



Ficha de Dados Pessoais e de Instruções

() Nível Mirim (2° ou 3° anos - Ensino Fundamental I)	() Nível Júnior (4° ou 5° anos - Ensino Fundamental I)
() Nível 1 (6° ou 7° anos - Ensino Fundamental II)	() Nível 2 (8° ou 9° anos - Ensino Fundamental II)
() Nível 3 (1ª e 2ª séries - Ensino Médio)	() Nível 4 (3ª e 4ª séries - Ensino Médio e Cursinho)
Nome Completo	
(sem abreviatura):	
Data de nascimento:	
Ano/série:	
Email:	
Colégio / escola:	
Nome completo	
do seu professor(a)	
de matemática:	
Leia atentamente as ir	nstruções antes do início da prova.
1. Preencha os dados pessoais acima.	
2. A duração da prova é de 3 horas .	
3. O tempo mínimo de prova é de 45 minutos.	
	permitido o uso de borracha, régua, esquadros e compasso para
resolver as questões da prova.	, 0 , 1
<u>-</u>	ar, relógios com calculadora, ou qualquer outro aparelho eletrô-
_	cação de provas com folha de rascunho, anotações ou livros.
6. Os celulares devem permanecer desligados o	
8. Na correção serão considerados todos os rac	na página reservada a ela, de maneira organizada e legível.
9. Respostas sem justificativas não serão cons	_
10. Cada questão tem valor de 20 pontos. A pon	,
11. Ao final da prova, entregue esta prova com a	•
11. 7.0 iiiai da prova, chiregue esta prova com a	s resoruções.
Correção: (Não fazer marcas nos retâng	gulos abaixo)
Questão 1 Questão 2 Questão 3 Ques	tão 4 Questão 5 Questão 6 Nota Final





- 1) A empresa SAÚDE incentiva o viver saudável de suas funcionárias. Para isso, dispensa mais cedo, duas vezes por semana, aquelas envolvidas em alguma prática esportiva. Aproveitando a oportunidade, Amanda, Bruna, Celina e Deise decidiram se associar a uma academia de ginástica, mas escolheram atividades físicas diferentes, quais sejam, musculação, ioga, natação e ginástica aeróbica. O intuito principal delas é manter a forma e, se possível, perder peso. No momento, o peso de cada funcionária assume um dos seguintes valores: 55 kg, 58 kg, 60 kg ou 66 kg. Sabe-se também que:
 - I- Amanda não faz musculação e não pesa 58 kg.
 - II- Bruna faz ioga e não tem 55 kg.
 - III- A jovem que faz musculação pesa 60 kg e não é a Celina.
 - IV- A jovem com 58 kg faz natação.

Com base nessas informações, responda:

- a) Qual é o peso de Amanda?
- b) Deise faz qual atividade?
- c) Bruna é mais pesada que Celina?





2) Escrevendo todos os números inteiros não negativos em ordem crescente, sem excluir nenhum número obtemos:

01234567891011121314151617181920...

Considerando que para determinar a **posição** de um determinado número, conta-se quantos dígitos foram escritos antes que esse número apareça pela primeira vez na lista.

Por exemplo,

a **posição** 7 é 7,

$$\underbrace{0123456}_{7} \ 7 \ 891011121314151617181920...$$

a **posição** do 23 é 2

e a **posição** de 111 é 12.

$$\underbrace{012345678910111}_{12}21314151617181920...$$

a) Qual é a **posição** do número 920?

b) Qual é a **posição** do número 414?

c) Qual é a **posição** do número 2024?





3) Um ladrão roubou um saco de laranjas. Durante a fuga, ao pular uma cerca perdeu metade das laranjas mais meia laranja. Então, perseguido por um cachorro, abandonou metade das laranjas que lhe restavam menos meia laranja. Então ele tropeçou e deixou cair metade das laranjas que lhe restavam, mais meia laranja. Se ele acabou com duas dúzias de laranjas, responda:

a) (Quantas laranjas restaram no sac	o, após	o ladrão	ter sido	perseguido	pelo •	cachorro?

b) Quantas laranjas continha originalmente o saco?





4) Ana faz o seguinte cálculo com números inteiros positivos: ela escolhe um número, eleva esse número à quarta
potência, subtrai o dobro do cubo desse número e soma o quadrado desse número. Por exemplo, se Ana escolhe o
número 2, então o resultado do cálculo é 4.

a)	Qual é o resultado	do cálculo	de Ana com o	o número 3?

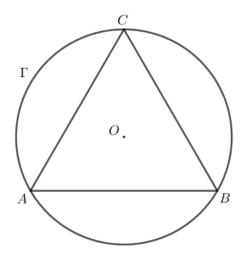
b) Qual é o número que deve ser escolhido por Ana para que o resultado do cálculo seja 1764?

c) Explique por que, para qualquer número que Ana escolher, o resultado final do cálculo será sempre um quadrado perfeito.





5) Sejam uma circunferência Γ de raio $1\,cm$ e um triângulo equilátero ABC, de lado a, inscrito em Γ , conforme a figura abaixo.



a) Determine o comprimento do lado do triângulo ABC.

b) Calcule o valor da área do triângulo *BCO*.

c) Encontre o valor que corresponde a um terço da área da região externa ao triângulo ABC e interna à circunferência Γ .





6) Seja $P = \{a, b, c, d\}$ um subconjunto do conjunto dos números naturais, dois a dois distintos. Chamaremos de número **power** relativo a P a qualquer número que pode ser decomposto na forma $a^b \times c^d$. Por exemplo, se $P = \{2, 3, 5, 7\}$, então 625000 e 151263 são números **power** relativo a P, pois conseguimos decompor $625000 = 2^3 \times 5^7$ e $151263 = 3^2 \times 7^5$.

a)	Quantos	números power	distintos relativos a	$P = \{2,$	$3, 5, 7$ ϵ	existem?
----	---------	---------------	-----------------------	------------	----------------------	----------

b) Qual é o menor número **power** relativo a $P = \{2, 3, 5, 7\}$?

c) Considerando agora um conjunto com cinco elementos, quantos números **power** distintos relativos a $Y = \{1, 2, 3, 5, 7\}$ existem?