 26$  alunos. Para visualizar a situação, podemos organizar os dados do enunciado em uma linha reta, como abaixo:



*Resposta:* A turma tem 26 alunos.

**Problema Extra:** Beatriz faz aniversário 17 dias depois de seu colega Antônio. Neste ano o aniversário de Antônio será domingo. Em que dia da semana será o aniversário de Beatriz?

*Solução:* Os dias da semana repetem-se de 7 em 7. Assim, como o aniversário de Antônio será em um domingo, 7 dias após e 14 dias após esta data também serão domingos. Logo, o aniversário de Beatriz (17 dias após o aniversário de Antônio) será três dias após um domingo, ou seja, será uma quarta-feira. Por exemplo, se o aniversário de Antônio for no dia 16 de setembro (domingo), então o aniversário de Beatriz será no dia 3 de outubro (quarta-feira), conforme podemos visualizar na figura abaixo:

Setembro 2018						
Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado	Domingo
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16 Antônio
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30

Outubro 2018						
Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado	Domingo
1	2	3 Beatriz	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

*Resposta:* O aniversário de Beatriz será numa quarta-feira.

*Quarta Semana:*

**Problema 2.7** Em uma gincana da Escola Euclides uma das provas é arrecadar o maior número de latas ou garrafas de refrigerante vazias para reciclagem. As latas e garrafas arrecadadas por uma equipe devem ser colocadas em caixas. Em uma caixa cabem 20 latas ou 12 garrafas e uma caixa só pode ser entregue se estiver cheia. A equipe *Paralela* arrecadou apenas latas e a equipe *Perpendicular* arrecadou apenas garrafas. O número de latas que a equipe *Paralela* arrecadou foi igual ao número de garrafas que a equipe *Perpendicular* arrecadou. Sabendo que este número está entre 1 e 100, quantas caixas cada equipe entregou?

*Solução:* O número de latas que a equipe *Paralela* entregou é um múltiplo de 20 (20 latas em cada caixa), e o número de garrafas que a equipe *Perpendicular* entregou é um múltiplo de 12 (12 garrafas em cada caixa). Como estes números são iguais, devemos encontrar um múltiplo de 12 que seja também um múltiplo de 20, e que esteja entre 1 e 100. Vamos listar os múltiplos de 12 entre 1 e 100:

12; 24; 36; 48; 60; 72; 84 e 96.

O número procurado é 60, pois  $60 = 5 \times 12$ ,  $60 = 3 \times 20$  e 60 é o único múltiplo de 20 na lista acima. Isto significa que a equipe *Paralela* entregou 3 caixas e a equipe *Perpendicular* entregou 5 caixas.

*Resposta:* A equipe *Paralela* entregou 3 caixas e a equipe *Perpendicular* entregou 5 caixas.