

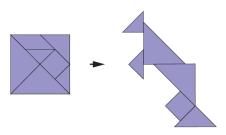
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA SETOR DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA



Gabarito do Ciclo 4

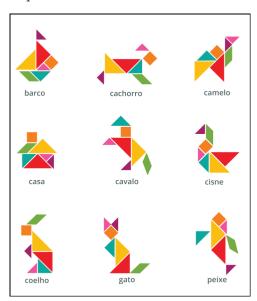
Primeira Semana:

Desafio 1.1 Júlia usou peças do Tangram para montar a figura de um canguru.



Ela não usou uma das peças. Desenhe a peça que ela não usou.

Solução: Um desafio interessante para explorar as figuras geométricas, bem como estimular os alunos a criarem imagens diversas, como pode-se ver abaixo:

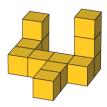


Observamos que o *Tangram* é formado por cinco triângulos, um quadrado e um paralelogramo. A partir disso, vemos que o canguru construído por Júlia não contém o paralelogramo:



Resposta: Júlia não usou a peça no formato de paralelogramo.

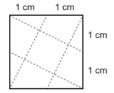
Desafio 1.2 Carlinhos montou o arranjo da figura a seguir com 12 cubos.



Esses cubos foram colados com 1 pingo de cola entre as faces em contato. Quantos pingos de cola ele usou?

Solução: usando a própria figura observamos que podemos fazer com o lápis um pontinho na junção de duas faces, representando o pingo de cola. A fileira horizontal com 4 cubos, terá 3 pingos, nos dois cubos que apontam para frente mais 2 pingos, nos dois cubos que apontam para trás mais 2 pingos, no outro cubo que aponta para trás mais 1 pingo, no cubo que sobe na vertival mais 1 pingo e nos dois cubos que sobem na vertical mais 2 pingos. Assim, no total, Carlinhos usou 3+2+2+1+1+2=11 pingos.

Desafio 1.3 (Extra) Rosinha cortou a folha quadrada nas linhas pontilhadas de acordo com a figura ao lado. Além do quadradinho central, ela juntou os pedacinhos cortados e formou outros quadradinhos iguais ao central. No total, incluindo o central, com quantos quadradinhos ela ficou?



Solução: pode ser usada uma folha, aumentando os lados do quadrado para 10cm x 10cm para questoes de visualização, e fazer os mesmos recortes conforme mostrado na figura. Juntando os quatro triângulos com os quatros quadriláteros, vemos que formam exatamente quatro quadrados, assim, contando com mais o quadrado central, no total Rosinha ficou com 5 quadradinhos.

Segunda Semana:

Desafio 1.4 Emília terminou em 3º lugar numa competição de ginástica. Havia 3 ginastas entre ela e o último colocado. Ao todo, quantos ginastas participaram da competição?

Solução: podemos marcar em uma fileira a Emília na posição terceiro lugar, três pessoas entre ela e o último, e então somar. Portanto, 7 ginastas participaram da competição (1° 2° 3° (Emília) 4° 5° 6° 7° (último)).

Desafio 1.5 Miguel tem 6 pesos diferentes, de 1, 2, 3, 4, 5 e 6 kg. Ele coloca 5 desses pesos numa balança e deixa 1 peso de lado para a balança ficar equilibrada:



Qual foi o peso colocado de lado?

Solução: pela figura, já foram usados os pesos de 5kg e 6kg, sobrando os pesos de 1, 2, 3 e 4kg, sendo que um deles irá ficar de fora. Vamos analisar as possibilidades para cada peso para ficar de fora.

peso fora	balança 1	balança 2	análise/resultado
4	1 e 2	3	as balanças não ficam equilibradas
4	1 e 3	2	as balanças não ficam equilibradas
4	2 e 3	1	as balanças não ficam equilibradas
3	1 e 2	4	as balanças não ficam equilibradas
3	1 e 4	2	as balanças não ficam equilibradas
3	2 e 4	1	as balanças não ficam equilibradas
2	1 e 3	4	as balanças não ficam equilibradas
2	1 e 4	3	as balanças não ficam equilibradas
2	3 e 4	1	as balanças não ficam equilibradas
1	2 e 3	4	as balanças ficam equilibradas

Portanto, serão usados os pesos de 2kg e 3kg na primeira balança, o peso de 4kg na segunda balança, onde cada balança ficará com 10kg, e assim, o peso colocado de fora foi o de 1 kg.

Solução alternativa: a soma de todos os pesos é 1+2+3+4+5+6=21kg, como os pesos de 5 e 6 kg já foram usados, sobram 21-11=10kg para distribuir, com dois pesos para a balança 1 e 1 peso para a balança 2, a qual de princípio está com 1 kg a mais, assim, a distribuição não será de 5kg para cada balança, e sim 5kg para a primeira balança e 4kg para a segunda. Portanto, na 2ª balança estará o peso de 4kg e na 1ª balança estarão os pesos de 2kg e 3g, ficando então de lado o peso de 1 kg.

Desafio 1.6 (Extra) Numa lagoa, vivem 3 sapos. Cada noite, um dos sapos canta uma canção para os outros 2 sapos. Depois de 9 noites, um dos sapos havia cantado 2 vezes. Outro sapo havia escutado 5 canções. Quantas canções o terceiro sapo havia escutado?

Solução: denotando por S1, S2 e S3 os sapos, vemos que o Sapo 1 canta 2 noites, o outro sapo, que seja o Sapo 2, escuta 5 canções, o que significa que ele cantou 4 noites, e portanto, o terceiro sapo cantou nas noites que sobraram, ou seja, cantou em 3 noites e por consequência escutou 6 canções.

Sapos/Noite	N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7	N8	N9
S1	С	С							
S2			С	С	С	С			
S3							С	С	С

Terceira Semana:

Desafio 1.7 Ana tem 4 discos de tamanhos diferentes.



Ela quer construir uma torre com 3 discos de forma que cada disco seja menor que o disco que está logo abaixo dele. Quantas torres diferentes Ana pode fazer?

Solução: podemos enumerar os discos em ordem decrescente de tamanho, sendo 4>3>2>1. Assim, analisamos as possibilidades para uma torre com três discos e concluímos que Ana pode fazer 4 torres diferentes: 4-3-2, 4-3-1, 4-2-1 e 3-2-1.

Desafio 1.8 Com sua jarra cheia de suco, marta consegue encher 10 copos. Com essa mesma jarra ela consegue encher 2 garrafas.



Quantos copos ela consegue encher com 3 garrafas cheias de suco?

Solução: se uma jarra enche 10 copos e também enche duas garrafas, significa que em cada garrafa cabem 5 copos. Logo, com 3 garrafas cheia de suco podemos encher 3x5=15 copos.

Desafio 1.9 (Extra) A sala de aula da professora Débora tem 13 alunos e no mural da sala há um cartaz com os meses do ano. Cada aluno escreveu seu nome no mês em que nasceu. O que acontece com certeza, na sala da professora Débora?

- a) Em todo mês há um aniversariante.
- b) Há um mês com 2 aniversariantes ou mais.

- c) Há um mês sem nenhum aniversariante.
- d) Há um mês com 3 aniversariantes.
- e) Todos os aniversariantes fazem aniversário no mesmo mês.

Solução: vamos montar uma tabela para analisar os casos possíveis de acontecer.

- 1. Podemos ter um aniversariante em cada mês, o que totaliza 12 aniversariantes, e obrigatoriamente o 13º será em qualquer mês (aleatório, por exemplo Jan) e assim, pelo meno um mês ficará com 2 aniversariantes.
- 2. Agora supomos que um mês (aleatório, por exemplo, Dez) ficará sem aniversariantes, e nos 11 meses restantes um aniversariante em cada, sobrando então mais 2 aniversariantes para distribuir (aleatoriamente, pode ser que os dois estejam no mesmo mês ou em meses separados, por exemplo, em Fev e Ago), nesse caso haverá pelo menos um mês com 2 aniversariantes ou mais.
- 3. Agora supomos que dois meses (aleatórios, por exemplo, Nov e Dez) ficará sem aniversariantes, e nos 10 meses restantes um aniversariante em cada, sobrando então mais 3 aniversariantes para distribuir (aleatoriamente, pode ser que os três estejam no mesmo mês ou em meses separados, por exemplo, em Fev, Mar e Ago), da mesma maneira, haverá pelo menos um mês com 2 aniversariantes ou mais.
- 4. Seguimos essa lógica até chegar o caso em todos os 13 alunos fazem aniversário em dois meses (aleatoriamente, por exemplo, Jan e Jul) e da mesma maneira, haverá pelo menos um mês com 2 aniversariantes ou mais.
- 5. Por fim, o caso em que todos os 13 alunos fazem aniversário no mesmo mês (aleatoriamente, por exemplo, Jul) e assim, haverá pelo menos um mês com 2 aniversariantes ou mais.

Portanto, das alternativas dadas, com certeza, na sala da professora Débora há um mês com 2 aniversariantes ou mais.

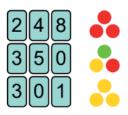
Casos/Mês	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
1^{0}	**	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
2^{0}	*	**	*	*	*	*	*	**	*	*		
30		**	**					**				
:					:					:		
11º	*****						*****					
12^{0}							******					

Quarta Semana:

Desafio Avaliativo. Um jogo consiste em descobrir uma senha de 3 algarismos. Para descobrir qual é essa senha um jogador faz várias tentativas e, em cada uma delas, recebe uma pista através de três bolinhas.

- Cada bolinha vermelha indica que existe um algarismo que não faz parte da senha;
- Cada bolinha amarela indica que existe um algarismo que faz parte da senha, mas está na posição errada;
- Cada bolinha verde indica que existe um algarismo que faz parte da senha e está na posição correta.

Qual é a senha no jogo da figura?



Solução: esse jogo é um tipo de jogo de quebra de senha conhecido como "Mastermind" e envolve análise combinatória, dedução e lógica. Chamando as pistas de 1, 2 e 3 temos:

- Na pista 1, as três bolas vermelhas indicam que os algarismos 2, 4 e 8 não fazem parte da senha.
- Da pista 3, as três bolas amarelas indicam indicam que os algarismos que fazem parte da senha são 3, 0 e 1 mas estão em posições erradas.
- Da pista 2, a bola vermelha indica que o algarismo 5 não faz parte da senha (pois já sabemos que os três algarismo são 3, 0 e 1), a bola verde e a amarela indicam que um dos algarismos entre 3 e 0 está na posição correta e o outro não.
- Assim, com os algarismos 3, 0 e 1 podemos ter as seguintes possibilidades para a senha:

Possibilidade	posição 1	posição 2	posição 3
1 ^a	3	0	1
$2^{\underline{a}}$	3	1	0
$3^{\underline{a}}$	0	1	3
4^{a}	0	3	1
$5^{\underline{a}}$	1	0	3
$6^{\underline{a}}$	1	3	0

- Descartamos a 1^a, 2^a 4^a e 5^a pois da pista 3 já sabemos que não é a posição correta, ou seja, o 3 não pode estar na posição 1, o zero não pode estar na posição 2 e o 1 não pode estar na posição 3.
- Temos então as possibilidades para a ordem da senha 0-1-3 ou 1-3-0. Da pista 2, como já sabemos que o 3 não pode estar na posição 1, segue que o zero está na posição correta (posição 3).
- Portanto, a senha do jogo é 1-3-0.