Ficha de Dados Pessoais e de Instruções

( ) Nível Mirim (2° ou 3° anos - Ensino Fundamental I)
( ) Nível Júnior (4° ou 5° anos - Ensino Fundamental I)
( ) Nível 1 (6° ou 7° anos - Ensino Fundamental II)
( ) Nível 2 (8° ou 9° anos - Ensino Fundamental II)
( ) Nível 3 (1ª e 2ª séries - Ensino Médio)
( ) Nível 4 (3ª e 4ª séries - Ensino Médio e Cursinho)

Nome Completo (sem abreviatura):	
Data de nascimento:	
Ano/série:	
Email:	
Colégio / escola:	
Nome completo do seu professor(a) de matemática:	

Leia atentamente as instruções antes do início da prova.

1. Preencha os dados pessoais acima.
2. A duração da prova é de **3 horas**.
3. O **tempo mínimo** de prova é de 45 minutos.
4. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta. É permitido o uso de borracha, régua, esquadros e compasso para resolver as questões da prova.
5. **Não é permitido** o uso de calculadora, celular, relógios com calculadora, ou qualquer outro aparelho eletrônico. **Não é permitido** entrar na sala de aplicação de provas com folha de rascunho, anotações ou livros.
6. Os celulares devem permanecer desligados durante a realização da prova.
7. A solução de cada questão deverá ser escrita na página reservada a ela, de maneira organizada e legível.
8. Na correção serão considerados todos os raciocínios apresentados.
9. **Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.**
10. Cada questão tem valor de 20 pontos. A pontuação total da prova é de 120 pontos.
11. Ao final da prova, entregue esta prova com as resoluções.

Correção: (Não fazer marcas nos retângulos abaixo)

Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5	Questão 6	Nota Final

1) A empresa SAÚDE incentiva o viver saudável de suas funcionárias. Para isso, dispensa mais cedo, duas vezes por semana, aquelas envolvidas em alguma prática esportiva. Aproveitando a oportunidade, Amanda, Bruna, Celina e Deise decidiram se associar a uma academia de ginástica, mas escolheram atividades físicas diferentes, quais sejam, musculação, ioga, natação e ginástica aeróbica. O intuito principal delas é manter a forma e, se possível, perder peso. No momento, o peso de cada funcionária assume um dos seguintes valores: 55 kg, 58 kg, 60 kg ou 66 kg. Sabe-se também que:

I- Amanda não faz musculação e não pesa 58 kg.

II- Bruna faz ioga e não tem 55 kg.

III- A jovem que faz musculação pesa 60 kg e não é a Celina.

IV- A jovem com 58 kg faz natação.

Com base nessas informações, responda:

a) Qual é o peso de Amanda?

b) Deise faz qual atividade?

c) Bruna é mais pesada que Celina?

2) Um número natural é chamado **natureba** se o seu algarismo das unidades é 6 e quando este algarismo 6 for retirado da posição das unidades e colocado no início do número, o novo número aumenta em 9 unidades.
A partir disso responda:

a) Caso o número **natureba** tenha dois algarismos, qual é a soma desses algarismos?

b) Caso o número **natureba** tenha três algarismos, qual é a soma desses algarismos?

c) Qual é a soma dos algarismos do número **natureba**, caso ele tenha n algarismos?

3) Considere a seguinte sequência:

$$(a_1,\ a_2,\ a_3,\ 5,\ a_5,\ a_6,\ a_7,\ 2, \cdots).$$

Definida de tal forma que a soma de três números consecutivos é sempre igual a 17, isto é, sempre teremos que

$$a_n + a_{n+1} + a_{n+2} = 17$$

Para todo $n \in \mathbb{N}$.

a) Encontre o valor de a_{2010}.

Se 100 bolas são identificadas com os 100 primeiros números da sequência acima e elas são colocadas em uma urna. Responda:

b) Qual é a probabilidade de se retirar duas bolas, sem reposição, de modo que a soma de seus números seja igual a 7?

c) Qual é o número mínimo de bolas que devem ser retiradas, sem reposição, para que se possa garantir que pelo menos uma delas tenha o número 2?

4) Sejam a, b números naturais ambos não nulos. Ruiter inventou uma operação aritmética representada por $\circledast$ e a definiu conforme segue:

$$a \circledast b = \frac{mmc(a,b)}{mdc(a,b)}.$$

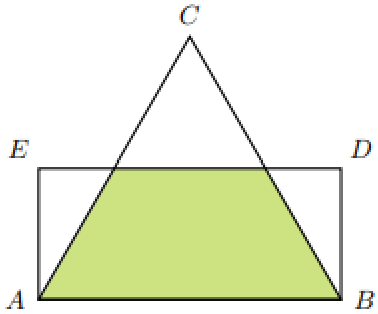
Usando a operação que Ruiter inventou, responda:

a) Qual é o valor de $(12 \circledast 8) \circledast 10$?

b) Qual é o valor de $(24 \circledast 36) \circledast (45 \circledast 60)$?

c) Se $120 \circledast b = 21$, qual é o valor de b?

5) O triângulo equilátero ABC e o retângulo $ABDE$ mostrados na figura abaixo possuem a mesma área. Sabendo que $\overline{AB} = 8$ cm e que os pontos G e H são os pontos de interseção do segmento ED com os segmento AC e BC, respectivamente, determine:



a) A altura e a área do triângulo GCH.

b) O perímetro da região formada pela interseção do triângulo equilátero ABC e o retângulo $ABDE$.

c) A área da região formada pela interseção do triângulo equilátero ABC e o retângulo $ABDE$.

d) A razão entre a área do trapézio, ou seja, da região formada pela interseção do triângulo ABC e do retângulo $ABDE$ e a área do triângulo ABC?

6) Uma caixa contém $2n$ bolas distintas, das quais a são vermelhas e b são azuis, com $a + b = 2n$. Uma bola é retirada da caixa, ao acaso, e recolocada. Em seguida, uma outra bola é retirada ao acaso.

a) Calcule a probabilidade de que as duas bolas sejam da mesma cor quando $n = 3$ nos casos em que:
(i) $a = 2, b = 4$.
(ii) $a = b = 3$.

b) Calcule, no caso geral, a probabilidade p de que as duas bolas sejam da mesma cor.

c) Mostre que tal probabilidade p é mínima para $a = b = n$. Nessas condições, qual é o valor de p?