

Questão 1

Os alunos da turma M praticam a soma e a multiplicação de números inteiros. A professora Margarete escreve os números de 1 a 16 em dezesseis fichas, uma para cada número, e coloca todas as fichas em uma urna.

Marta retira quatro fichas da urna e deve calcular a soma e o produto dos quatro números correspondentes. Mara, Maria e Marina fazem o mesmo, nessa ordem, esvaziando completamente a urna.

- I- Marta informa à professora Margarete que retirou quatro números consecutivos cujo produto é exatamente 20 vezes a soma deles.
- II- Mara informa que não tem nenhum número primo, mas retirou três números consecutivos e o produto dos seus quatro números é exatamente 320 vezes a soma desses três consecutivos.
- III- Maria afirma que as suas fichas contêm o único número primo par existente, o maior número primo que restava na urna, e que o produto de todos os seus quatro números é 364.

Com base nestas informações, responda justificando seus raciocínios:

(a) Qual é o maior número que Marta retirou?

(a)

(b) Quais foram os números retirados por Mara?

(b)

(c) Qual é a soma e o produto dos números retirados por Maria?

(c)

(d) Quais fichas restaram para Marina?

(d)

Q1

Questão 2

Em uma lanchonete, há quatro sanduíches diferentes e três tipos de bebidas. Observe o cardápio desta lanchonete, que foi entregue a um cliente:

**CARDÁPIO DA
LANCHONETE**



BEBIDAS

SUCO

REFRIGERANTE

ÁGUA



SANDUÍCHES

FRANGO

CARNE

QUEIJO

VEGETARIANO

Se o cliente escolhe exatamente um sanduíche e uma bebida, responda o que se pede.

(a) De quantas maneiras diferentes ele pode fazer seu pedido?

(a)

(b) De quantas maneiras ele pode fazer seu pedido sem escolher o sanduíche de carne?

(b)

(c) De quantas maneiras ele pode fazer seu pedido escolhendo o sanduíche de frango ou a bebida suco?

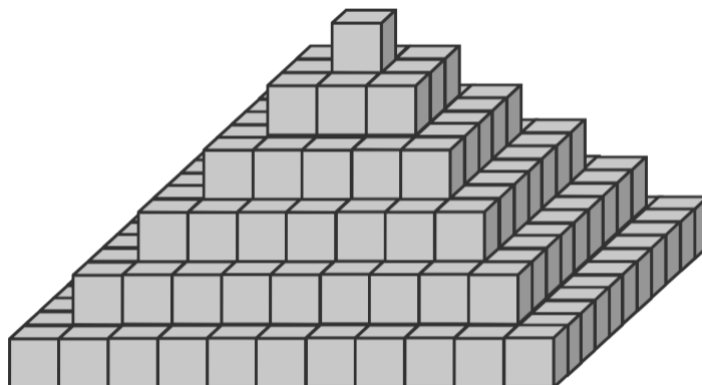
(c)

Q2

Questão 3

Uma estrutura em forma de pirâmide escalonada é construída com cubos de aresta 1 cm.

Cada camada é quadrada. A camada do topo é formada por $1 \times 1 = 1$ cubo; a segunda camada, logo abaixo, por $3 \times 3 = 9$ cubos; a terceira por $5 \times 5 = 25$ cubos; e assim sucessivamente. De uma camada para a imediatamente inferior, o número de cubos em cada lado aumenta em 2.

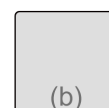


A construção possui 6 camadas, dispostas como na figura. Responda aos itens a seguir, justificando suas respostas.

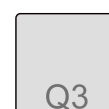
(a) Qual é a quantidade total de cubos utilizados para construir toda a pirâmide?

(a)

(b) Qual é a área total das faces horizontais superiores que ficam expostas? Justifique sua resposta levando em consideração as diferentes camadas.



(c) Qual é a área total da superfície externa da construção, incluindo as faces horizontais superiores, todas as faces laterais e a base inferior.



Questão 4

Chamamos de **partição em dois** de um número inteiro positivo a sua decomposição na menor quantidade possível de parcelas formadas exclusivamente pelo dígito 2 (como 2, 22, 222, 2222, etc.).

Por exemplo, o número 28 pode ser escrito como

$$28 = 22 + 2 + 2 + 2,$$

de modo que a partição em dois de 28 possui 4 parcelas.

Números que não podem ser formados apenas pela soma de parcelas com o dígito 2 não possuem uma partição em dois. Observe também que números ímpares não possuem uma partição em dois.

(a) Quantas parcelas tem a partição em dois do número 242?

(a)

(b) Determine a partição em dois do número 2026.

(b)

(c) Entre os números inteiros positivos menores que 2026 que possuem uma partição em dois, determine aquele cuja partição possui o maior número de parcelas.

Quantas parcelas são necessárias?

(c)

(d) Quantos números inteiros positivos menores ou iguais a 2026 possuem uma partição em dois formada por exatamente 22 parcelas?

(d)

Q4

Questão 5

Cinco times de futebol, identificados por **A**, **B**, **C**, **D** e **E**, participam da primeira fase de um torneio. Nessa fase, cada par de times se enfrenta exatamente uma vez, de modo que cada equipe disputa quatro partidas.

Em cada partida, o time vencedor recebe 3 pontos, o perdedor recebe 0 ponto e, em caso de empate, cada equipe recebe 1 ponto.

Ao término das quatro rodadas, sabe-se que:

- o time **A** marcou 5 gols e conquistou 8 pontos;
- o time **B** não marcou nenhum gol e sofreu 6 gols;
- o time **C** marcou 1 gol e sofreu 1 gol;
- o time **D** marcou 1 gol e sofreu 1 gol;
- o time **E** marcou 2 gols e não sofreu nenhum gol.

Sabe-se, ainda, que o time **C** conquistou mais pontos do que o time **D**.
Com base nessas informações, responda, justificando suas conclusões:

(a) Quantos gols o time **A** sofreu?

(a)

(b) Explique por que a partida entre os times **C** e **D** necessariamente terminou empatada em 0 a 0.

(b)

(c) Qual foi o placar da partida entre os times **A** e **D**?

(c)

(d) Quantos pontos cada um dos cinco times conquistou?

(d)

Q5

Questão 6

Muitas vezes, problemas envolvendo restos de divisões podem ser resolvidos pela identificação de padrões numéricos, sem a necessidade de fórmulas complexas.

(a) Quando multiplicamos o número 3 por ele mesmo sucessivamente, os restos da divisão dos resultados por 5 seguem um padrão regular (um ciclo) que sempre se repete.

- $3 \div 5$ deixa resto **3**
- $3^2 \div 5 \Rightarrow 9 \div 5$ deixa resto **4**
- $3^3 \div 5 \Rightarrow 27 \div 5$ deixa resto **2**

Usando esse padrão, determine o resto da divisão de 3^{45} por 5. Justifique.

(a)

(b) Determine o algarismo das unidades de

$$2^{2026} + 7^{2026}.$$

(b)

(c) Para um inteiro positivo n , define-se o **fatorial** de um número, que é a multiplicação dele por todos os seus antecessores até o número 1, ou seja,

$$n! = n(n-1)(n-2)(n-3) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

Por exemplo:

- $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$.
- $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$.

Considere a soma dos fatoriais $S = 1! + 2! + 3! + 4! + \cdots + 100!$. A partir de qual termo da soma S todos os próximos números também serão obrigatoriamente múltiplos de 18?

Em seguida utilizando essa informação calcule o resto da divisão dessa soma inteira S por 18.

(c)

Q6

Folha de Rascunho

Folha de Rascunho