

Você está participando da  
12ª Olimpíada Pontagrossense de Matemática!  
Primeira Fase - Nível 3

### Instruções

A duração da prova é de 3 horas. E o tempo mínimo de prova é de 30 minutos. O caderno de questões pode ser feito à lápis ou à caneta, você poderá levá-lo para a casa.

É permitido o uso de borracha, régua, esquadros e compasso para resolver as questões da prova.

Durante a prova não será permitido: comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas; bem como usar quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, tablets, relógios, *smartwatches*, etc.). Não é permitido entrar na sala de aplicação de provas com folhas de rascunho, anotações ou livros.

Você receberá um cartão de respostas. Ele é personalizado. Verifique se o cartão de respostas que você recebeu tem seu nome, em caso afirmativo assine-o ou então comunique ao fiscal de sala que o cartão que você recebeu não é o seu.

O cartão de respostas que você recebeu tem 60 questões, mas sua prova tem apenas 20 questões, assim você deve marcar as respostas de sua prova nas questões do seu cartão de respostas numeradas de 1 a 20.

Cada questão tem cinco alternativas de resposta: (a), (b), (c), (d), (e), e apenas uma delas é correta.

Marque suas respostas com caneta esferográfica com tinta azul escura ou preta, escrita grossa e de corpo transparente. Como no exemplo abaixo:

Questão 60: Enunciado?

- (a) Correta
- (b) Incorreta
- (c) Incorreta
- (d) Incorreta
- (e) Incorreta

60
<input checked="" type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>

Observe que a alternativa correta da Questão 60 é (a), e no gabarito, na Questão 60 o quadradinho (a) foi preenchido. Lembre-se de pintar todo o quadradinho, como na figura.

Marque apenas uma alternativa para cada questão. Marcando mais de uma alternativa perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas seja a correta.

**Ao final da prova, entregue o cartão de respostas para o fiscal de sala.**

*Boa Prova! Que a Matemática esteja com você!*

Realização:

Apoio:



Questão 1

Rascunho

No Planeta *OPMat - 12*, os habitantes utilizam um calendário um tanto diferente. Eles marcam os anos da mesma forma que nós, utilizam 365 dias, 12 meses com os mesmos nomes e a mesma quantidade de dias. Entretanto eles demarcam as semanas de uma forma diferente, suas semanas contém 12 dias.

**CALENDÁRIO *OPMat - 12***

**MAIO 2026**

1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	11°	12°
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29	30	31			

Se hoje é o 8° dia da semana, dia 30 de maio de 2026 em *OPMat - 12*, em que dia da semana cairá o dia 28 de maio de 2027 nesse planeta?

- (a) 1° dia da semana
- (b) 5° dia da semana
- (c) 8° dia da semana
- (d) 9° dia da semana
- (e) 11° dia da semana

Questão 2

Sabendo que o triângulo  $ABC$ , com  $\overline{AB} = \overline{AC} = 10$  cm,  $\overline{BC} = 12$  cm está inscrito no círculo, então o raio do círculo tem medida:

- (a)  $\frac{25}{4}$  cm
- (b)  $\frac{5}{8}$  cm
- (c)  $\frac{25}{8}$  cm
- (d) 4 cm
- (e) 6 cm

Questão 3

Considere o seguinte jogo criado por Romário. Um tabuleiro possui 7 casas em linha reta, numeradas de 1 a 7, sendo a casa 1 a casa inicial e a casa 7 a casa final. Romário começa na casa inicial. Em cada rodada, Romário lança um dado honesto de 6 faces numeradas de 1 a 6. O número obtido indica quantas casas ele deve avançar no tabuleiro. Romário vence se parar exatamente na casa final. Se ultrapassar a casa 7, ele perde imediatamente.

Por exemplo, se Romário tira 2 no primeiro lançamento, avança para a casa 3. Se, no lançamento seguinte, tirar 5, ultrapassa a casa final e perde.

Qual é a probabilidade de Romário vencer até o segundo lançamento do dado?

- (a)  $\frac{1}{4}$
- (b)  $\frac{11}{36}$
- (c)  $\frac{1}{3}$
- (d)  $\frac{5}{18}$
- (e)  $\frac{7}{36}$

Questão 4

Num país com alta inflação, ocorreu a seguinte situação: ao longo de três semanas consecutivas, o preço da gasolina sofreu um aumento de 50%, depois uma redução de 20% e, por fim, um novo aumento de 25%.

Em relação ao preço inicial, ao final desse período o preço da gasolina:

- (a) não sofreu alteração
- (b) teve um aumento de 20%
- (c) teve um aumento de 40%
- (d) teve um aumento de 50%
- (e) teve um aumento de 60%

Rascunho

Questão 5

Rascunho

João, Joaquim e Jorge são suspeitos de roubar o celular da Diretora do Colégio, eles foram levados à presença de um velho e sábio professor de Matemática do Colégio. Sabe-se que um e apenas um dos suspeitos é culpado e que o culpado às vezes fala a verdade e às vezes mente. Sabe-se, também, que dos outros dois suspeitos, ou seja, dos suspeitos que na verdade são inocentes, um sempre mente e o outro sempre diz a verdade. O velho e sábio professor de Matemática perguntou, a cada um dos suspeitos, qual entre eles era o culpado.

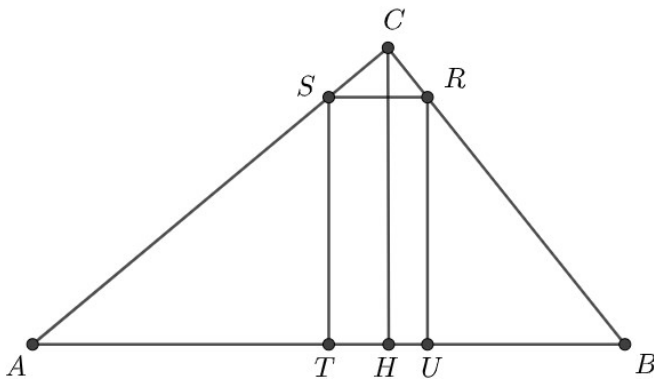
- O João disse: "Eu sou o culpado".
- O Joaquim disse, apontando para o João: "Ele é o culpado".
- Disse, por fim, o Jorge: "Eu roubei o celular da diretora e o culpado sou eu".

O velho e sábio professor de Matemática, então, sorriu e concluiu corretamente que:

- (a) O culpado é o Joaquim e o Jorge é o inocente que sempre mente
- (b) O culpado é o Jorge e o João é o inocente que sempre mente
- (c) O culpado é o João e o Jorge é o inocente que sempre mente
- (d) O culpado é o Jorge e o João é o inocente que sempre diz a verdade
- (e) O culpado é o João e o Joaquim é o inocente que sempre mente

Questão 6

Na figura abaixo, sabe-se que  $\overline{AB} = 12$  cm,  $\overline{CH} = 6$  cm e que  $CH$  é perpendicular a  $AB$ . Além disso, a área do retângulo  $RSTU$  é igual a  $10$  cm<sup>2</sup>.



Considerando que um dos lados do retângulo mede mais do que 1 cm, assinale a alternativa que representa as medidas dos lados desse retângulo.

- (a) 2 e 5 centímetros
- (b) 1 e 10 centímetros
- (c) 3,33 e 3 centímetros
- (d) 2,5 e 4 centímetros
- (e) 1,25 e 8 centímetros

Questão 7

Alberto colocou em uma urna 6 bolinhas numeradas de 1 a 6. Foram sorteadas 3 dessas bolinhas de modo que a bolinha sorteada não volta para a urna. Supondo que cada bolinha tem a mesma chance de ser sorteada, em quantas possibilidades os números formados pela primeira, segunda e pela terceira bolinha sorteadas, nessa ordem, começa pelo algarismo 3?

- (a) 120
- (b) 60
- (c) 30
- (d) 20
- (e) 10

Rascunho

Questão 8

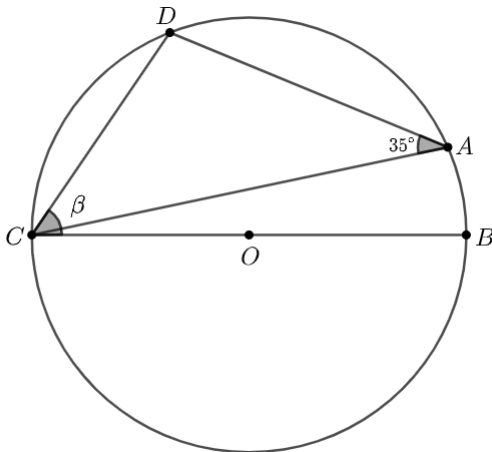
Rascunho

Uma figura sólida tem todas as faces triangulares. Essa figura tem um total de 11 vértices. Considerando que em cada um dos seis vértices, quatro faces se encontram e em cada um dos outros cinco vértices, seis faces se encontram, o total de faces que essa figura tem é:

- (a) 54
- (b) 36
- (c) 33
- (d) 27
- (e) 18

Questão 9

Na figura abaixo,  $O$  é o centro da circunferência e  $A, B, C$  e  $D$  são pontos pertencentes à circunferência de tal forma que o segmento  $\overline{CB}$  passa por  $O$ . Se o ângulo  $\widehat{CAD} = 35^\circ$ , então o valor do ângulo  $\widehat{BCD}$  é:



- (a)  $35^\circ$
- (b)  $55^\circ$
- (c)  $65^\circ$
- (d)  $70^\circ$
- (e)  $110^\circ$

Questão 10

Rascunho

Um número de seis dígitos que é formado pela repetição de um número de três dígitos é chamado de "números repetidos". Por exemplo, 256.256 ou 678.678, etc.

Qual é o máximo divisor comum de todos os números repetidos?

- (a) 7
- (b) 11
- (c) 13
- (d) 101
- (e) 1001

Questão 11

Considere a sequência numérica:

$$1, 3, 7, 15, 31, \dots$$

Chamamos de  $a_n$  o  $n$ -ésimo termo dessa sequência. Assim, por exemplo,  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = 3$ ,  $a_3 = 7, \dots$ .

Sabe-se que o primeiro termo é  $a_1 = 1$  e que, para todo número natural  $n \geq 1$  cada termo seguinte é igual a 2 vezes o termo anterior mais 1. Isto é,  $a_{n+1} = 2a_n + 1$ .

Qual é o valor de  $\frac{a_{20} + 1}{a_{16} + 1}$ ?

- (a) 4
- (b) 8
- (c) 12
- (d) 16
- (e) 20

**Questão 12**

A soma das raízes de  $x^3 + 4x^2 - 7x = 10$  é  $-4$ .

Determine qual é a soma das raízes de

$$(x - 3)^3 + 4(x - 3)^2 - 7(x - 3) = 10.$$

- (a) 5
- (b)  $-13$
- (c)  $-7$
- (d)  $-1$
- (e) Nenhuma das alternativas.

**Questão 13**

Se uma comissão de 4 pessoas for escolhida entre 5 homens e 5 mulheres, qual é a probabilidade de que ela seja composta por 2 homens e 2 mulheres?

- (a)  $\frac{1}{2}$
- (b)  $\frac{2}{5}$
- (c)  $\frac{5}{63}$
- (d)  $\frac{10}{21}$
- (e)  $\frac{2}{21}$

**Questão 14**

Suponha que  $P\left(\frac{x}{3}\right) = x^2 + x + 1$ . Qual é a soma de todos os valores de  $x$  para os quais  $P(3x) = 7$ ?

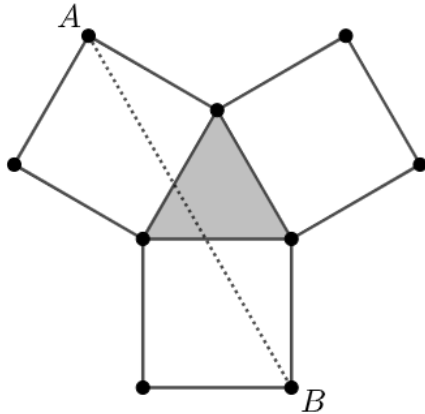
- (a)  $-\frac{1}{3}$
- (b)  $-\frac{1}{9}$
- (c)  $\frac{0}{2}$
- (d)  $\frac{5}{9}$
- (e)  $\frac{5}{3}$

**Rascunho**

Questão 15

Rascunho

Sobre cada um dos lados de um triângulo equilátero de lado 8 cm foi construído um quadrado, como mostra a figura abaixo.



A distância entre os vértices  $A$  e  $B$  é:

- (a)  $4\sqrt{8+2\sqrt{3}}$
- (b)  $8\sqrt{4+3\sqrt{2}}$
- (c)  $3\sqrt{4+2\sqrt{6}}$
- (d)  $8\sqrt{4+2\sqrt{3}}$
- (e)  $2\sqrt{4+2\sqrt{3}}$

Questão 16

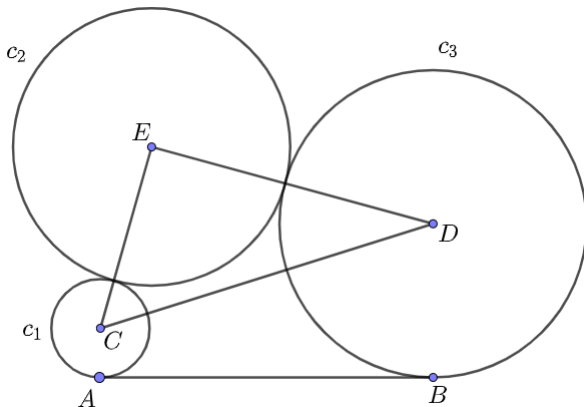
Carlos, começando com R\$ 128,00, faz seis apostas consecutivas, em cada uma das quais arrisca perder ou ganhar a metade do que possui naquele momento.

Se ele ganha três e perde três dessas apostas, pode-se afirmar que ele:

- (a) Perde R\$ 54,00
- (b) Perde R\$ 74,00
- (c) Ganha dinheiro
- (d) Não ganha dinheiro nem perde dinheiro
- (e) Ganha ou perde dinheiro, pois depende da ordem em que ocorrem suas vitórias e derrotas

Questão 17

Da figura abaixo, sabe-se que as circunferências  $c_1$ ,  $c_2$  e  $c_3$  possuem raios com medidas 2 cm, 5 cm, 6 cm, respectivamente. Também sabe-se que o segmento  $\overline{AB}$  de medida 13 cm é tangente à  $c_1$  e  $c_3$ ; além de que  $c_2$  é tangente à  $c_1$  e  $c_3$ .



Sabendo dessas informações, determine, o perímetro do triângulo  $CDE$ , formado pelos segmentos que ligam o centro das 3 circunferências.

- (a) 26 cm
- (b)  $26 + \sqrt{185}$  cm
- (c)  $26 + \sqrt{170}$  cm
- (d)  $18 + \sqrt{170}$  cm
- (e)  $18 + \sqrt{185}$  cm

Questão 18

Assinale a alternativa que corresponde aos números inteiros positivos menores ou iguais a 2026 que são múltiplos de 3 e 5, mas não são múltiplos de 8.

- (a) 16
- (b) 17
- (c) 118
- (d) 119
- (e) 136

Rascunho

Questão 19

Rascunho

Amarildo, Bruno e Camilo receberam uma proposta para executar uma obra da prefeitura. Em seguida são registradas as declarações dadas pelos três, após a conclusão da obra:

- Amarildo: Não é verdade que Bruno e Camilo executaram a obra.
- Bruno: Se Amarildo não executou a obra, então Camilo a executou.
- Camilo: Eu não executei a obra, mas Amarildo ou Bruno a executaram.

Se somente a afirmação de Bruno é falsa, então a obra foi executada apenas por:

- (a) Bruno
- (b) Amarildo
- (c) Camilo
- (d) Bruno e Camilo
- (e) Amarildo e Camilo

Questão 20

Considere uma urna com 6 bolas vermelhas, 4 azuis e 3 brancas, todas indistinguíveis quanto ao tamanho e ao material. Duas bolas são retiradas sucessivamente, sem reposição.

Qual é a probabilidade de que as duas bolas retiradas tenham cores diferentes?

- (a)  $\frac{18}{39}$
- (b)  $\frac{4}{13}$
- (c)  $\frac{9}{13}$
- (d)  $\frac{6}{13}$
- (e)  $\frac{1}{2}$