





Questão 1

Os três mosqueteiros, Athos, Porthos e Aramis, moram com suas esposas Victória, Bela e Rosa na França, na Espanha e na Escócia, não necessariamente nas ordens indicadas.

Além disso, sabe-se que:

I- Porthos não é marido de Rosa.

II- Athos não mora na Escócia e é marido de Victória.

III- O mosqueteiro que mora na França é marido de Bela.

Com base nessas informações, responda.

(a) Qual é o marido de Bela?

(a)

(b) Quem mora na Escócia?

(b)

(c) Quem é casada com Aramis?

(c)

Q1

Questão 2

O menino Tito visitou um *site* de Matemática no qual havia uma brincadeira, que consistia no seguinte: ele deve digitar um número  $n$  e o *site* retorna o número  $\frac{4n-2}{n-1}$ .

(a) Supondo que Tito insira o número 3, qual número o *site* vai retornar?

(b) É possível que Tito insira um número  $n$  e o *site* retorne o número 1? E quanto ao número 6, é possível o *site* retornar?

(c) É possível que Tito insira um número  $n$  e o *site* retorne o número 4?

---

(d) Explique porquê dado um número  $a \neq 4$ , Tito sempre conseguirá inserir um número  $n$  de modo que o *site* retorne o número  $a$ .

---

Questão 3

Denomina-se *n*-sequência a uma lista constituída por *n* algarismos. Por exemplo, (2, 3, 1, 1, 5, 4) é uma 6-sequência. Considerando apenas os algarismos 1, 2, 3, 4, 5 e 6, encontre o número de maneiras de se formarem 5-sequência se:

(a) repetições de algarismos são permitidas;

---

(b) repetições de algarismos não são permitidas;

---

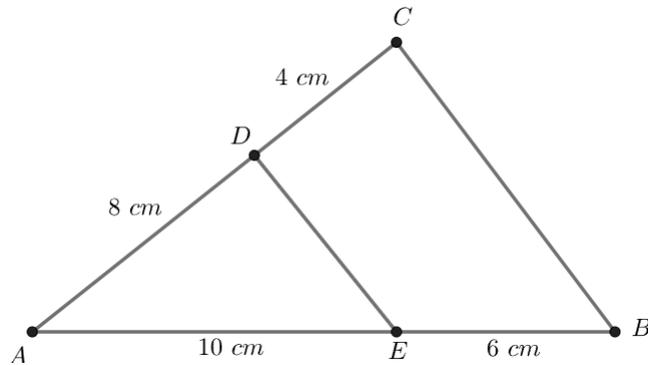
(c) as sequências contêm o algarismo 3 e repetições não são permitidas.

---

---

Questão 4

Considere o triângulo  $ABC$  como mostrado na figura abaixo, na qual também estão indicadas as medidas dos segmentos. Admita que a área do triângulo  $ABC$  seja igual a  $64 \text{ cm}^2$ .



(a) Determine a altura relativa ao vértice  $C$  do triângulo  $ABC$ .

(a)

(b) Calcule a área do triângulo  $CDE$ .

(b)

(c) Encontre a razão entre as áreas dos triângulos  $CDE$  e  $ADE$ .

(c)

Q4

Questão 5

Sabendo que  $M$  é um número natural de três algarismos e que  $P$  é o número formado invertendo-se a ordem dos algarismos das unidades e centenas de  $M$ , com  $M > P$ .

(a) Mostre que  $M - P$  é número divisível por 9 e por 11.

(a)

(b) Qual é o maior e o menor valor possível para a diferença  $M - P$ ?

(b)

(c) Supondo que  $M = 6ab$ , sendo  $a$  o algarismo das dezenas e  $b$  o algarismo das unidades. Se  $M - P = 396$ , determine o valor de  $b$ .

(c)

Q5

Questão 6

A sequência de *Collatz* é definida de maneira muito simples, são apenas duas regras. Para começar escolha um número natural qualquer  $n \geq 1$ , e esse é o primeiro termo da sequência. Então, se  $n$  for par, divida por 2:  $n/2$ ; e se  $n$  for ímpar, multiplique por 3 e adicione 1:  $3n + 1$ ; e esse será o segundo termo da sequência. Depois aplique a regra para o segundo termo para obter o terceiro e assim sucessivamente.

(a) Começando com  $n = 6$ , escreva os primeiros cinco termos da sequência.

(a)

(b) Iniciando com  $n = 8$ , qual é o termo que ocupa a 2025<sup>a</sup> posição da sequência?

(b)

(c) Supondo que a sequência foi iniciada com um certo número natural  $n \geq 1$  e evoluiu de modo que o sétimo termo da sequência é o número 8. Encontre três possíveis valores para  $n$ , isto é, três números iniciais distintos.

(c)

Q6

Folha de Rascunho