





Questão 1

Os três mosqueteiros, Athos, Porthos e Aramis, moram com suas esposas Victória, Bela e Rosa na França, na Espanha e na Escócia, não necessariamente nas ordens indicadas.

Além disso, sabe-se que:

I- Porthos não é marido de Rosa.

II- Athos não mora na Escócia e é marido de Victória.

III- O mosqueteiro que mora na França é marido de Bela.

Com base nessas informações, responda.

(a) Qual é o marido de Bela?

(a)

(b) Quem mora na Escócia?

(b)

(c) Quem é casada com Aramis?

(c)

Q1

Questão 2

Denomina-se *n*-sequência a uma lista constituída por *n* algarismos. Por exemplo, (2, 3, 1, 1, 5, 4) é uma 6-sequência. Considerando apenas os algarismos 1, 2, 3, 4, 5 e 6, encontre o número de maneiras de se formarem 5-sequência se:

(a) repetições de algarismos são permitidas;

---

(b) repetições de algarismos não são permitidas;

---

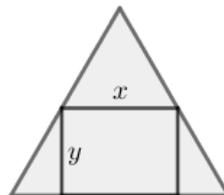
(c) as sequências contêm o algarismo 3 e repetições não são permitidas.

---

---

Questão 3

Considere um triângulo equilátero de perímetro 12 centímetros, no qual se inscreve um retângulo de modo que um de seus lados fique sobre um dos lados do triângulo, como na figura abaixo. Admitindo que o retângulo de lados  $x$  e  $y$  tem a maior área possível, determine:



(a) O valor de  $y$  em função de  $x$ .

---

(b) O perímetro do retângulo.

---

(c) A diferença entre as áreas do triângulo e do retângulo.

---

---

Questão 4

Seja  $n \geq 1$  um número natural e considere a expressão

$$S(n) = 1 + 2 + 3 + \cdots + n,$$

a soma dos  $n$  primeiros números naturais.

(a) Calcule  $S(20)$ .

---

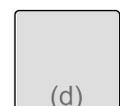
(b) Prove que  $S(n) = \frac{n(n+1)}{2}$ , para todo  $n \geq 1$ .

---

(c) Mostre que, para todo número natural  $n \geq 1$ , a soma  $S(n)$  é divisível por  $n$  se, e somente se,  $n$  é ímpar.



(d) Encontre todos os inteiros  $n$  tais que  $1 \leq n < 50$  e  $S(n)$  seja múltiplo de 15.



Questão 5

Uma certa função,  $f$ , definida sobre o conjunto dos números naturais é tal que  $f(1) = 1$ ,  $f(2n) = f(n)$  e  $f(2n + 1) = f(2n) + 1$ , para todo  $n$  natural, maior ou igual a 1.

(a) Calcule  $f(8)$

---

(b) Calcule  $f(11)$ .

---

(c) Quantos são os números naturais, menores que 2015, para os quais  $f(n) = 1$ ?

---

---

Questão 6

Joaquim listou todos os números inteiros positivos de dois algarismos que são divisíveis por cada um dos seus algarismos. Por exemplo, Joaquim listou o número 24, pois é divisível por 2 e por 4, mas ele não listou o 47, pois não é divisível nem por 4 e nem por 7.

(a) Liste os números que o Joaquim encontrou cujo algarismo das dezenas é 1, 2 ou 3.

---

(b) Quantos números pares Joaquim encontrou?

---

(c) Qual é a soma de todos os números que Joaquim encontrou?

---

---

Folha de Rascunho