

Questão 1

Os três mosqueteiros, Athos, Porthos e Aramis, moram com suas esposas Victória, Bela e Rosa na França, na Espanha e na Escócia, não necessariamente nas ordens indicadas.

Além disso, sabe-se que:

I- Porthos não é marido de Rosa.

II- Athos não mora na Escócia e é marido de Victória.

III- O mosqueteiro que mora na França é marido de Bela.

Com base nessas informações, responda.

(a) Qual é o marido de Bela?

(a)

(b) Quem mora na Escócia?

(b)

(c) Quem é casada com Aramis?

(c)

Q1

Questão 2

Seja $n \geq 1$ um número natural e considere a expressão

$$S(n) = 1 + 2 + 3 + \cdots + n,$$

a soma dos n primeiros números naturais.

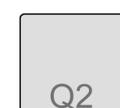
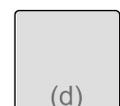
(a) Calcule $S(20)$.

(b) Prove que $S(n) = \frac{n(n+1)}{2}$, para todo $n \geq 1$.

(c) Mostre que, para todo número natural $n \geq 1$, a soma $S(n)$ é divisível por n se, e somente se, n é ímpar.



(d) Encontre todos os inteiros n tais que $1 \leq n < 50$ e $S(n)$ seja múltiplo de 15.



Questão 3

Considere um triângulo retângulo ABC , reto em C , cujos comprimentos dos catetos são 18 cm e 24 cm , respectivamente. Sabendo que nesse triângulo retângulo foi inscrito um círculo, responda:

(a) Qual é a medida do raio do círculo inscrito no triângulo retângulo ABC ?

(b) Qual é a medida da altura relativa a hipotenusa do triângulo ABC ?

(c) Qual é a distância do centro do círculo inscrito no triângulo até a altura relativa à hipotenusa?

Questão 4

Um jogo consiste em jogar um dado não viciado de 6 lados. Se o número 6 aparecer, o jogador vence. Se os números 2, 3 ou 5 aparecer, o jogo para e o jogador perde. Se os números 1 ou 4 aparecer, o jogador pode jogar novamente.

A partir disso responda:

(a) Qual é a probabilidade de que o jogador ganhe na terceira jogada?

(b) Qual é a probabilidade de que o jogador ganhe na trigésima jogada?

(c) Qual é a probabilidade de que o jogador eventualmente ganhe?

Questão 5

Sabemos que um número é divisível por 11 se a soma S_p dos algarismos de ordem par menos a soma S_i dos algarismos de ordem ímpar é um número divisível por 11. Por exemplo, 57607 é divisível por 11, pois $S_p = 0 + 7 = 7$ e $S_i = 7 + 6 + 5 = 18$ e $S_i - S_p = 18 - 7 = 11$ é divisível por 11. Em particular, se $S_p = S_i$, o número dado é divisível por 11.

Usando esse critério de divisibilidade responda:

(a) O número 13695 é divisível por 11?

(b) O número 1372557 é divisível por 11?

(c) Qual é o maior número par de cinco algarismos que é divisível por 11?

Questão 6

Considere a função real f , definida implicitamente pela expressão

$$f\left(\frac{x}{2}\right) + \frac{f\left(\frac{2}{x}\right)}{2} = x$$

Diz-se que f é dada implicitamente quando $f(x)$ não aparece isolada em um dos membros da expressão.

Com base nisso, responda:

(a) Qual é o domínio de f ? Determine o $f(1)$.

(a)

(b) Calcule $f(10)$.

(b)

(c) Determine a forma explícita da função f , isto é, isole a variável dependente $f(x)$.

(c)

Q6

Folha de Rascunho