

1) Augusto, que adora matemática, escreve seis números naturais não nulos e distintos em um papel e faz as seguintes afirmações, todas verdadeiras, a respeito desses números:

1. Estão escritos três números pares, três números ímpares e quatro números primos.
2. Apenas um dos seis números é múltiplo de 7.
3. A média aritmética dos três pares é 12.
4. Nenhum desses números é maior que 21.
5. A média aritmética dos três ímpares é 5.
6. Apenas um dos seis números é múltiplo de 5.
7. Dois desses números são múltiplos de 3.

a) Quais são os números pares?

b) Qual é o mínimo múltiplo comum entre os dois maiores números?

c) Utilizando apenas as operações de adição, multiplicação e subtração, pelo menos uma vez, qual é o maior valor obtido com esses números?

2) Quatro amigas: Ana, Beatriz, Carla e Débora decidem almoçar num restaurante e pedem diferentes tipos de carnes. Enquanto uma delas pede carne bovina, outra pede carne suína, outra pede carne de frango e a outra pede peixe. Descubra o que cada uma delas está comendo se:

- I- Ana não está comendo carne suína e não está comendo peixe.
- II- Beatriz não está comendo carne bovina e não está comendo carne suína.
- III- Se Ana não está comendo carne bovina, então Carla não está comendo carne suína.
- IV- Débora não está comendo peixe e não está comendo carne suína.
- V- Carla não está comendo peixe e não está comendo carne bovina.

3) Seis dados, não viciados, de cores distintas são lançados simultaneamente.
Calcule a probabilidade de que:

a) todas as faces contenham valores diferentes;

b) todas as faces contenham o mesmo valor;

c) três faces contenham um mesmo valor, sendo os valores das outras três distintos deste e distintos entre si;

d) três faces contenham um mesmo valor, duas outras contenham um outro valor, e a restante contenha um valor distinto dos dois anteriores.

4) Sejam Z o conjunto dos números inteiros e a função f definida em $Z \times Z$ com as seguintes propriedades:

I- $f(x, x) = x$;

II- $f(x, y) = f(y, x)$;

III- $f(x, y) = \frac{x}{x-y}f(x-y, y)$, sempre que $x > y$.

Determine o valor de:

a) $f(1, 4)$.

b) $f(14, 28)$.

c) $f(14, 52)$.

5) Sabendo que uma fração que tem a forma $\frac{1}{p}$, onde p é um número inteiro positivo, é chamada de unitária, responda:

a) Qual é a soma das frações unitárias $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{15}$?

b) Quais são as frações unitárias $\frac{1}{x}$ e $\frac{1}{y}$ tais que

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{59}{70}?$$

c) Escreva a fração $\frac{5}{7}$ como soma de frações unitárias distintas.

6) No triângulo ABC , M é o ponto médio do lado AC , D é um ponto sobre o lado BC tal que AD é bissetriz do ângulo \widehat{BAC} e P é o ponto de interseção de AD e BM . Sabendo que a área de ABC é 100 cm^2 , $AB = 10 \text{ cm}$ e $AC = 30 \text{ cm}$, calcule a área do triângulo APB .