

Você está participando da
12ª Olimpíada Pontagrossense de Matemática!
Primeira Fase - Nível 1

Instruções

A duração da prova é de 3 horas. O tempo mínimo de prova é de 30 minutos. O caderno de questões pode ser feito à lápis ou à caneta, você poderá levá-lo para a casa.

É permitido o uso de borracha, régua, esquadros e compasso para resolver as questões da prova.

Durante a prova não será permitido: comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas; bem como usar quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, tablets, relógios, *smartwatches*, etc.). Não é permitido entrar na sala de aplicação de provas com folhas de rascunho, anotações ou livros.

Você receberá um cartão de respostas. Ele é personalizado. Verifique se o cartão de respostas que você recebeu tem seu nome, em caso afirmativo assine-o ou então comunique ao fiscal de sala que o cartão que você recebeu não é o seu.

O cartão de respostas que você recebeu tem 60 questões, mas sua prova tem apenas 20 questões, assim você deve marcar as respostas de sua prova nas questões do seu cartão de respostas numeradas de 1 a 20.

Cada questão tem cinco alternativas de resposta: (a), (b), (c), (d), (e), e apenas uma delas é correta.

Marque suas respostas com caneta esferográfica com tinta azul escura ou preta, escrita grossa e de corpo transparente. Como no exemplo abaixo:

Questão 60: Enunciado?

- (a) Correta
- (b) Incorreta
- (c) Incorreta
- (d) Incorreta
- (e) Incorreta

60
<input checked="" type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>

Observe que a alternativa correta da Questão 60 é (a), e no gabarito, na Questão 60 o quadradinho (a) foi preenchido. Lembre-se de pintar todo o quadradinho, como na figura.

Marque apenas uma alternativa para cada questão. Marcando mais de uma alternativa perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas seja a correta.

Ao final da prova, entregue o cartão de respostas para o fiscal de sala.

Boa Prova! Que a Matemática esteja com você!

Realização:

Apoio:

Questão 1

Rascunho

O valor da expressão

$$\sqrt{a} \sqrt[3]{a^2} \sqrt[4]{a}$$

é:

- (a) $\sqrt[8]{a^4}$
- (b) $a \sqrt[12]{a^5}$
- (c) $\sqrt[12]{a^5}$
- (d) $a \sqrt[12]{a^{11}}$
- (e) $a \sqrt[12]{a}$

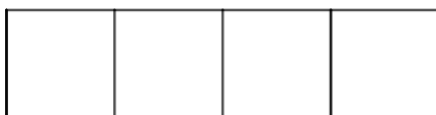
Questão 2

O número 2025^2 é divisível por quantos dos seguintes números: 3, 5, 9 e 15?

- (a) 1
- (b) 2
- (c) 3
- (d) 4
- (e) Nenhum

Questão 3

Na figura abaixo, quatro quadrados foram colocados lado a lado para formar um retângulo com perímetro de 140 cm.



Qual é a área de cada quadrado?

- (a) 400 cm^2
- (b) 360 cm^2
- (c) 300 cm^2
- (d) 256 cm^2
- (e) 196 cm^2

Questão 4

Rascunho

Efetuando as operações na expressão

$$\frac{1}{3 + \frac{1}{3 - \frac{1}{3}}},$$

podemos reduzi-la a fração irredutível:

- (a) $\frac{27}{8}$
- (b) $\frac{10}{33}$
- (c) $\frac{33}{10}$
- (d) $\frac{1}{3}$
- (e) $\frac{8}{27}$

Questão 5

Um colecionador tem três relógios raros: um de Ouro (O), um de Prata (P) e um de Bronze (B). Ele deixou as seguintes pistas sobre a idade deles:

- I. O relógio de Ouro tem o triplo da idade do de Prata.
- II. O relógio de Prata tem metade da idade do de Bronze.
- III. Daqui a 10 anos, o relógio de Bronze terá o quádruplo da idade que o de Prata tem hoje.

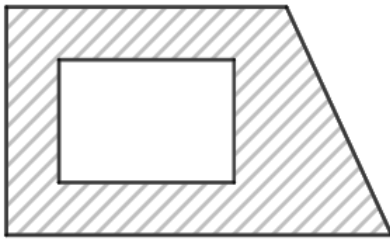
Qual será a idade do relógio de Prata daqui a 10 anos?

- (a) 15 anos
- (b) 20 anos
- (c) 25 anos
- (d) 30 anos
- (e) 35 anos

Questão 6

Rascunho

O pedreiro Marcos construiu uma piscina retangular de dimensões 10 m por 7 m em um jardim com o formato de trapézio, conforme pode ser observado na figura abaixo. A altura do trapézio mede 13 m e suas bases medem 22 m e 16 m.



Sabendo que a parte do jardim não ocupada pela piscina foi coberta com grama, assinale a alternativa que representa a área gramada.

- (a) 247 m²
- (b) 187 m²
- (c) 177 m²
- (d) 317 m²
- (e) 147 m²

Questão 7

Chamamos um número inteiro positivo de *Classe A* quando a soma de seus algarismos deixa resto 1 na divisão por 3.

Por exemplo: 2026 é de *Classe A*, pois:

$$2026 \Rightarrow 2 + 0 + 2 + 6 = 10 \Rightarrow 10 = 3 \times 3 + 1$$

Sabendo disso, determine quantos números de *Classe A* existem de 0 à 2027?

- (a) 673
- (b) 674
- (c) 675
- (d) 676
- (e) 2026

Questão 8

Rascunho

Quatro números inteiros ímpares consecutivos são somados. Se o menor deles é $2m - 1$, então a soma desses números vale:

- (a) $8m + 8$
- (b) $8m + 2$
- (c) $8m + 10$
- (d) $8m + 3$
- (e) $8m - 10$

Questão 9

Quantos números inteiros positivos, pares e menores que 1000 existem, cujo produto de seus algarismos é um número múltiplo de 168?

- (a) 6
- (b) 8
- (c) 14
- (d) 12
- (e) 10

Questão 10

Três caixas são apresentadas a você. Uma contém R\$1000,00, as outras duas estão vazias. Cada caixa tem uma pista escrita sobre seu conteúdo e apenas uma mensagem diz a verdade, as outras duas mentem.

- a primeira caixa diz: "O dinheiro não está aqui",
- a segunda caixa diz: "O dinheiro está na primeira caixa" e
- a terceira caixa diz: "O dinheiro não está aqui".

Qual caixa contém o dinheiro?

- (a) A primeira caixa
- (b) A segunda caixa
- (c) A terceira caixa
- (d) Mais de uma caixa pode conter o dinheiro
- (e) Nenhuma das caixas

Questão 11

Considerando o número N como o resultado da multiplicação de todos os números inteiros de 1 até 20.

Assinale a alternativa que representa a maior potência de 3 que divide o número N .

- (a) 3^8
- (b) 3^7
- (c) 3^6
- (d) 3^5
- (e) 3^9

Questão 12

Se o comprimento de um retângulo for aumentado em 30% e a largura for diminuída em 20%, então a área será:

- (a) aumentada em 4%
- (b) diminuída em 6%
- (c) aumentada em 6%
- (d) aumentada em 10%
- (e) aumentada em 56%

Questão 13

Pedro está brincando com um jogo de tabuleiro que possui casas numeradas de 2 a 12. Ele deve escolher uma única casa para posicionar sua peça. Em seguida, são lançados dois dados honestos, e Pedro ganha uma recompensa se a soma dos resultados dos dados for igual ao número da casa escolhida.

Qual é a melhor casa para Pedro posicionar sua peça, de modo a maximizar a chance de receber a recompensa?

- (a) 5
- (b) 6
- (c) 7
- (d) 8
- (e) 9

Rascunho

Questão 14

Ao observar o calendário de um ano qualquer, Bianca observou que um certo mês começava em um sábado e o mês seguinte terminava em uma quinta-feira.

Nesse tal ano, o feriado do dia 7 de setembro ocorreu:

- (a) Sábado
- (b) Terça-feira
- (c) Quarta-feira
- (d) Quinta-feira
- (e) Segunda-feira

Questão 15

Ao escrever os 50 primeiros números inteiros positivos ímpares, quantas vezes o algarismo 7 aparece?

- (a) 14
- (b) 15
- (c) 16
- (d) 17
- (e) 13

Questão 16

Dado que $0 < a < b < c < d$, qual dos seguintes valores é o maior?

Sugestão: Obedecendo as condições dadas, substitua a , b , c e d por números naturais quaisquer para facilitar sua resolução.

- (a) $\frac{a+b}{c+d}$
- (b) $\frac{a+d}{b+c}$
- (c) $\frac{b+c}{a+d}$
- (d) $\frac{b+d}{a+c}$
- (e) $\frac{c+d}{a+b}$

Rascunho

Questão 17

Rascunho

O valor da expressão

$$\frac{10^6 - 10^4}{99}$$

é:

- (a) $2^4 5^4$
- (b) $2^2 5^2$
- (c) $2^3 5^3$
- (d) 10^3
- (e) 100

Questão 18

Frederico, que está fazendo uma reportagem para o jornal da escola, sabe que Ana, Bela e Claudete foram as três finalistas do concurso de talentos, mas não sabe quem ficou em primeiro, segundo ou terceiro lugar. Ele sabe três coisas:

- I. Se Ana não ganhou o primeiro lugar, então Bela ganhou.
- II. Se Bela não ganhou o segundo lugar, então Ana ficou em último.
- III. Se Claudete ficou em último, então Ana não ficou em primeiro.

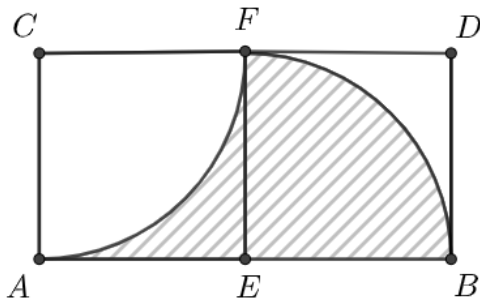
Qual das seguintes opções representa a ordem correta?

- (a) Primeiro: Ana; Segundo: Bela; Terceiro: Claudete.
- (b) Primeiro: Ana; Segundo: Claudete; Terceiro: Bela.
- (c) Primeiro: Bela; Segundo: Ana; Terceiro: Claudete.
- (d) Primeiro: Bela; Segundo: Claudete; Terceiro: Ana.
- (e) Não é possível determinar com as informações fornecidas.

Questão 19

Rascunho

Sabendo que $ACFE$ e $EFDB$ são quadrados com um lado comum EF de comprimento 12 centímetros. Os arcos AF e BF representam um quarto do comprimento de um círculo.



Assinale a alternativa que representa, em centímetros quadrados, a área da região hachurada.

- (a) 36π
- (b) 144
- (c) 144π
- (d) $288 - 36\pi$
- (e) 252

Questão 20

Barnabé possui uma tecla especial em sua calculadora. Sempre que ele digita um número n e pressiona essa tecla, o número exibido passa a ser: $2 \times n + 1$.

Por exemplo, se Barnabé digitar 12, ao apertar a tecla especial aparecerá: $2 \times 12 + 1 = 25$.

Em certo dia, Barnabé digitou um número, pressionou duas vezes a tecla especial e obteve como resultado um valor 5 vezes maior que o número digitado inicialmente. Qual número Barnabé obterá se pressionasse mais uma vez a tecla especial?

- (a) 23
- (b) 15
- (c) 31
- (d) 3
- (e) 2