

Nome completo (sem abreviatura)

[illegible]

LOTE

Colégio/Escola em que estuda

[illegible]

Nome de seu professor (a) de Matemática

[illegible]

Data de Nascimento

--	--

--	--

--	--	--	--

Ano

☐ 1º ano ☐ 2º ano

Celular/Telefone

[illegible]

Assinatura

Instruções

Preencha com atenção os dados acima, utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada retângulo, e deixando-o em branco nos espaços entre as palavras.

A duração da Prova é de 3 horas, o tempo mínimo é de 30 minutos. Ao terminar entregue esta prova ao aplicador.

A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.

A solução de cada questão deve ser escrita na sua própria página, sempre seja claro e objetivo nas respostas. Escreva de forma legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.

Na correção serão considerados todos os raciocínios apresentados. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.

Cada questão tem valor de 20 pontos. A pontuação total da prova é de 120 pontos.

Durante a prova não será permitido: comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas; além de usar quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, tablets, relógios com calculadora, etc.).

Não escreva sobre quadrados sombreados como os que estão logo abaixo.

Boa Prova! Que a Matemática esteja com você!

Espaço destinado à Correção

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	TOTAL
----	----	----	----	----	----	-------

Realização:

Apoio:

Questão 1

Os alunos da turma M praticam a soma e a multiplicação de números inteiros. A professora Margarete escreve os números de 1 a 16 em dezesseis fichas, uma para cada número, e coloca todas as fichas em uma urna.

Marta retira quatro fichas da urna e deve calcular a soma e o produto dos quatro números correspondentes. Mara, Maria e Marina fazem o mesmo, nessa ordem, esvaziando completamente a urna.

- I- Marta informa à professora Margarete que retirou quatro números consecutivos cujo produto é exatamente 20 vezes a soma deles.
- II- Mara informa que não tem nenhum número primo, mas retirou três números consecutivos e o produto dos seus quatro números é exatamente 320 vezes a soma desses três consecutivos.
- III- Maria afirma que as suas fichas contêm o único número primo par existente, o maior número primo que restava na urna, e que o produto de todos os seus quatro números é 364.

Com base nestas informações, responda justificando seus raciocínios:

(a) Qual é o maior número que Marta retirou?

(a)

(b) Quais foram os números retirados por Mara?

(b)

(c) Qual é a soma e o produto dos números retirados por Maria?

(c)

(d) Quais fichas restaram para Marina?

(d)

Q1

Questão 2

Chamamos de **partição em dois** de um número inteiro positivo a sua decomposição na menor quantidade possível de parcelas formadas exclusivamente pelo dígito 2 (como 2, 22, 222, 2222, etc.).

Por exemplo, o número 28 pode ser escrito como

$$28 = 22 + 2 + 2 + 2,$$

de modo que a partição em dois de 28 possui 4 parcelas.

Números que não podem ser formados apenas pela soma de parcelas com o dígito 2 não possuem uma partição em dois. Observe também que números ímpares não possuem uma partição em dois.

(a) Quantas parcelas tem a partição em dois do número 242?

(a)

(b) Determine a partição em dois do número 2026.

(b)

(c) Entre os números inteiros positivos menores que 2026 que possuem uma partição em dois, determine aquele cuja partição possui o maior número de parcelas.

Quantas parcelas são necessárias?

(c)

(d) Quantos números inteiros positivos menores ou iguais a 2026 possuem uma partição em dois formada por exatamente 22 parcelas?

(d)

Q2

Questão 3

Um dado honesto de seis faces, numeradas de 1 a 6, é lançado duas vezes. Representamos cada resultado pelo par ordenado (x, y) , em que x é o resultado do primeiro lançamento e y o resultado do segundo.

Considere que $P = xy$ é o produto dos resultados obtidos. Responda, justificando suas respostas.

(a) Em quantos dos resultados possíveis o número P é divisível por 4?

(a)

(b) Em quantos dos resultados possíveis o número P é divisível por 8?

(b)

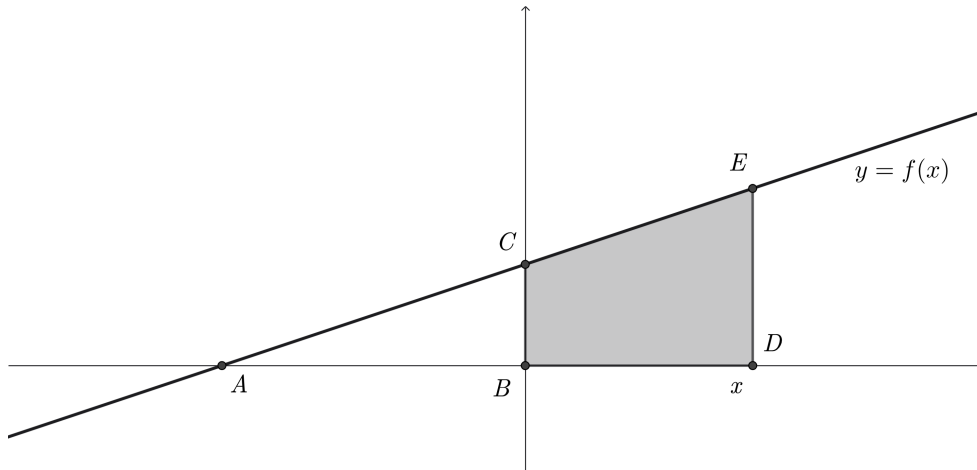
(c) Qual é a probabilidade de P ser divisível por 4, mas não por 8?

(c)

Q3

Questão 4

Considere a função $f(x) = ax + b$, $a, b > 0$, cujo gráfico está representado no plano cartesiano da figura abaixo.



Seja B o ponto que representa a origem do sistema de coordenadas e sejam A e C os pontos de intersecção dos eixos coordenados com a reta f .

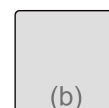
Seja E um ponto da reta com abscissa $x > 0$, e seja D sua projeção perpendicular sobre o eixo das abscissas. A região hachurada delimitada pelos pontos $BDEC$ está indicada na figura.

Em função de a e b , responda justificando suas respostas.

(a) Qual é a área do triângulo ABC ?

(a)

(b) Qual é a área $A(x)$ da região hachurada $BDEC$, em função de $x > 0$? Em seguida, calcule $A(2)$.



(c) Qual é o valor de x para o qual a área da região hachurada $BDEC$ é igual a área do triângulo ABC ?



Questão 5

Seja $f : \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$ uma função que satisfaz

$$3 \cdot f\left(\frac{2016}{x}\right) + 2 \cdot f(x) = 5x.$$

Responda:

(a) Qual é o valor de $f(8)$?

(a)

(b) Qual é o valor de $f(672)$?

(b)

(c) Existe algum inteiro positivo x tal que $f(x) = 18$?

E tal que $f(x) = 4$, existe algum inteiro positivo x ?

Em cada caso, determine todos os valores possíveis de x e justifique.

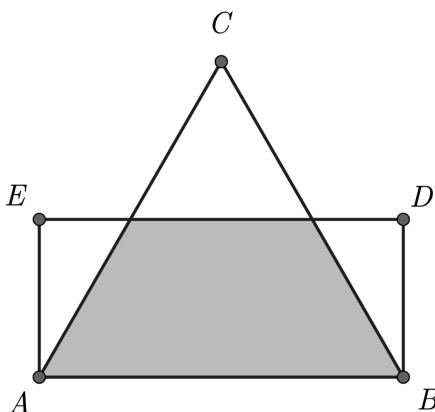
(c)

Q5

Questão 6

Considere um triângulo equilátero ABC , com $AB = 6$ cm, e um retângulo $ABDE$, ambos construídos sobre o segmento AB e situados conforme mostra a figura abaixo.

O segmento ED intersecta AC e BC nos pontos P e Q , respectivamente.



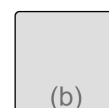
Suponha inicialmente que o triângulo e o retângulo tenham a mesma área.

Com base nessas informações, responda justificando suas respostas.

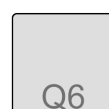
(a) Determine a altura do triângulo ABC relativa ao lado AB e a altura AE do retângulo $ABDE$.

(a)

(b) Determine o perímetro do triângulo CPQ .



(c) Determine a razão entre a área do trapézio $APQB$ e a área do triângulo ABC .



Folha de Rascunho