

# **Didática da Matemática: perspectivas e avanços**



GRUPO DE PESQUISA

**Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud**  
**PUC/SP**  
**saddoag@gmail.com**  
**saddoag@pucsp.br**

# Vygotsky

- L'acquisition des connaissances est une appropriation
  - Accent sur la signification social des connaissances
  - Le rôle **primordial** du langage
  - L'apprentissage détermine le développement
  - **La pédagogie de la médiation**
- **A aquisição de conhecimentos é uma apropriação**
  - É a significação social dos conhecimentos que prima
  - Papel da linguagem **primordial**
  - A aprendizagem **determina** o desenvolvimento
  - **Pedagogia da mediação**

# Piaget

- A aquisição dos conhecimentos é uma **construção**
- A significação dos conhecimentos que prima
- O papel da linguagem **secundário**
- O desenvolvimento **precede** a aprendizagem
- **Pedagogia da descoberta**

# PME 29 – Teoria da Educação Matemática

29ª Conferência do Grupo Internacional para a Psicologia da Educação Matemática.

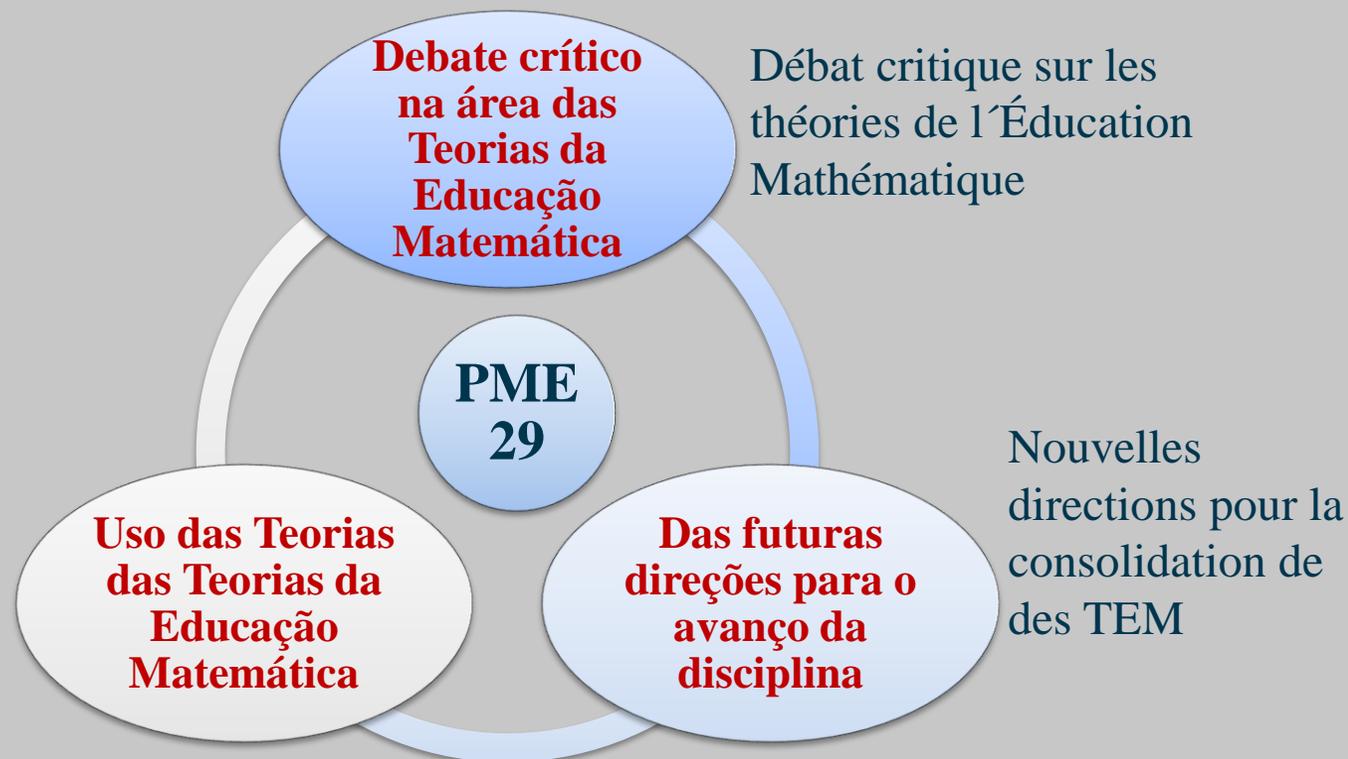
Melbourne – Austrália

Lyn English (Queensland University of Technology).

Bharath Sriraman (The University of Montana)

**Objetivo  
deste  
fórum:**  
**Objectif  
du  
fórum:**

L'usage des théories  
de l'éducation  
Mathématique



O social em torno da educação matemática

Perspectivas de modelos e modelagem

Perspectiva da evolução sobre a natureza da cognição humana

O uso da teoria para avançar a nossa compreensão do desenvolvimento cognitivo do estudante



Nossa concepção e a preferência por uma teoria particular em educação matemática, invariavelmente influenciam a nossa escolha de questões de pesquisa, bem como o nosso quadro teórico em investigação em educação matemática.

Em particular, precisamos considerar o importante papel da construção de teoria na investigação em educação matemática .

Questões:

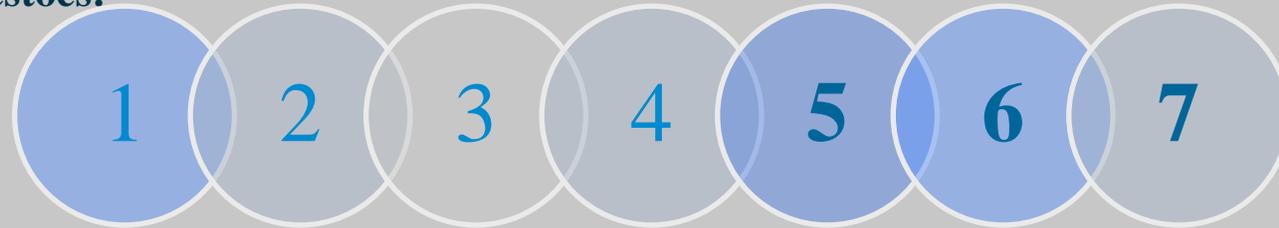


Questões a considerar:

1. **Qual é o papel da teoria na investigação em educação matemática?**
2. **Quais são as teorias atualmente aceitas e amplamente utilizadas em investigação em educação matemática? Por que elas ganharam eminência?**
3. **O que está acontecendo com as teorias construtivistas de aprendizagem**



Questões:



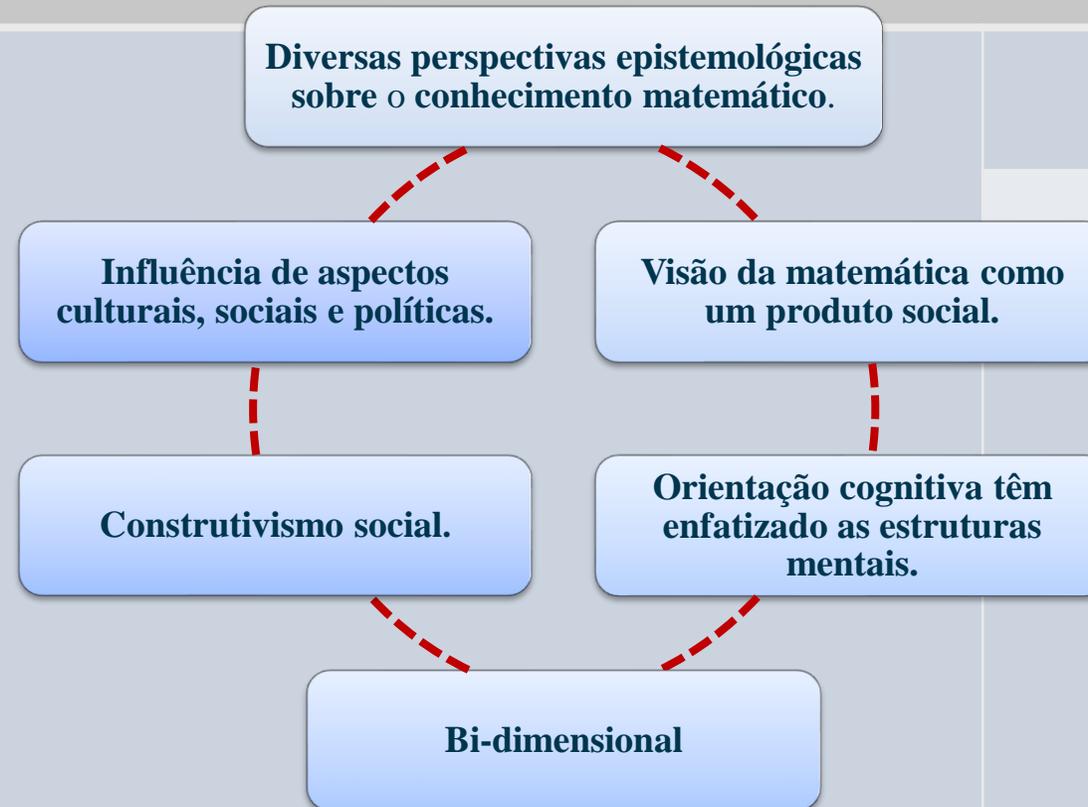
Questões a considerar:

4. **Cognição incorporada tem aparecido em cena nos últimos anos. Quais são as implicações para a investigação em educação matemática, ensino e aprendizagem?**
5. **Teorias de modelos e modelagem têm recebido considerável atenção na área de atuação nos últimos anos. Qual é o impacto dessas teorias sobre a pesquisa em EM, ensino e aprendizagem?**
6. **Existe uma relação entre as crenças dos pesquisadores sobre a natureza da matemática e sua preferência por uma teoria em particular**
7. **Como as teorias usadas em tradições didáticas da matemática Européia se situam em relação àquelas utilizadas em outras regiões do mundo? As tradições européias revelam distintas tendências teóricas**

# Múltiplas Teorias



Há várias explicações plausíveis para a presença de múltiplas teorias de aprendizagem matemática



A análise de Lerman revela que uma grande variedade de teorias é utilizada por pesquisadores PME com uma preferência distinta para as teorias sociais sobre teorias cognitivas.

**Teoria das situações  
matemáticas  
(não didáticas\*)**

## Situações, Formas de Conhecimentos e de Aprendizagens

As situações diferem essencialmente por suas regras. Essas regras são determinadas pelo conhecimento a ser ensinado

formas, tipos e classes se correspondem um à um

Em primeira aproximação, distinguimos 4 classes de situações

Entretanto, as formas de conhecimentos

seu tipo de aprendizagem ou de aquisição são determinados pela estrutura do sistema: as classes de situações que podem provocá-las pelo jogo de suas variáveis cognitivas e didáticas.

## Situações não didáticas (mas com uso didático) relativos a um conhecimento

<b>Manifestação</b>	<b>Função</b>	<b>Forma de conhecimento</b>	<b>Modo de aquisição</b>
<b>Ação:</b> Performance competência, Código	Decisão, Modelo implícito de ação Repertório	Meio de tomar decisões	Assimilação, acomodação
<b>Formulação:</b>  Performance competência, código	Oral, escrito, gestual mensagem linguagem	Meio de comunicar	Modificação ou criação de uma linguagem
<b>Validação:</b> Argumentação, prova,	Enunciado, conjetura, teorema Teoria	Meio de convencer de provar	Retórica lógica demonstração
<b>Institucionalização</b>	Saber	Referência, Validação social ou cultural	Informação, Convenção Instrução

## **Posição dos atores**

**Do ponto de vista do contrato**, é o aluno que tem a responsabilidade de gerenciar sua relação com o saber nas fases de ação, de formulação e de validação.

O professor está encarregado da fase **da institucionalização**

Ele deve determinar a forma e o conteúdo do saber para o qual ele quer dar um estatuto oficial, levando em conta os efeitos da transposição didática

# ***As estratégias do professor e os fenômenos típicos da atividade didática***

Esta abordagem permite classificar as regulações didáticas de acordo com a distribuição de responsabilidades entre o sistema que proporciona um conhecimento e quem o recebe, o aprendiz.



Na verdade, também deve-se considerar o efeito real ou imaginado de um terceiro sistema que poderíamos chamar de “milieu” a que os parceiros, às vezes, se referem como a “natureza

Estas **responsabilidades dizem respeito**, em primeiro lugar, à **produção de conhecimentos** - sua comunicação, sua validade, sua novidade, seu valor, seu interesse ou seu status cultural - e as condições em que podem se manifestar, ser recebido aprendidos, reproduzidos, etc.



Todo emissor de conhecimentos não é um professor, mas qualquer professor será inevitavelmente um emissor de conhecimentos

# ***Responsabilidades do professor e os fenômenos típicos da atividade didática***

As responsabilidades didáticas começam com o direito que se dá ou que recebe o professor de modificar intencionalmente o sistema de decisão de seu interlocutor.

Elas, então, se apoiam sobre uma possibilidade real ou suposta de reconhecer certos indícios que uma ação produziu tal efeito.

Estes índices são, por exemplo, **a aparição de determinados comportamentos ou certas produções: reproduções, traduções ou extrapolações**

A ação do professor não pode ser estudada independentemente das atividades cognitivas próprias do sujeito, isto é, sujeições não didáticas do aprendiz

A ação do professor deve ser estudada, pelo contrário, como uma regulação de suas sujeições não didáticas

# Responsabilidades

Os tipos de *situações didáticas* - ou *contratos didáticos* - se determinam pela repartição – explícita ou implícita - das responsabilidades entre o professor e os alunos.

Da difusão sem retroação ao construtivismo dirigido, ou radical, pode-se definir mais de 12 tipos de contratos ligeiramente ou fortemente didáticos

# **contrato didático**

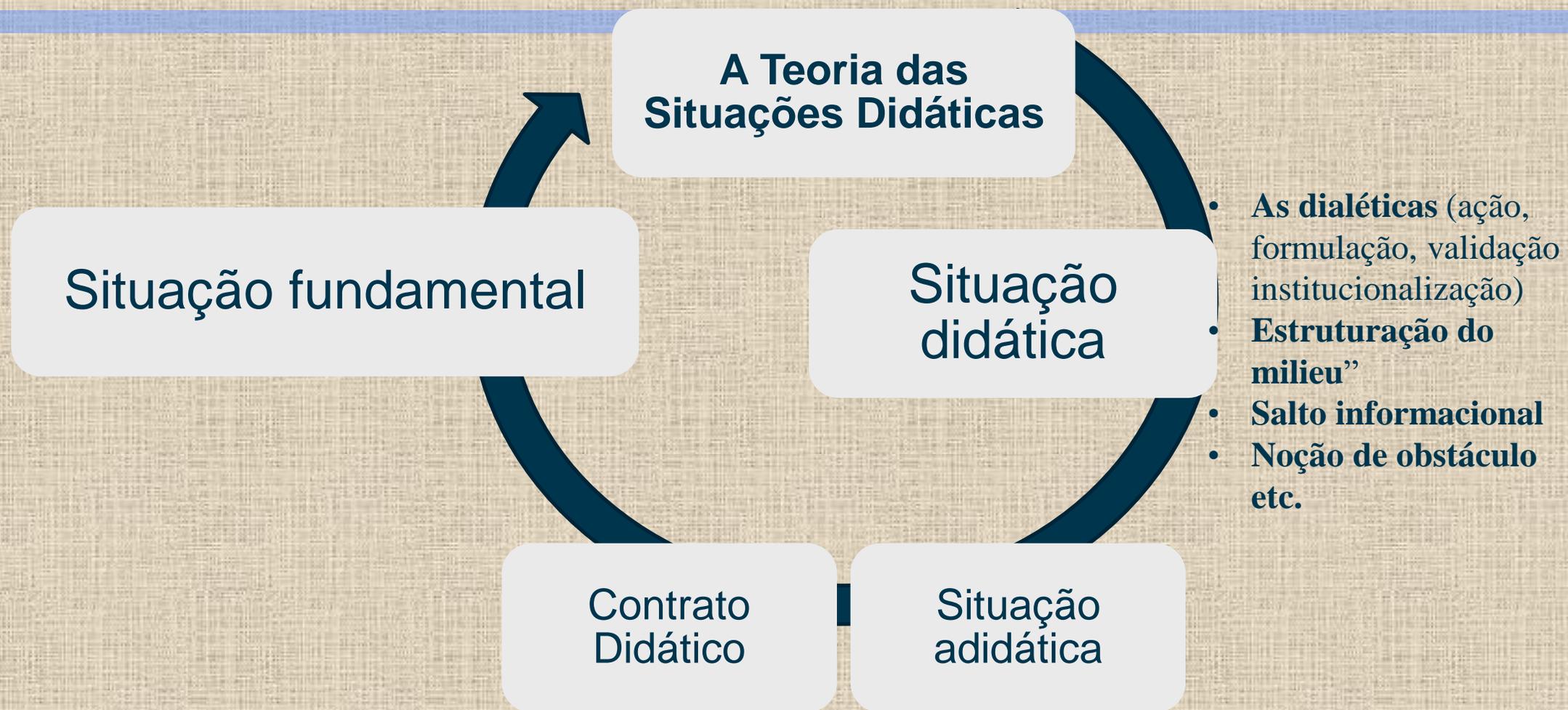
O professor que deseja provocar situações de aprendizagem deve mudar o sistema de decisão de seus alunos, confrontado com um conjunto de situações de acordo com o conhecimento estabelecido.

O saber comunicado não é uma invenção do professor, pelo contrário, ele está em conformidade com o saber estabelecido nas instituições de referência.

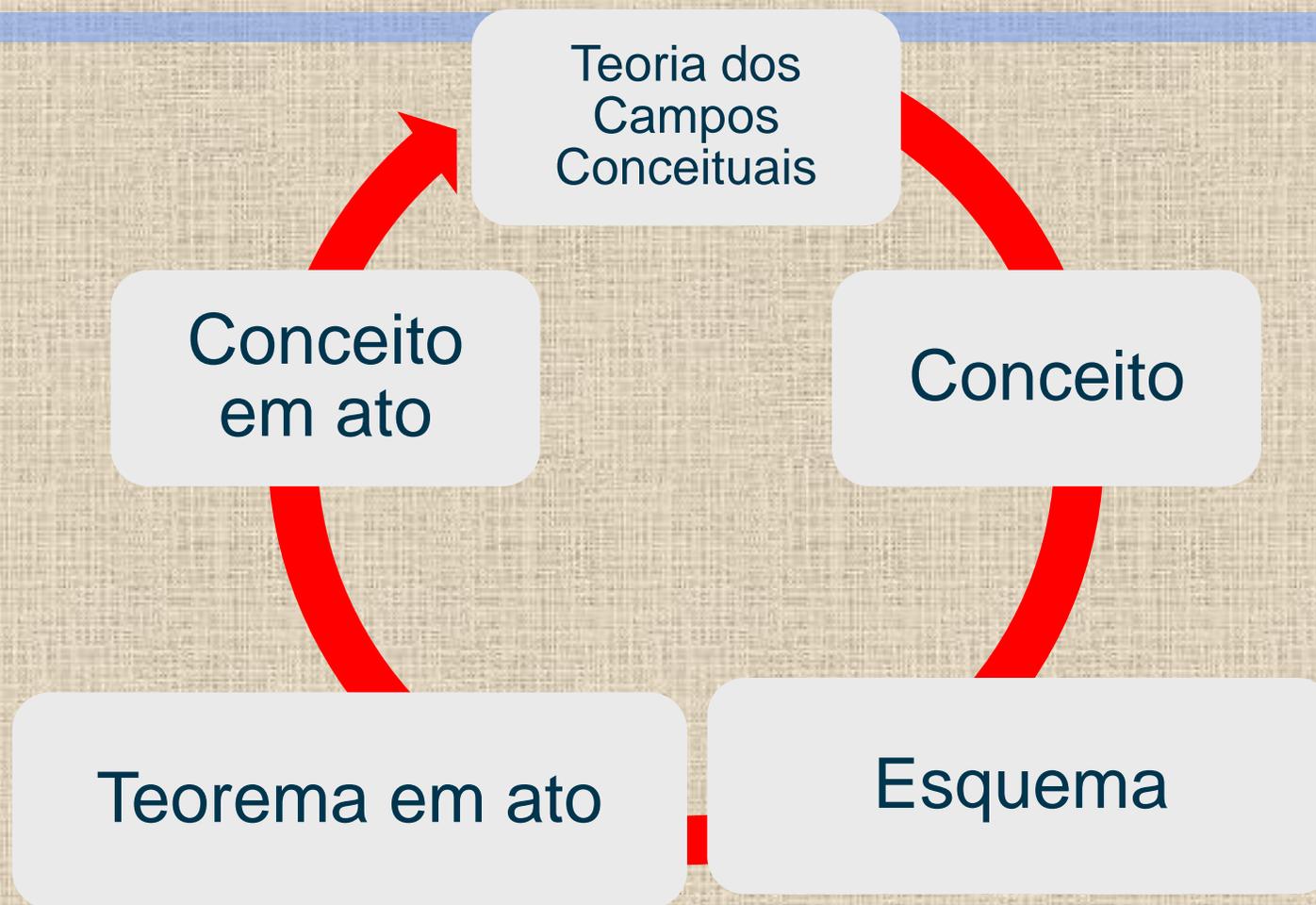
O saber não é um simples registro de informações, ele corresponde à modificação na capacidade de resposta dos alunos.

A conclusão da ação didática ocorre quando se supõe a capacidade do aluno e tomar decisões por ele mesmo

# TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS



# TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS



# Transposição didática: Diferenças entre saberes

- Existe a necessidade de uma **matemática do professor**, qualitativamente distinta daquela **do matemático** e daquela **do aluno**. (Johsua & Dupin, 1993)
- Uma **classe de objetos a ensinar** é a consequência de uma história particular, o **resultado de um tratamento didático** que obedece regras precisas.

# Transposição Didática

- Estes mecanismos gerais que permitem a passagem de um *objeto de saber* a um *objeto de ensino* que são agrupados sob o nome de **TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA**, e que são estudados em matemática por Yves Chevallard.

**Saber  
científico**



**Saber  
escolar**

## PROCESSO DE TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA

- A passagem de um conteúdo de um dado saber para uma versão didática deste objeto de saber pode ser chamada “**transposição didática strictu sensu**”.
- O estudo científico do processo de transposição didática (que é uma dimensão fundamental da DDM) supõe que se leve em conta a transposição didática “lato sensu”, representada pelo esquema



**Chevallard, 1985**

# Didática da Matemática

## Teoria Antropológica do Didático

Transposição didática – Instituição-objeto, relação institucional

MER, MERD,  
MDR, AER, PEP

Organizações  
Praxeológicas

Momentos  
didáticos

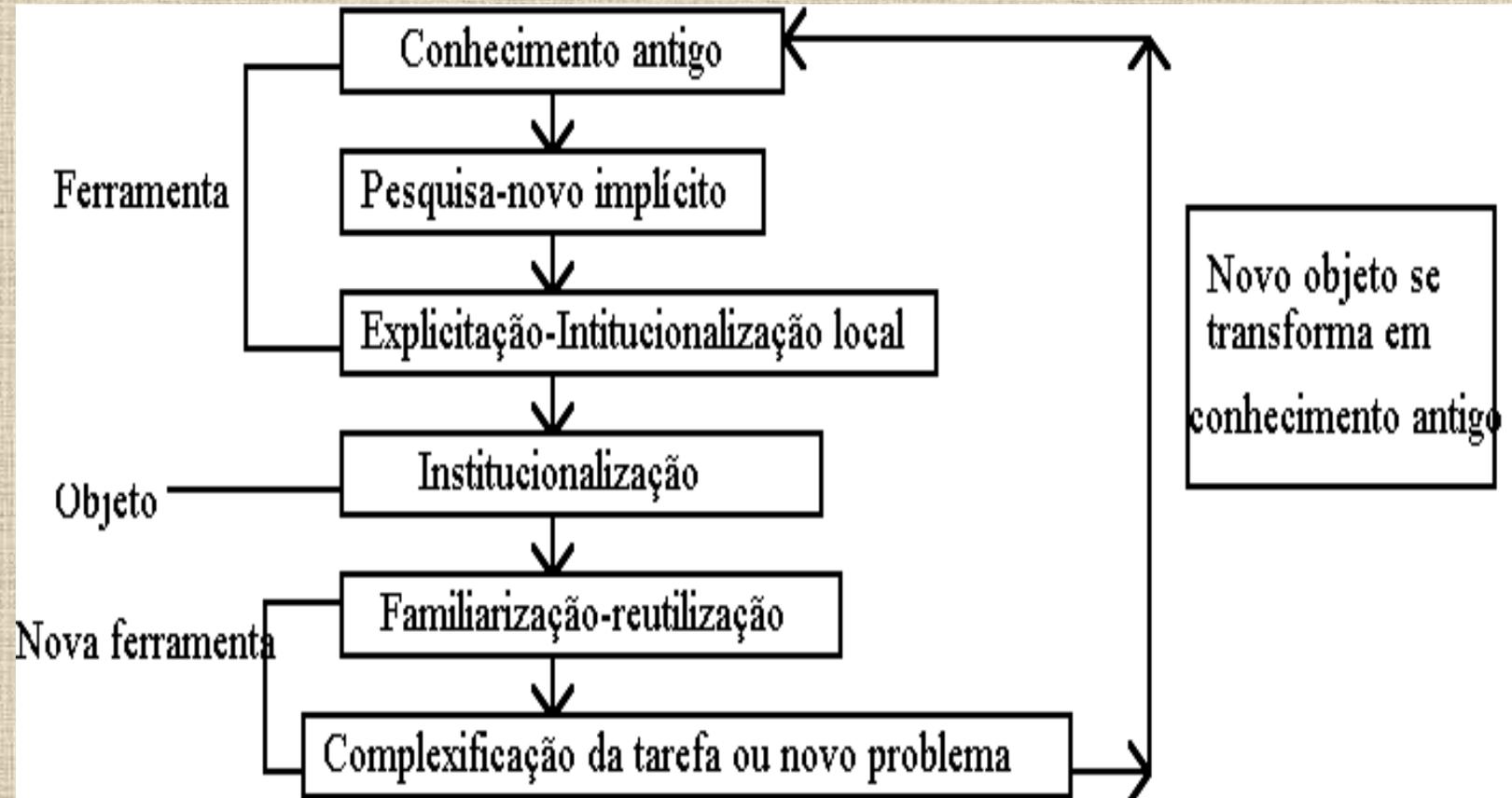
Co-determinação  
didática

# **DIALETICA FERRAMENTO-OBJETO**

## **NOÇÃO DE QUADROS**



# Esquema da dialética Ferramenta-objeto



# Didática da Matemática

## Registro de Representação Semiótica

Conversão-tratamento

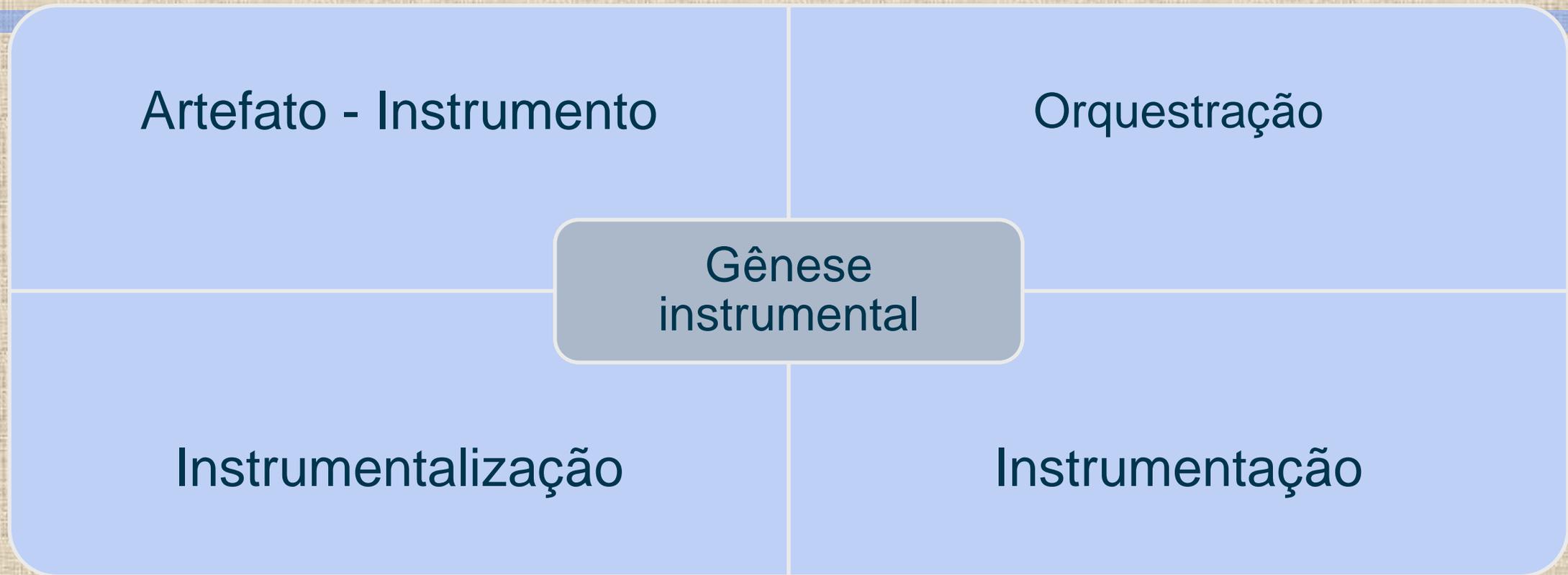
Congruência -  
não congruência

Unidades figurais

Configuração –  
reconfiguração de  
figuras

Apreensões de uma  
figura

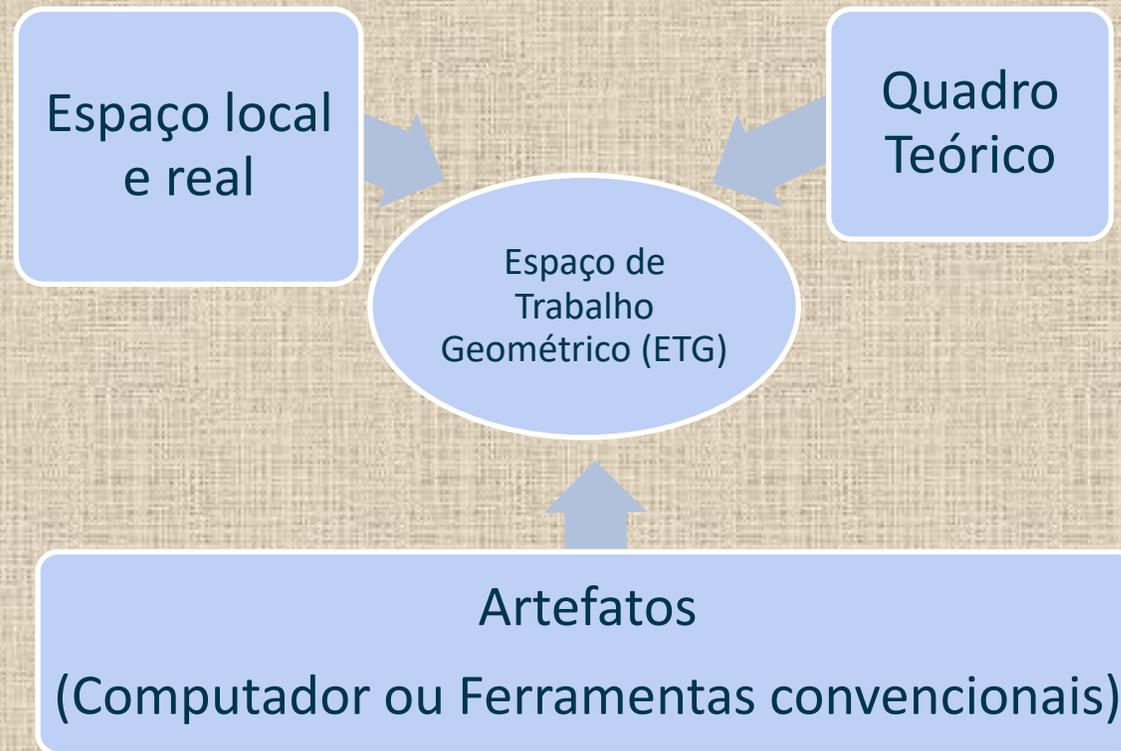
# Didática da Matemática



ABORDAGEM DOCUMENTAL

# Paradigmas e Espaço de Trabalho Geométrico

O trabalho consiste no estabelecimento de uma relação entre objetos empíricos e objetos teóricos; é uma atividade intelectual em que o indivíduo tem certa maneira e estilo próprio de estabelecer a relação entre os dois tipos de objetos



sem necessariamente levar à produção de objetos concretos. Portanto, segundo os autores, o termo “trabalho” refere-se ao estabelecimento de uma relação entre o conteúdo e a forma

# metodologias no campo da Didática da Matemática

Engenharia didática de 1<sup>a</sup> geração

Engenharia didática de 2<sup>a</sup> geração

Engenharia didática do PEP (PER)

Engenharia de formação

Engenharia do domínio de experiência

# Nossas investigações

- As investigações propostas por meu grupo têm como eixo temático o estudo de processos de formação e desenvolvimento de conceitos segundo os paradigmas da Didática da Matemática.
- Partimos de uma interrogação sobre o que se passa em sala de aula, do ponto de vista do aluno, do professor e do ambiente no qual se desenrola o processo a ser estudado.
- pesquisar fenômenos didáticos ligados aos processos de ensino e de aprendizagem de conceitos e estratégias que favorecem o ensino e a apropriação desses conceitos pelo professor e/ou aluno.

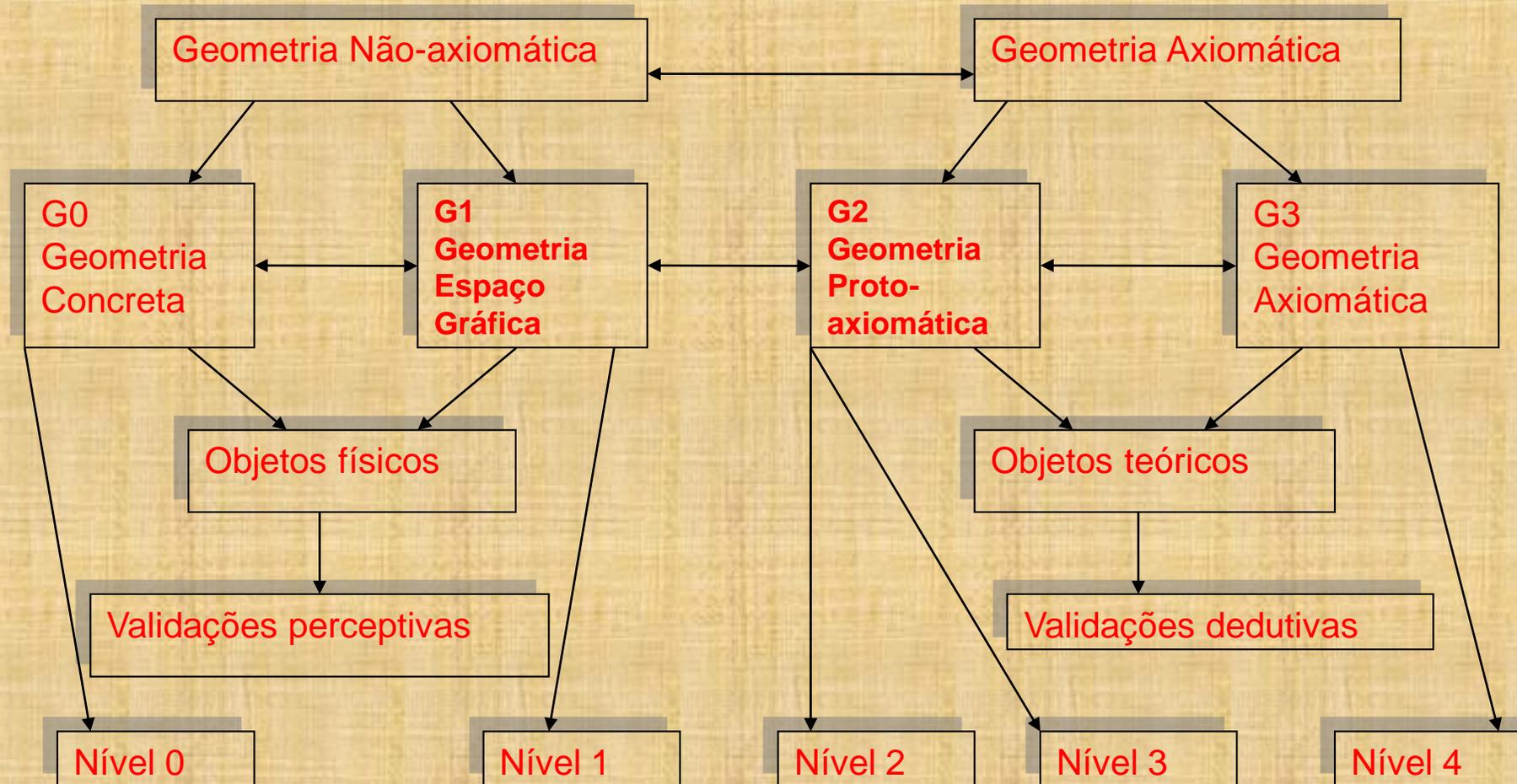
# As direções de pesquisa

1. Uma apreensão significativa da **geometria no Ensino básico**
2. **Estudo de processos de ensino e de aprendizagem de matemática enfatizando a argumentação, prova e demonstração ;**
3. Estudo dos mecanismos envolvidos no ensino e na aprendizagem de **conceitos estatísticos e probabilísticos** (conceitos estocásticos);
4. Processos do ensino e aprendizagem da Álgebra
5. **Educação Financeira**
6. **Apreensão de processos e fenômenos relacionados à formação de professores – Engenharia de formação**
7. Integração das **TIC em sala de aula** e na formação de professores;
8. Educação especial (jovens-adultos, alunos com deficiência)
9. Questionamentos sobre algumas **das teorias/ metodologias norteadoras das pesquisas desenvolvidas.**

# Questões Norteadoras

1. Quais fatores interferem na formação de conceitos geométricos, algébricos, estocásticos e educação financeira – tanto do professor, quanto de seus alunos?
2. Qual papel as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) têm quando usadas nos processos de ensino e de aprendizagem da matemática?
3. Como os processos de aprendizagem se caracterizam nos ambientes computacionais? Quais alternativas metodológicas para investigarmos processos de aprendizagem nesses ambientes?
4. Com relação aos alunos com deficiências (casos de alunos cegos, por exemplo) Em que condições o material didático é elaborado? Quais problemas semio-cognitivos importantes surgem na elaboração desses materiais? O que ocorre com as expressões matemáticas envolvidas, as figuras? O que visualizar para um aluno cego?

# Um quadro teórico para a geometria ensinada: Estudo de Bernard Parzysz



# EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA

**Ensino e  
Aprendizagem da  
Combinatória**

**Ensino e  
Aprendizagem  
da Estatística**

**Ensino e  
Aprendizagem  
da Probabilidade**

## O principal enfoque:

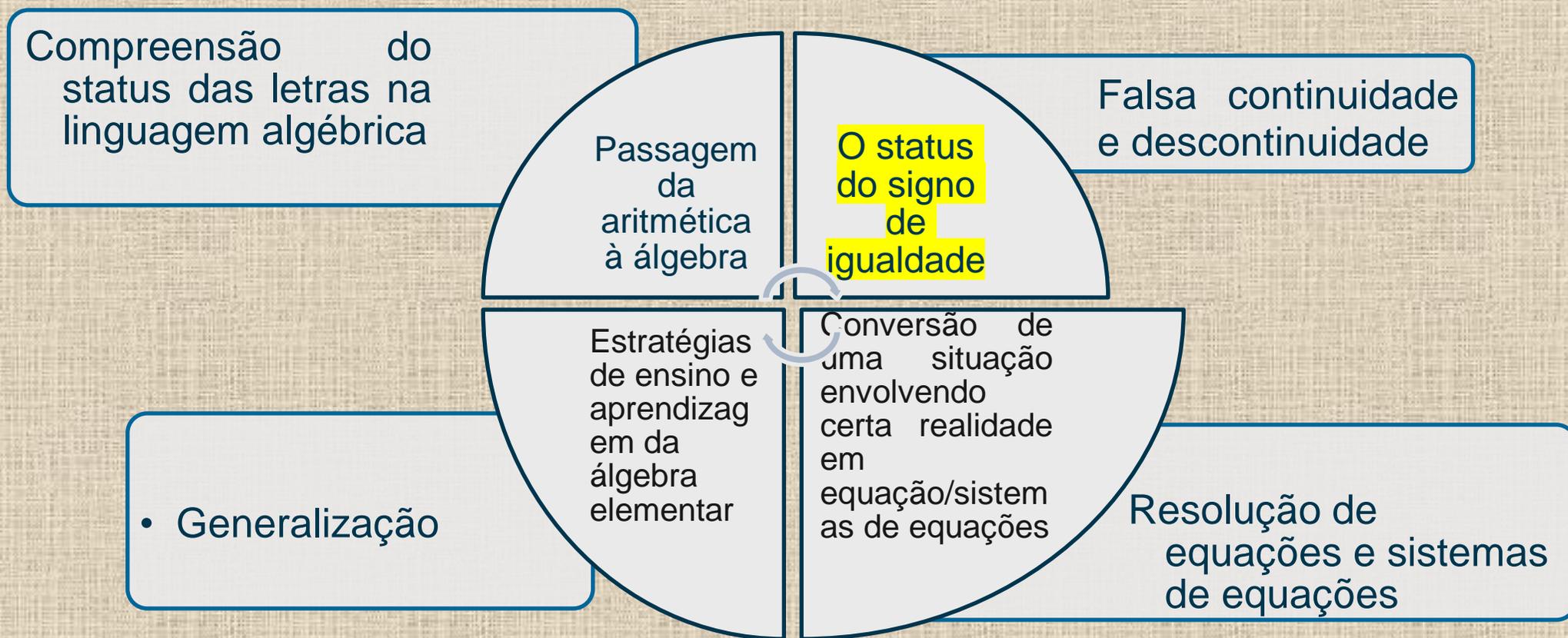
### **Desenvolvimento:**

- do pensamento,
- do raciocínio e
- da alfabetização  
estocástica

# Educação Algébrica: Estudo de processos de ensino e aprendizagem da álgebra elementar

- A Aprendizagem de álgebra desenvolve-se em várias direções, contribuindo, por um lado, para o **domínio de objetos de álgebra**: letras com um status de número, de incógnita ou de variável, fórmulas, equações, inequações, sistemas e,
- por outro lado, para a constituição da álgebra como ferramenta para a atividade matemática

# Educação Algébrica: Estudo de processos de ensino e aprendizagem da álgebra elementar



# **Integração das TIC --- Intégration des TICE**

A introdução das TIC é apreendida por meio de um olhar global sobre os dispositivos de formação.

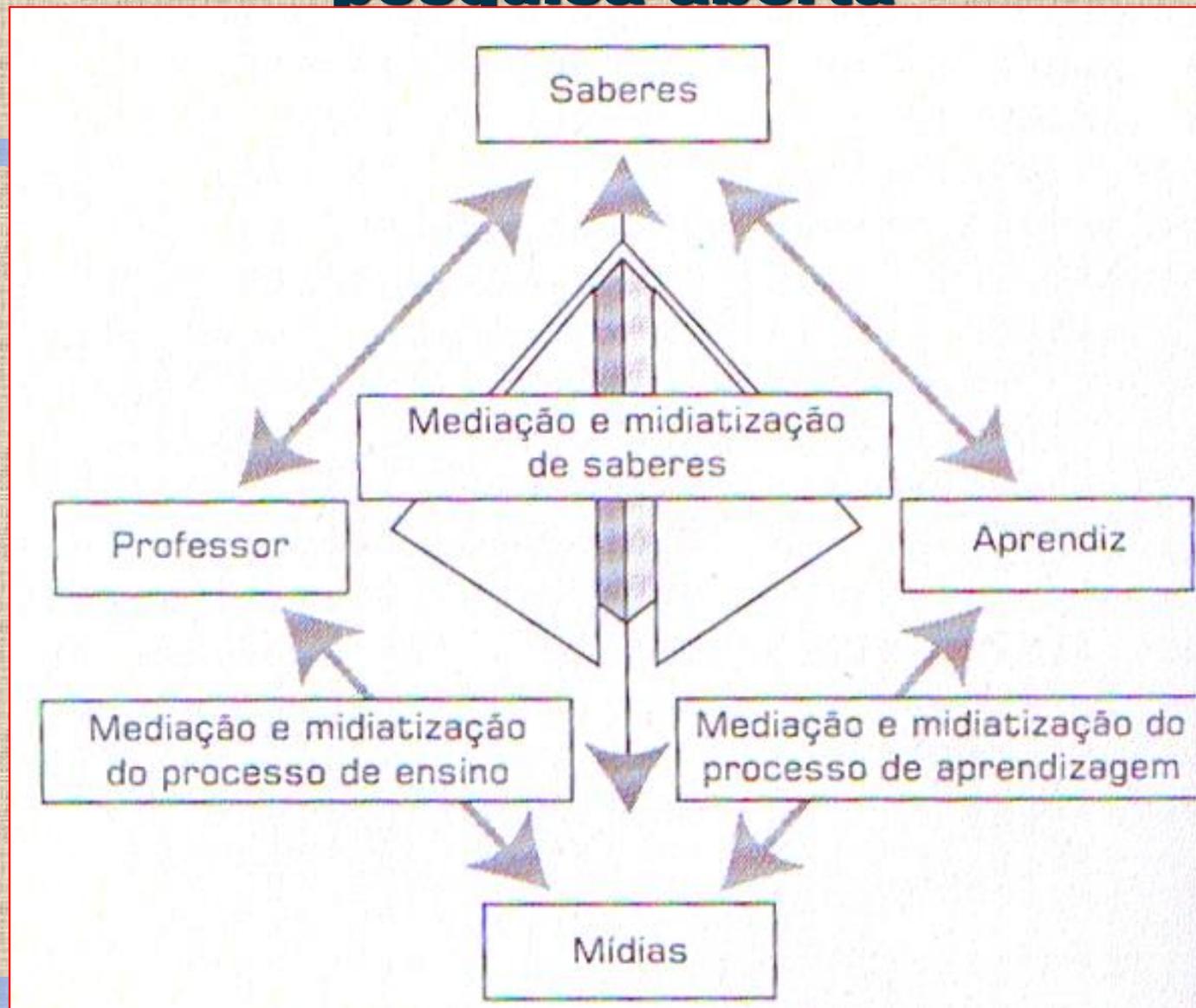
Integração de TIC no campo da Educação Matemática  $\Rightarrow$  necessidade de explicitar os modelos subjacentes de aprendizagem

## **IntegraTIC e processos de ensino e aprendizagem da matemática**

A introdução das TIC é apreendida por meio de um olhar global sobre os dispositivos de formação.

Integração de TIC no campo da Educação Matemática  $\Rightarrow$  necessidade de explicitar os modelos subjacentes de aprendizagem.

# O modelo didático: os caminhos de pesquisa aberta



## TEMAS TRANSVERSAIS DE INVESTIGAÇÃO

GEOMETRIA/ÁLGEBRA

PENSAMENTO  
ESTOCASTICO/EDUCAÇÃO  
FINANCEIRA

Tema transversal: **Argumentação/Prova/Demonstração**

Tema transversal: **Formação de Professores**

Tema transversal: **Tecnologia de Informação e Comunicação**

Tema transversal: **Educação a Distância**

Tema transversal: **A Formação e a Evolução de Conceitos nos Alunos do Ensino Básico**

**T. Registros de Representação semiótica**

Quadro teórico

**Mudança de quadros**

**T. das concepções**

Integração entre diversos quadros teóricos

**T. das situações**

**dialética ferramenta-objeto**

**T. dos Campos Conceituais**

**T. Antropológica - Praxeologia**

# Referenciais teóricos

**DUPLA ABORDAGEM**

**GÊNESE INSTRUMENTAL\**  
**ORQUESTRAÇÃO**

**GÊNESE**  
**DOCUMENTAL**

SABER DOCENTE

natureza dual das  
concepções  
matemáticas  
(concepção estrutural  
versus concepção  
operacional)

**ETNOMATEMÁTICA**

# Ciclos locais de desenvolvimento cognitivo

Modelo SOLO	Davis	APOS de Dubinsky	Gray e Tall
			(Objetos básicos)
Uni-estrutural Multi-estrutural	Procedimento (VMS)	Ação	Procedimentos
Relacional	Processos integrados	Processo	Processo
Uni-estrutural (novo ciclo)	Entidade	Objeto Esquema	Proceito

# Quadros teóricos

**Letramento Estatístico:** Iddo Gal (2002) (pesquisador Universidade de Haifa)

**Letramento Probabilístico:** Iddo Gal (2005)

Educação Estatística

**Pensamento Transnumerativo** (articulada com TRRS): Chris Wild e Maxine Pfannkuch (Nova Zelândia)

Níveis de letramento

## Quadro teórico(cont.)

### Formação de Professores

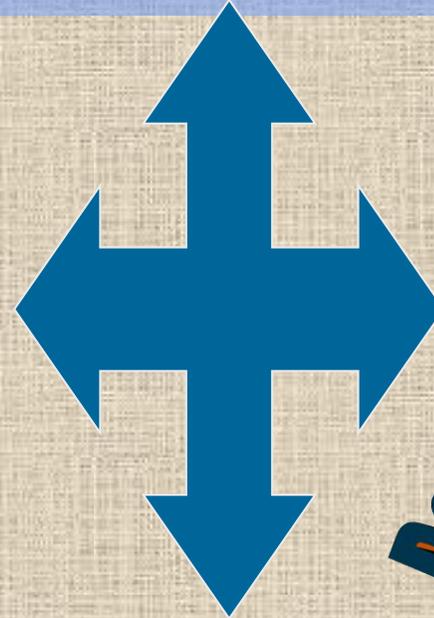
Integração entre diversos quadros teóricos

# TIC e Processos Educacionais

**Metodologia(geral)**

**Pesquisa-ação**

**Engenharia Didática DE PRIMEIRA GERAÇÃO  
E de segunda geração**



**Pesquisa experimental**

**Estudo e Análise qualitativos**

**CHIC: Classificação Hierárquica Implicativa e Coesitiva**

# Perspectivas metodológicas

**Engenharia  
didática de  
segunda  
geração**

Engenharia  
didática do PER  
(PEP)

Engenharia de  
formação de  
professores

Pesquisas  
colaborativas

Perspectiva  
historiográfica

# Questionamentos sobre algumas das teorias e metodologias norteadoras das pesquisas desenvolvidas

- ◇ A relação das teorias de registro de representação semiótica e semiótica peirceana;
- ◇ Engenharia didática de segunda geração (Glorian-Perrin, 2009),
- ◇ Engenharia didática de PER ou PEP (Chevallard, 2009);
- ◇ Engenharia didática de Domínio de Experiência
- ◇ Visualização/geometria dinâmica
- ◇ Mediação semiótica
- ◇ Parecerias entre grupos de pesquisa (França, Espanha, Peru)

## Questionamentos sobre algumas **das teorias e metodologias norteadoras das pesquisas desenvolvidas**

- ◇ A relação das teorias de registro de representação semiótica e semiótica peirceana;
- ◇ Engenharia didática de segunda geração (Glorian-Perrin, 2009),
- ◇ Engenharia didática de PER ou PEP (Chevallard, 2009);
- ◇ Engenharia didática de Domínio de Experiência
- ◇ Visualização/geometria dinâmica
- ◇ Mediação semiótica
- ◇ Parecerias entre grupos de pesquisa (França, Espanha, Peru, Portugal)