

MNPEF Mestrado Nacional
Profissional em
Ensino de Física

PPGF
ensino de física

Jeremias Borges da Silva
André Maurício Brinatti
André Vitor Chaves de Andrade
Sílvio Luiz Rutz da Silva
(organizadores)

EDENILSON ORKIEL
SÍLVIO LUIZ RUTZ DA SILVA

volume 15

O Uso do Software Tracker no Ensino de Física dos Movimentos

SÉRIE
Produtos Educacionais em Ensino de Física

UEPG - PROEX

SÉRIE

Produtos Educacionais em Ensino de Física

Volume 15

EDENILSON ORKIEL

SILVIO LUIZ RUTZ DA SILVA

O Uso do Software Tracker no Ensino de Física dos Movimentos

Jeremias Borges da Silva
André Maurício Brinatti
André Vitor Chaves de Andrade
Silvio Luiz Rutz Da Silva
(ORGANIZADORES)

UEPG – PROEX
1a. Edição
Ponta Grossa – PR
2018

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA

Prof. Dr. Carlos Luciano Sant'Ana Vargas
REITOR

Profa. Dra. Gisele Alves de Sá Quimelli
VICE-REITOR

Profa. Dra. Marilisa Do Rocio Oliveira
PRÓ-REITOR DE EXTENSÃO E ASSUNTOS CULTURAIS

Profa. Dra. Osnara Maria Mongruel Gomes
PRÓ-REITOR DE PESQUISA E PÓSGRADUAÇÃO

PÓS GRADUAÇÃO EM ENSINO DE FÍSICA
MNPEF - POLO 35 – UEPG
MESTRADO NACIONAL PROFISSIONAL EM ENSINO DE FÍSICA

Colegiado

Prof. Dr. Jeremias Borges Da Silva (Coordenador)

Prof. Dr. Silvio Luiz Rutz Da Silva (*Vice-Coodenador*)

Prof. Dr. André Maurício Brinatti

Prof. Dr. Luiz Antônio Bastos Bernardes

Prof. Dr. Paulo César Facin

Aluno (*Rep. Discente*)

Suplentes

Prof. Dr. André Vitor Chaves de Andrade

Prof. Dr. Júlio Flemming Neto

SÉRIE:

PRODUTOS EDUCACIONAIS EM ENSINO DE FÍSICA

CONSELHO EDITORIAL DA SÉRIE

Prof. Dr. Alexandre Camilo Junior (UEPG)

Prof. Dr. André Mauricio Brinatti (UEPG)

Prof. Dr. André Vitor Chaves de Andrade (UEPG)

Prof. Dr. Antonio Sérgio Magalhães de Castro (UEPG)

Prof. Dr. Gelson Biscaia de Souza (UEPG)

Prof. Dr. Jeremias Borges Da Silva (UEPG)

Prof. Dr. Júlio Flemming Neto (UEPG)

Prof. Dr. Luiz Américo Alves Pereira (UEPG)

Prof. Dr. Luiz Antônio Bastos Bernardes (UEPG)

Prof. Dr. Marcelo Emilio (UEPG)

Prof. Dr. Paulo Cesar Facin (UEPG)

Prof. Dr. Fabio Augusto Meira Cássaro (UEPG)

Prof. Dr. Luiz Fernando Pires (UEPG)

Prof. Dr. Sérgio da Costa Saab (UEPG)

Prof. Dr. Silvio Luiz Rutz Da Silva (UEPG)

Prof. Dr. Gerson Kniphoff da Cruz (UEPG)

Profa. Dra. Josie Agatha Parrilha da Silva (UEPG)

Prof. Dr. Adriano Reinaldo Viçoto Benvenho (UFABC)

Prof. Dr. Awdry Feisser Miquelin (UTFPR)

Prof. Dr. Carlos Alberto de Oliveira Magalhães Jr (UEM)

Profa. Dra. Cleci Werner da Rosa (UPF)

Prof. Dr. José Ricardo Galvão (UTFPR)

Prof. Dr. Hércules Alves de Oliveira Jr. (UTFPR)

Profa. Dra. Iramaia Jorge Cabral de Paulo (UFMT)

Prof. Dr. João Amadeus Pereira Alves (UTFPR)

Prof. Dr. Marco Antonio Moreira (UFRGS)

Prof. Dr. Marcos Antonio Florczak (UTFPR)

Profa. Dra. Sandra Mara Domiciano (UTFPR)

Profa. Dra. Sani de Carvalho Rutz da Silva (UTFPR)

SÉRIE

Produtos Educacionais em Ensino de Física

Volume 15

EDENILSON ORKIEL

SILVIO LUIZ RUTZ DA SILVA

O Uso do Software Tracker no Ensino de Física dos Movimentos

Jeremias Borges da Silva
André Maurício Brinatti
André Vitor Chaves de Andrade
Silvio Luiz Rutz Da Silva
(ORGANIZADORES)

UEPG – PROEX
1a. Edição
Ponta Grossa – PR
2018

O69u Orkiel, Edenilson
O uso do software Tracker no ensino de física dos movimentos. [livro eletrônico] /Edenilson Orkiel, Silvio Luiz Rutz da Silva. Ponta Grossa: UEPG/PROEX, 2018. (Série Produtos Educacionais em Física, v. 15).
60 p.; il.; e-book

ISBN: 978-85-63023-38-4

1. Ensino-aprendizagem. 2. Movimento. 3.Tracker. I. Silva, Silvio Luiz Rutz da. II. T.

CDD: 539

Ficha Catalográfica Elaborada por Maria Luzia F. Bertholino dos Santos - CRB 9/986

Foto da capa: spacex.com

Disponível em:

<https://www.pexels.com/photo/rocket-launch-liftoff-long-exposure-23764/>



Este trabalho está licenciado com uma Licença Creative Commons – Atribuição - Não Comercial- Compartilha Igual 4.0 Internacional.

PREFÁCIO

Durante as últimas décadas, no Brasil se tem conseguido avanços significativos em relação a alfabetização científica, em especial na área do Ensino de Física, nos diversos níveis de ensino, entretanto continua pendente o desafio de melhorar a qualidade da Educação em Ciências. Buscando superar tal desafio a Sociedade Brasileira de Física (SBF) implementou o Programa Nacional de Mestrado Profissional em Ensino de Física (MNPEF) que se constitui em um programa nacional de pós-graduação de caráter profissional, voltado a professores de ensino médio e fundamental com ênfase principal em aspectos de conteúdos na Área de Física, resultando em uma ação que engloba diferentes capacidades apresentadas por diversas Instituições de Ensino Superior (IES) distribuídas em todas as regiões do País.

O objetivo do MNPEF é capacitar em nível de mestrado uma fração muito grande de professores da Educação Básica quanto ao domínio de conteúdos de Física e de técnicas atuais de ensino para aplicação em sala de aula como, por exemplo, estratégias que utilizam recursos de mídia eletrônica, tecnológicos e/ou computacionais para motivação, informação, experimentação e demonstrações de diferentes fenômenos físicos.

A abrangência do MNPEF é nacional e universal, ou seja, está presente em todas as regiões do País, sejam elas localizadas em capitais ou estejam afastadas dos grandes centros. Fica então clara a necessidade da colaboração de recursos humanos com formação adequada localizados em diferentes IES. Para tanto, o MNPEF está organizado em Polos Regionais, hospedados por alguma IES, onde ocorrerem as orientações das dissertações e são ministradas as disciplinas do currículo.

A Universidade Estadual de Ponta Grossa, por meio de um grupo de professores do Departamento de Física, faz parte do MNPEF desde o ano de 2014 tendo nesse período proporcionado a oportunidade de aperfeiçoamento para quarenta e cinco professores de Física da Educação Básica, sendo que desses quinze já concluíram o programa tornando-se Mestres em Ensino de Física.

A **Série Produtos Educacionais em Ensino de Física**, que ora apresentamos, consta de vários volumes que correspondem aos produtos

educacionais derivados dos projetos de dissertação de mestrado defendidos. Alguns desses volumes são constituídos de mais de um tomo.

Com essa série o MNPEF - Polo 35 - UEPG, não somente busca entregar materiais instrucionais para o Ensino de Física para professores e estudantes, mas também pretende disponibilizar informação que contribua para a identificação de fatores associados ao Ensino de Física a partir da proposição, execução, reflexão e análise de temas e de metodologias que possibilitem a compreensão do processo de ensino e aprendizagem, pelas vias do ensino e da pesquisa, resultado da formação de docentes-pesquisadores.

A série é resultado de atividade reflexiva, crítica e inovadora aplicada diretamente à atuação profissional do docente, na produção de conhecimento diretamente associado à prospecção de problemas e soluções para o ensino-aprendizagem dos conhecimentos em Física, apresentando estudos e pesquisas que se propõem com suporte teórico para que os profissionais da educação tenham condições de inovar sua prática em termos de compreensão e aplicação da ciência.

A intenção é que a **Série Produtos Educacionais em Ensino de Física** ofereça referências de propostas de Ensino de Física coerentes com as estruturas de pensamento exigidas pela ciência e pela tecnologia, pelo exemplo de suas inserções na realidade educacional, ao mesmo tempo que mostrem como se pode dar tratamento adequado à interdependência de conteúdos para a formação de visão das interconexões dos conteúdos da Física.

Prof. Dr. Jeremias Borges da Silva

Prof. Dr. André Maurício Brinatti

Prof. Dr. André Vitor Chaves de Andrade

Prof. Dr. Silvio Luiz Rutz Da Silva

Organizadores

SUMÁRIO

	APRESENTAÇÃO	8
1.	INTRODUÇÃO	9
2.	PROGRAMAS NECESSÁRIOS	11
3.	CONHECENDO A INTERFACE DO PROGRAMA TRACKER	14
4.	USANDO O PROGRAMA TRACKER – PASSO A PASSO	16
	ABRINDO UM ARQUIVO	16
	SALVANDO ARQUIVOS	18
	COMO SELECIONAR OS FRAMES IMPORTANTES	19
	COMO CORTAR VÍDEOS USANDO O PROGRAMA TRACKER	21
	DEFININDO A ESCALA DO VÍDEO	22
	DEFININDO OS EIXOS DE COORDENADAS	24
	MARCANDO OS PONTOS DE MASSA MANUALMENTE	25
	MARCANDO OS PONTOS DE MASSA AUTOMATICAMENTE	26
	TABELAS E GRÁFICOS	29
5.	EXEMPLOS COMENTADOS	33
	MOVIMENTO UNIFORME	33
	MOVIMENTO ACELERADO	36
	COMPOSIÇÃO DE MOVIMENTOS	39
6.	A FÍSICA DOS MOVIMENTOS	45
	CONCEITOS BÁSICOS	45
	BIBLIOGRAFIA	58

APRESENTAÇÃO

A ideia da construção deste texto sobre o uso do programa *Tracker* no ensino, têm sua origem nas dificuldades no uso das tecnologias em sala de aula. Estas dificuldades são enfrentadas pelos professores de Ciências em geral, se concentrando em como inserir as tecnologias existentes atualmente em suas aulas de maneira a proporcionar a melhoria do processo de ensino aprendizagem.

Um forte fator de resistência ao processo de inovação educacional no ensino de Ciências, mais específico ainda no ensino de Física, é a falta de conhecimentos dos educadores sobre as novas tecnologias e as suas capacidades, além da sua abrangência. Este texto foi pensado e escrito buscando desmistificar e elucidar o uso de programas computacionais no ensino de Física, mais especificamente, o programa para a análise de movimentos, chamado *Tracker*.

O entendimento de que as novas tecnologias podem criar novos espaços de conhecimento, novos modelos de atividades, dinâmicas diferenciadas, aulas em espaços distintos dos tradicionais, conteúdos trabalhados de forma eficaz, são aspectos a serem considerados pelos professores. O ensino conduzido dessa forma apresenta-se muito mais interessante tanto para o aluno, que aprende, como para o professor que ensina e sente-se motivado a pensar formas diferenciadas de trabalhar os conteúdos e atividades, tornando a aprendizagem mais significativa. Eis uma oportunidade nova de aprendizagem para os alunos que, em sua imensa maioria são desmotivados e acostumados com práticas tradicionais, não mais se interessam pelo que a escola oferece.

1. INTRODUÇÃO

O *Tracker* é um programa livre para análise de vídeo que permite o ajuste de modelos teóricos a dados experimentais. O seu diferencial consiste principalmente da facilidade de uso, apresentando grandes possibilidades como material instrucional para o ensino de Física. Grande parte dos benefícios que ele pode trazer para o ensino se deve ao fato de seu uso ter início no ambiente real do aluno, com situações vivenciadas no dia a dia e posteriormente entrar na análise Física dos movimentos, com os valores obtidos, seus gráficos, e apenas por último apresentar um modelo Físico associado a uma equação que descreverá aquele movimento do objeto anteriormente filmado e analisado passo a passo pelo aluno.

Este texto é voltado para professores, alunos ou qualquer pessoa interessada no assunto. Seu desenvolvimento e construção foram pensados para conter detalhadamente o que for necessário, da instalação ao seu uso no ensino de Física, a fim de proporcionar o entendimento de como o programa funciona e também maneiras de usar as suas funcionalidades para o ensino.

No capítulo 2 está descrito como deve se proceder para fazer o *download* e instalar o programa *Tracker*. Também estão descritos os programas necessários e os formatos de arquivos que devem ser utilizados para que o *Tracker* funcione satisfatoriamente.

O capítulo 3 traz a interface do programa, indicando a função de cada parte da tela e a função dos botões e comandos existentes.

O capítulo 4, mostra, todas as etapas necessárias para utilizar o *Tracker*, com o devido esclarecimento do porquê de cada etapa ser necessária e também algumas dicas e ajustes durante o seu uso, que podem facilitar a leitura e entendimento dos dados obtidos através do programa.

O capítulo 5 é direcionado para o ensino de Física, especificamente para o ensino do conteúdo movimentos. Demonstrando como pode ser feito a filmagem de experimentos em situações de movimentos uniformes, acelerados ou da composição de movimentos, que é a composição de movimentos em que existe o movimento uniforme e acelerado de maneira concomitante, como o movimento oblíquo. Em cada um dos casos citados anteriormente é feita a análise dos dados gerados pelo programa, dos gráficos obtidos, dos valores encontrados para as grandezas envolvidas em cada tipo de movimento e como as equações que caracterizam o movimento do objeto filmado podem ser obtidas. A pretensão é que, desta forma, as grandezas que compõe as equações do movimento ganhem significado e levem ao entendimento da matemática envolvida e associada aos conceitos dos movimentos que o estudante deve compreender.

No capítulo 6 estão inseridos os conteúdos Físicos necessários para entender a Física que se pretende ensinar com o uso programa *Tracker*, o qual age como facilitador da aprendizagem.

2. PROGRAMAS NECESSÁRIOS

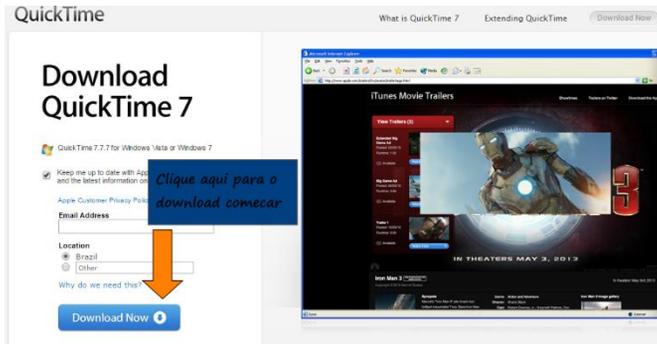
As últimas versões do *Tracker* estão disponíveis no formato *.jnlp (*Java Network Launching Protocol*). Portanto, é necessário que você tenha instalado em seu computador o programa Java. Se você já tem ele instalado, vá para o próximo passo. Caso não tenha instalado o programa no seu computador, instale-o fazendo o seu “download” a partir do endereço eletrônico: http://www.java.com/pt_BR/download/ clicando em “Download Gratuito do Java” como mostrado na figura 01. Execute o arquivo baixado e instale o programa.

Figura 01 - Página de download do programa Java. Fonte: O autor.



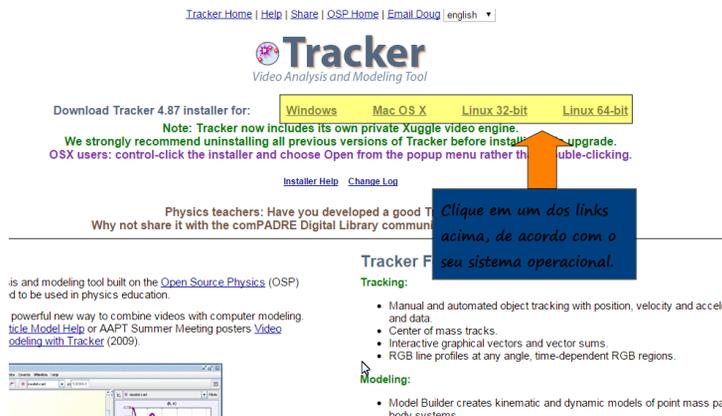
Além disso, apesar das últimas versões do *Tracker* suportar diferentes formatos de vídeos, imagens e animações, é recomendável a instalação do programa *Quick Time*, pois os vídeos neste formato se enquadram melhor com o programa *Tracker*. Caso não tenha instalado este programa, acesse: <http://www.apple.com/quicktime/download/> clique em “*Download Now*” como mostrado na figura 02 e, depois de baixado, execute o arquivo de instalação.

Figura 02 - Página de download do *QuickTime*. Fonte: O autor.



Após a instalação dos programas acessórios iniciais, basta realizar o download da versão .jnlp do Tracker e executá-la. Para isso, acesse: <http://www.cabrillo.edu/~dbrown/tracker/webstart/tracker.jnlp> e execute o arquivo baixado.

Figura 03 - Links para baixar o programa *Tracker*. Fonte: O autor.



Após seguir corretamente todos os passos acima, o programa *Tracker* já deve estar funcionando. Para usar o programa deve-se tomar o cuidado de obedecer aos formatos de arquivos que são suportados. Os mesmos encontram-se descritos abaixo:

- Vídeos digitais: *.mov, *.avi, *.mp4, *.flv, *.wmv, *.ogg;
- Gifs animados: *.gif;
- Imagens: *.jpg, *.png.

3. CONHECENDO A INTERFACE DO PROGRAMA TRACKER.

O programa de vídeo análise *Tracker* possui uma interface bastante intuitiva, sendo necessário apenas alguns minutos de instrução para que qualquer pessoa, mesmo sem experiência nenhuma com programas de análise de vídeo, consiga usá-lo de maneira satisfatória. Nas figuras 01 e 02 encontram-se *print screens* da tela inicial do programa e da barra de tarefas, onde estão os principais comandos e funcionalidades.

Figura 04 - Tela principal do programa *Tracker*. Fonte: O autor.

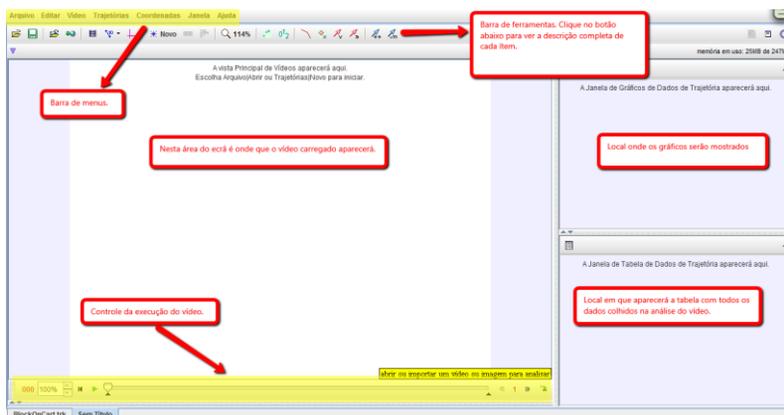
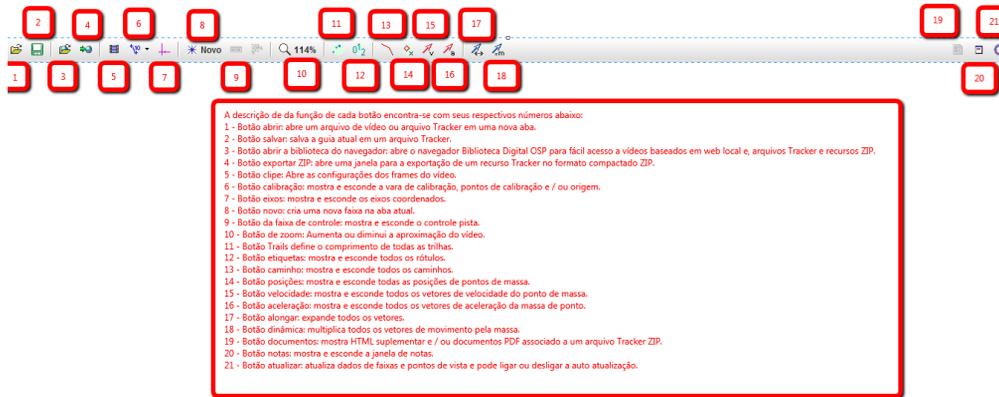


Figura 05 – Comandos e funcionalidades da barra de tarefas do programa *Tracker*. Fonte: O autor.



4. USANDO O PROGRAMA TRACKER – PASSO A PASSO

Antes de começar o passo a passo de como usar o programa *Tracker*, devemos conhecer o seu princípio básico de funcionamento. Para entender isso, primeiro temos que entender o que é um vídeo. Qualquer vídeo é formado por uma sequência de imagens denominadas *frames* (quadros), que são alteradas a uma taxa que a nossa visão não consegue perceber, daí enxergamos o movimento sem perceber as imagens estáticas que o constituem. Televisões usuais apresentam vídeos na taxa de 60 fps (*frames* por segundo) enquanto que aparelhos mais modernos chegam a desenvolver 120 fps. Já as câmeras fotográficas digitais normalmente produzem filmes com 30 fps. Câmeras especiais com altas taxas de captação podem chegar a produzir filmes com 10.000 fps.

A vídeo análise se vale dessa estrutura para examinar os vídeos. Basicamente, o software primeiramente apresenta um frame por vez. Em cada um deles, é possível destacar os aspectos importantes do fenômeno, como, por exemplo, a posição de um determinado objeto. Por fim, o programa constrói gráficos com as variáveis escolhidas pelo usuário.

4.1. ABRINDO UM ARQUIVO

Os formatos de arquivos que podem ser abertos no *Tracker* são: mov, avi, mp4, flv, wmv, arquivos de dados do *Tracker* (*.trk), arquivos compactados do *Tracker* (.zip). Você também pode abrir arquivos de imagens animadas como *.jpg, *.gif, *.png, sequências numeradas de arquivos de imagens e imagens coladas diretamente na área de trabalho do *Tracker*. Para abrir um arquivo no programa deve seguir os passos indicados nas figuras 06 a 10.

Figura 01 - Abrindo um arquivo no programa *Tracker*. Fonte: O autor.

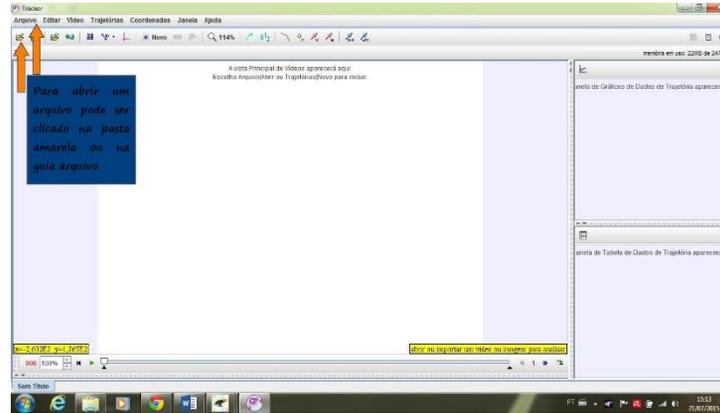


Figura 02 - Abrindo um arquivo no programa *Tracker*. Fonte: O autor.

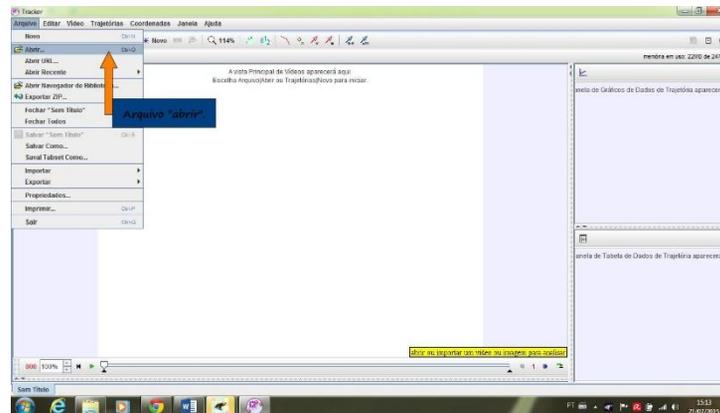


Figura 03 - Abrindo um arquivo no programa *Tracker*. Fonte: O autor.

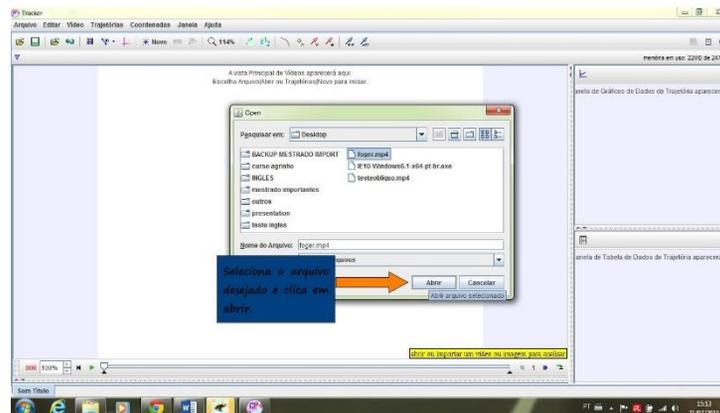


Figura 04 - Abrindo um arquivo no programa *Tracker*. Fonte: O autor.

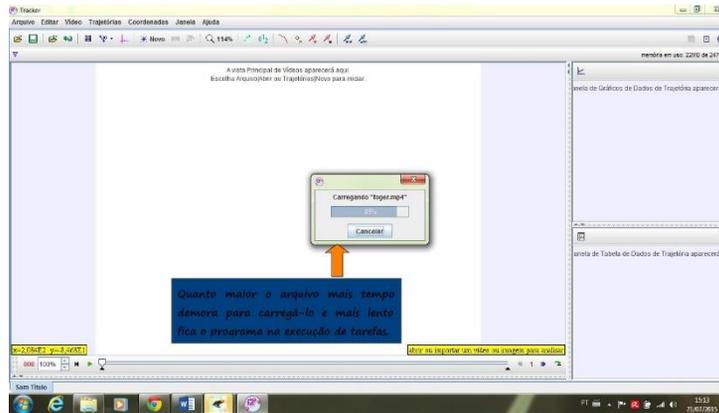
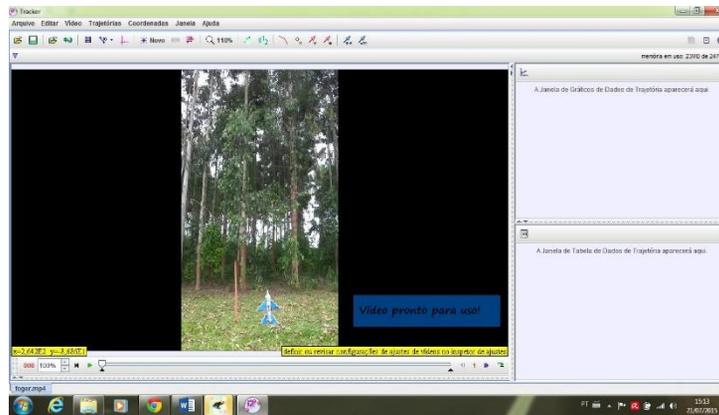


Figura 5 - Vídeo pronto para uso. Fonte: O autor.



4.2. SALVANDO ARQUIVOS.

Os arquivos gerados pelo *Tracker* podem ser salvos seguindo os passos indicados nas figuras 11 e 12 abaixo:

Figura 6 - Salvando arquivos do Tracker.

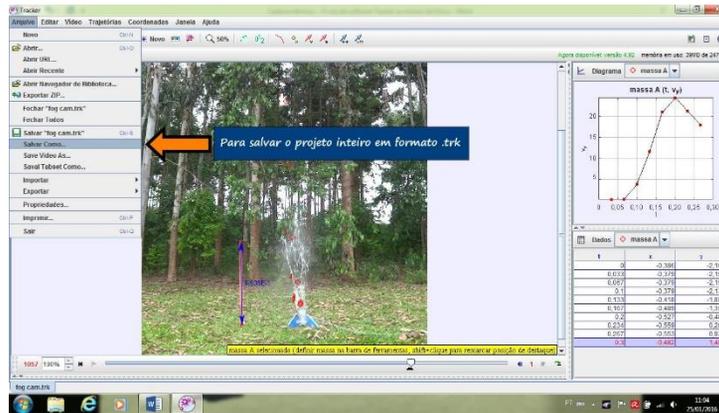
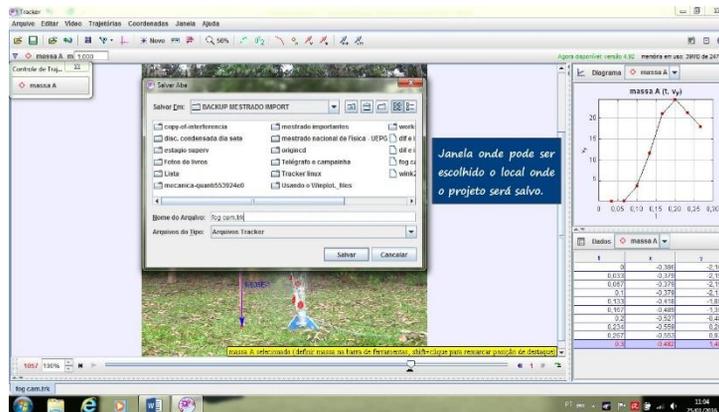


Figura 7 – Salvando arquivos do Tracker.



4.3. COMO SELECIONAR OS FRAMES IMPORTANTES.

Para a análise do movimento filmado é muito importante que seja selecionado apenas os *frames* essenciais, lembrando que, quanto maior for o vídeo, mais demorada é a obtenção dos dados e o seu processamento se torna muito lento. Para selecionar o trecho do vídeo necessário para o estudo do movimento do objeto filmado procede-se da maneira mostrada nas figuras 13 a 16.

Figura 8 - Selecionando apenas os frames do vídeo essenciais para a análise. Fonte: O autor.

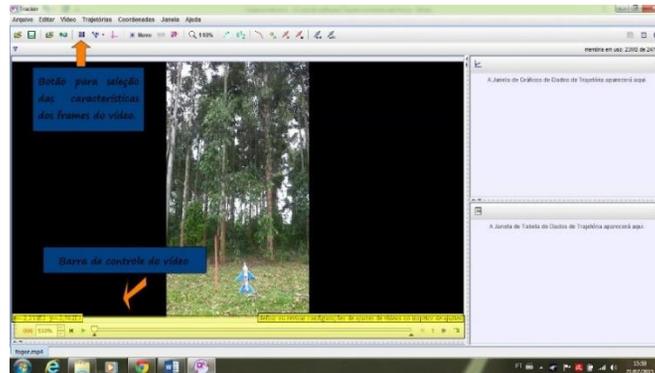


Figura 9 - Janela que se abre para serem demarcados os frames inicial e final. Fonte: O autor.

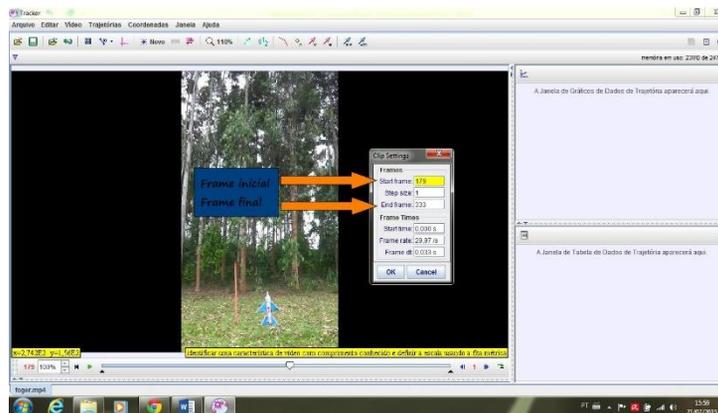


Figura 10 - Definindo o frame inicial e final do vídeo. Fonte: O autor

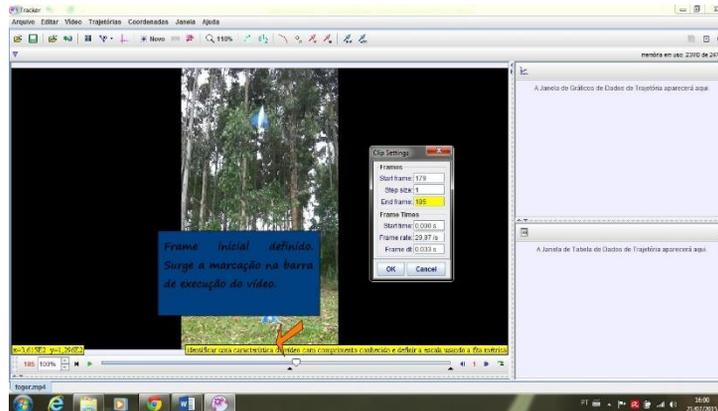
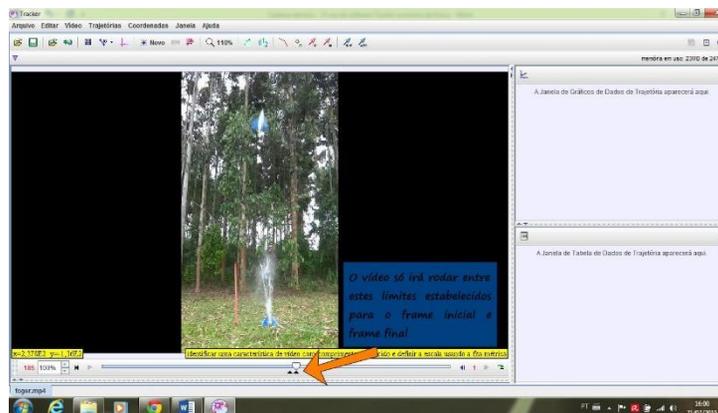


Figura 11 – Com os frames importantes selecionados, o programa irá rodar apenas entre os limites inicial e final selecionados pelo usuário, que são mostrados na barra de execução do vídeo. Fonte: O autor.



4.4. COMO CORTAR VÍDEOS USANDO O PROGRAMA TRACKER.

Na maioria das vezes, quando filmamos algo, existem partes da filmagem que gostaríamos de excluir. O programa *Tracker* possui a funcionalidade muito útil de poder salvar apenas os *frames* selecionados para a análise do movimento, excluindo as partes não selecionadas. Procedendo da maneira descrita no tutorial

das figuras 17 e 18, o vídeo será salvo contendo apenas o trecho de vídeo que é compreendido entre o *frame* inicial e final previamente selecionados.

Figura 12 - Maneira de cortar apenas o trecho do vídeo necessário. Fonte: O autor.

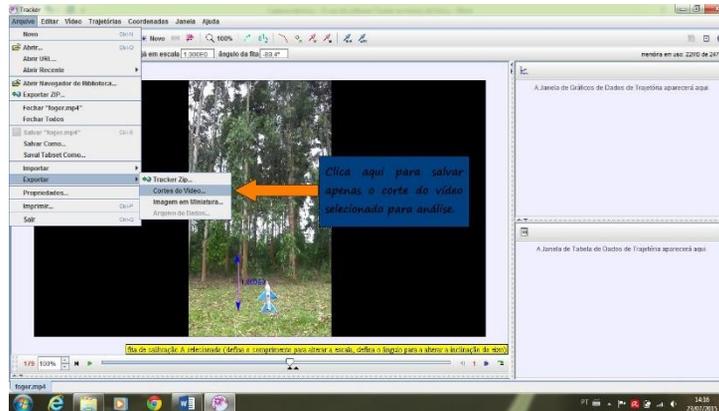
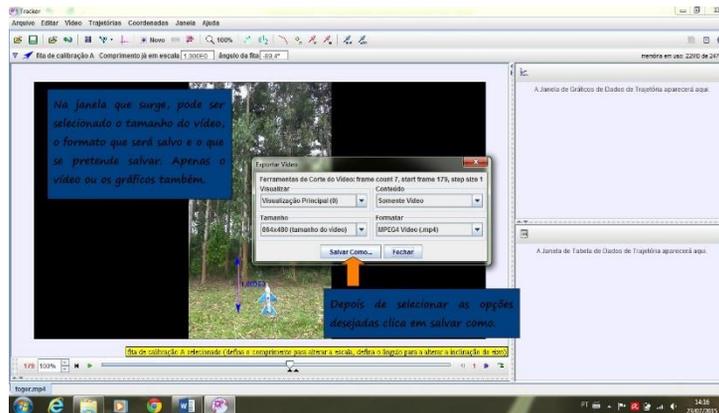


Figura 13 - Salvando apenas o trecho do vídeo selecionado. Fonte: O autor.



4.5. DEFININDO A ESCALA DO VÍDEO.

Para que o programa entenda as distâncias que o móvel percorre nos intervalos de tempo decorrentes, é necessário demarcar algum objeto ou distância presente no vídeo com seu valor exato de tamanho, em metros. Este é um dos

pontos chave de funcionamento do programa e deve ser feito com cuidado para que tenhamos a melhor precisão possível nos resultados. Este procedimento é demonstrado nas figuras 19 a 21, encontradas abaixo, em seqüência.

Figura 14 - O zoom pode ser alterado para melhor precisão no ajuste da fita de calibração.

Fonte: O autor.

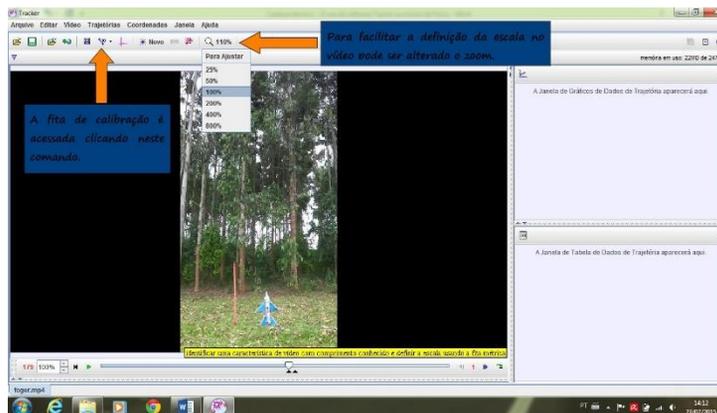


Figura 15 - Selecionando a fita de calibração. Fonte: O autor.

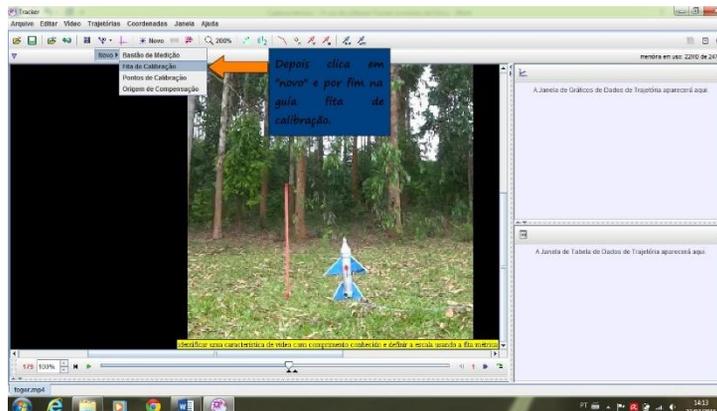
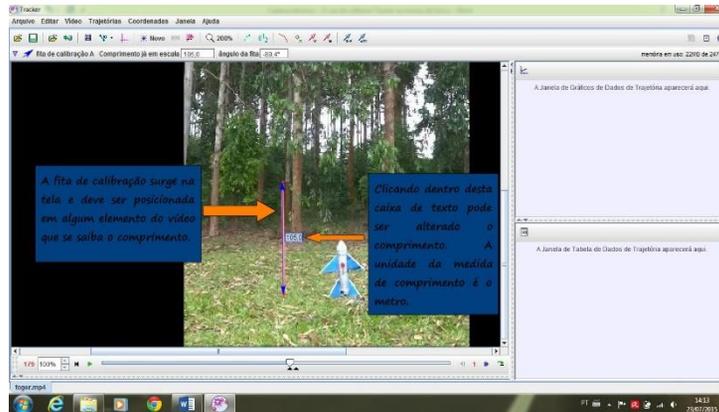


Figura 16 - A unidade utilizada na fita de calibração é o metro. O seu valor pode ser alterado na caixa de texto que a acompanha. Fonte: O autor.



4.6. DEFININDO OS EIXOS DE COORDENADAS.

Os eixos de coordenadas x e y podem ser definidos de acordo com o movimento que será analisado. Por exemplo, se estiver sendo analisado algum objeto em queda, será mais interessante colocar a origem do eixo de coordenadas no ponto onde o objeto inicia a queda. Se for algum móvel que é lançado verticalmente para cima, o sistema de coordenadas se torna mais conveniente se sua origem for colocada próximo ao chão. Lembrando que o sistema de eixos coordenados pode ser aplicado onde a pessoa que analisa o vídeo julgar mais adequado. Ele também pode ser arrastado e rotacionado de todas as formas possíveis. A inserção do eixo de coordenadas está descrita nas figuras 22 e 23.

Figura 17 - Como inserir o eixo de coordenadas. Fonte: O autor.

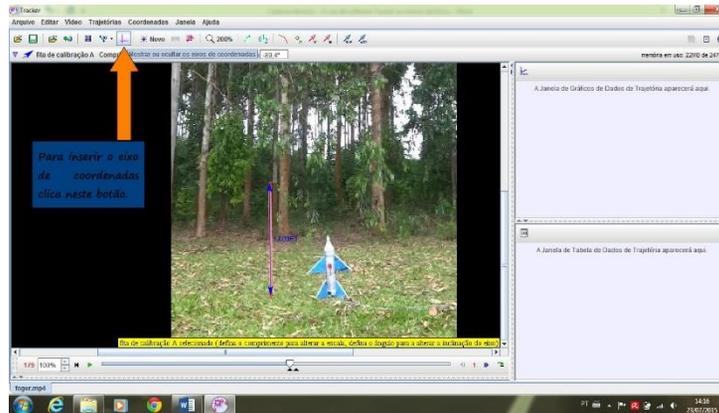
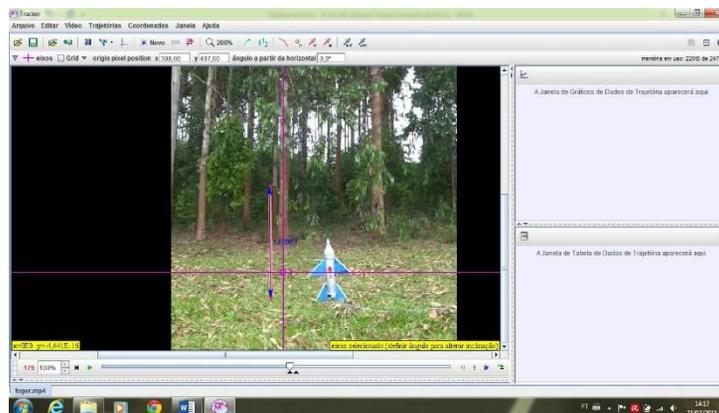


Figura 18 - O eixo de coordenadas pode ser rotacionado e ajustado da melhor maneira para descrever o movimento. Fonte: O autor.



4.7. MARCANDO OS PONTOS DE MASSA MANUALMENTE.

Os pontos de massa definem o ponto exato da janela de sequência de frames que o programa vai seguir para adquirir os dados selecionados pelo usuário. Estes pontos podem ser definidos manualmente como é mostrado nas figuras 24 e 25. Para marcar os pontos, a tecla *shift* deve ser mantida pressionada enquanto que

cada clique com o botão esquerdo do mouse demarca um ponto de massa e faz com que o frame seja alterado para o seguinte, onde novamente deverá ser marcado o ponto de massa do objeto, e assim sucessivamente até chegar ao fim dos *frames* previamente selecionados.

Figura 19 - Marcando os pontos de massa manualmente. Fonte: O autor.

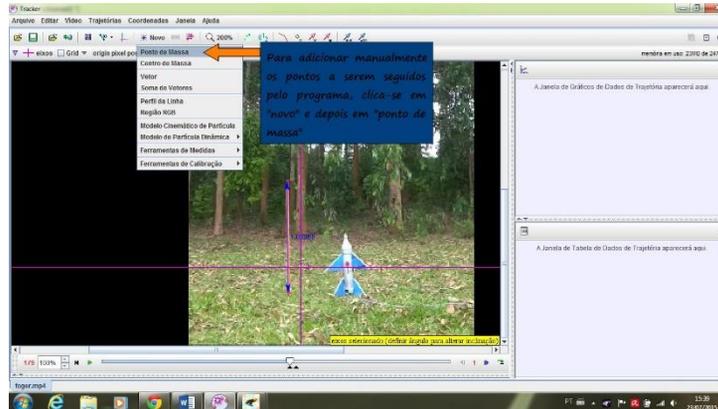
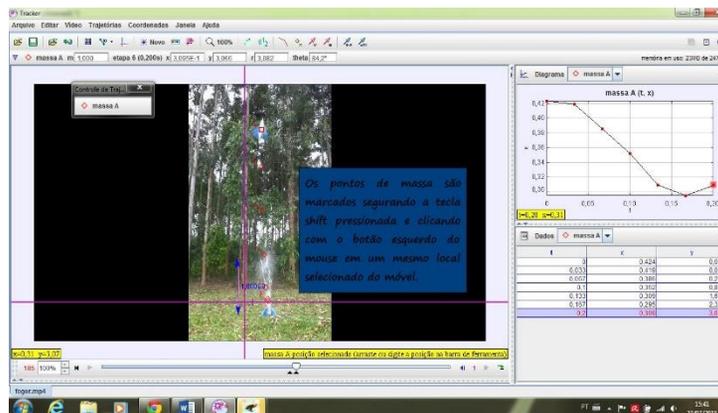


Figura 20 - Pontos de massa marcados manualmente com as informações adquiridas mostradas na tabela e no gráfico do lado esquerdo da tela. Fonte: O autor.



4.8. MARCANDO OS PONTOS DE MASSA AUTOMATICAMENTE.

Os pontos de massa podem ser mais convenientemente adquiridos com a função trajetória automática, que se mostra muito útil quando temos algum

objeto que se movimenta muito lentamente e a quando a quantidade de frames analisados é muito grande. Para que esta função seja usada com sucesso o contraste existente no cenário do vídeo em relação ao móvel presente nele deve ser adequado, pois o programa irá rastrear o movimento tendo como parâmetro inicial o ponto marcado pelo usuário. Este procedimento é descrito nas figuras 26 à 30.

Figura 21 - Como marcar os pontos de massa automaticamente. Fonte: O autor.

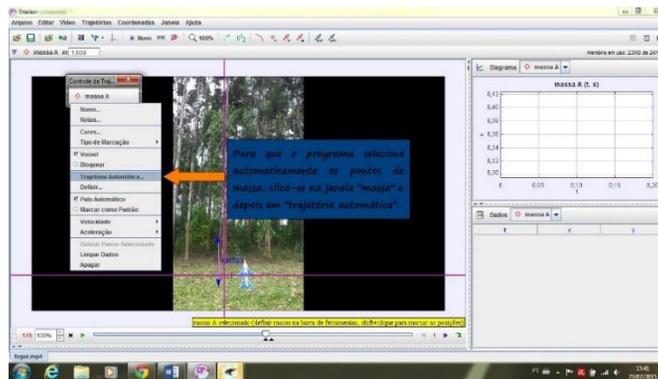


Figura 22 - Instruções que devem ser seguidas. Fonte: O autor.



Figura 23 - Modelo que o programa irá seguir na seqüência de frames. Fonte: O autor.

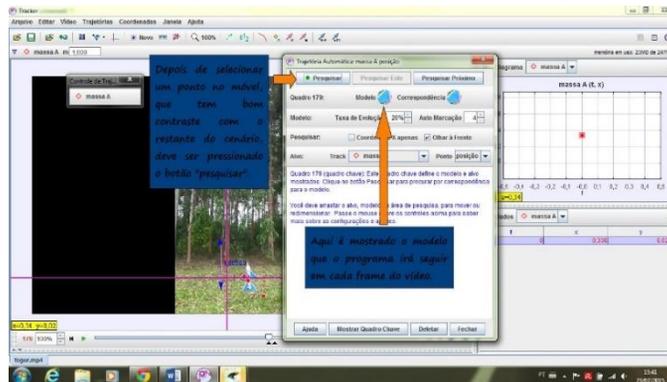


Figura 24 - Informações acerca do movimento coletadas automaticamente. Fonte: O autor.

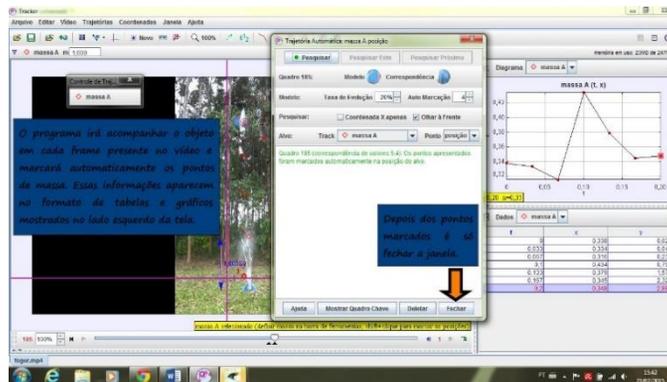
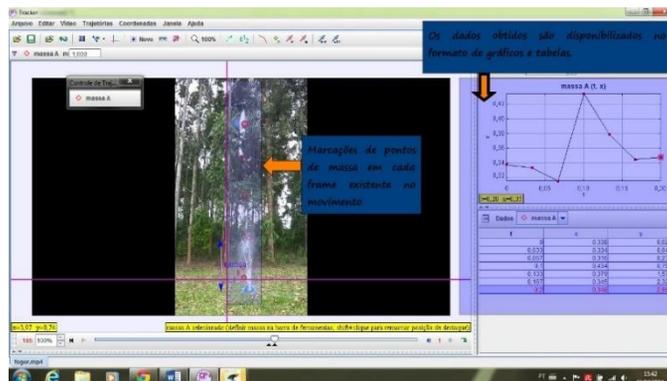


Figura 25 - Informações sobre o movimento do objeto coletado em formato de tabelas e gráficos. Fonte: O autor.



4.9. TABELAS E GRÁFICOS.

Os dados obtidos podem ser copiados e analisados de diferentes maneiras, inclusive com o emprego de outros programas que constroem gráficos. Nas figuras 31 à 40 é mostrado como obter informações através dos gráficos criados com o programa *Tracker*.

Figura 26 – Dados obtidos. Fonte: O autor.

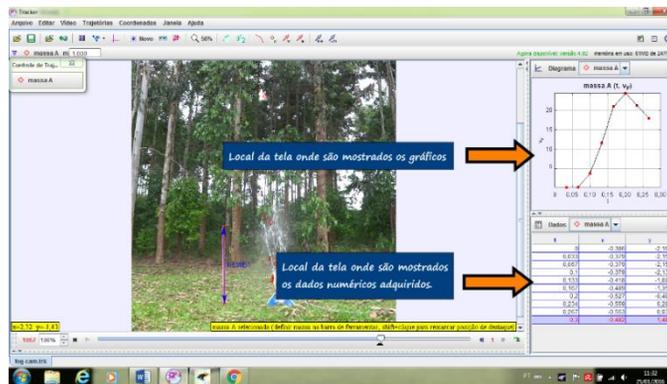


Figura 27 – Gráficos. Fonte: O autor.

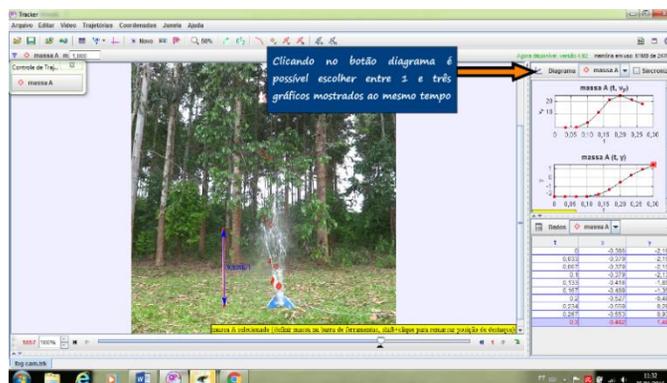


Figura 28 – Eixos de coordenadas. Fonte: O autor.

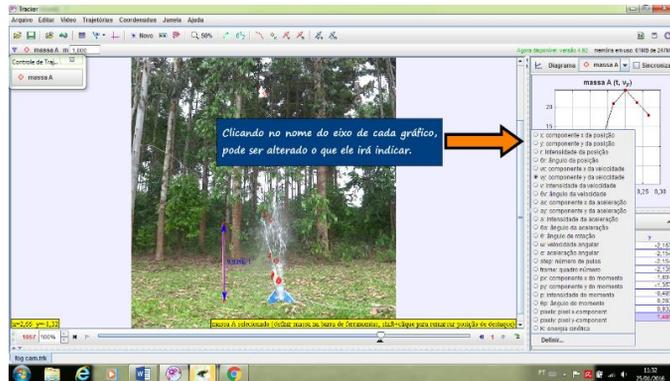


Figura 29 – Grandezas visualizadas nas tabelas. Fonte: O autor.

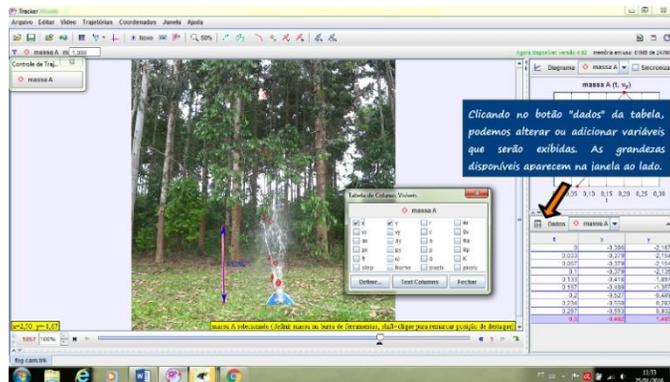


Figura 30 – Analisando os gráficos. Fonte: O autor.

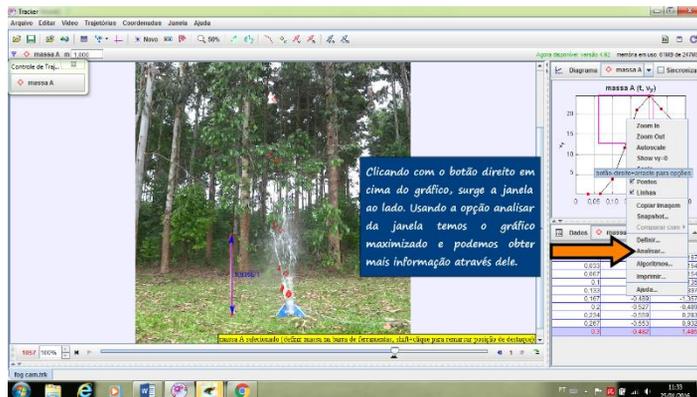


Figura 31 - Janela de análise dos gráficos. Fonte: O Autor.

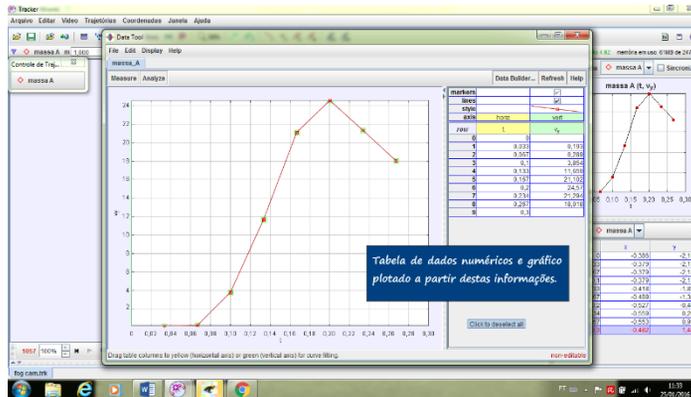


Figura 32 - Escalas dos gráficos. Fonte: O autor.

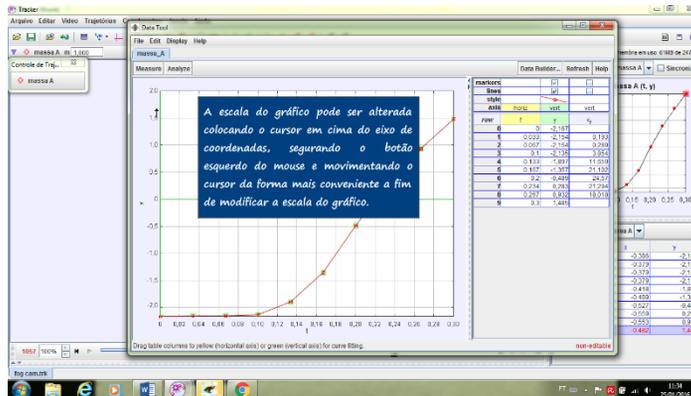


Figura 33 - Traçando a melhor curva para os dados obtidos. Fonte: O autor.

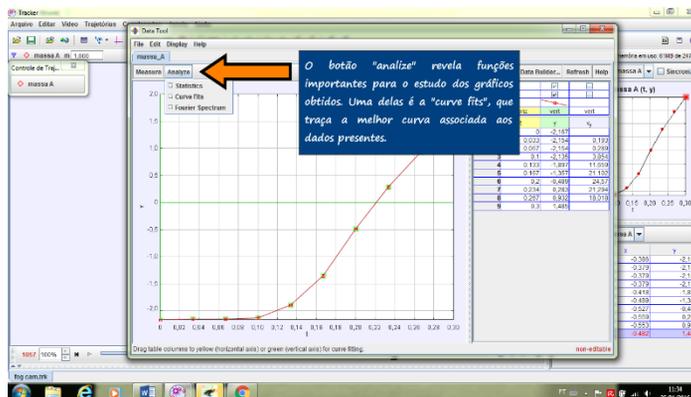


Figura 34 - Informações obtidas com a função *curve fits*. Fonte: O autor.

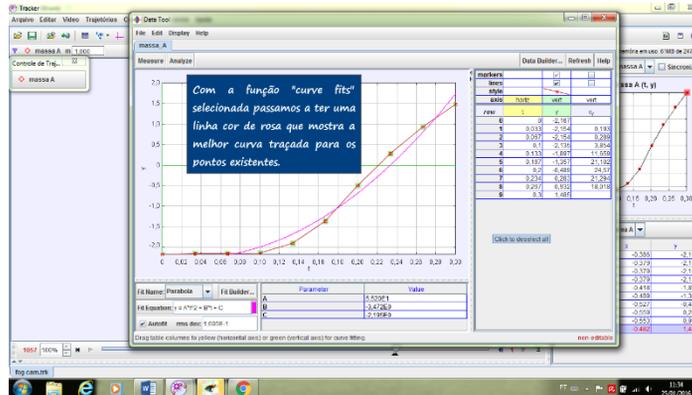
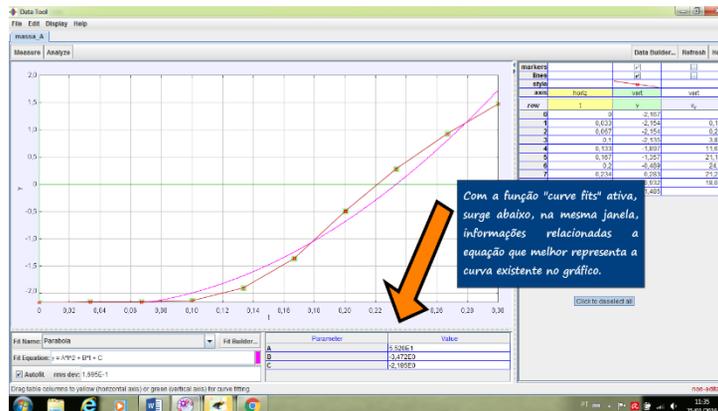


Figura 35 - Informações e equação que melhor representa o movimento analisado com o programa Tracker. Fonte: O autor.

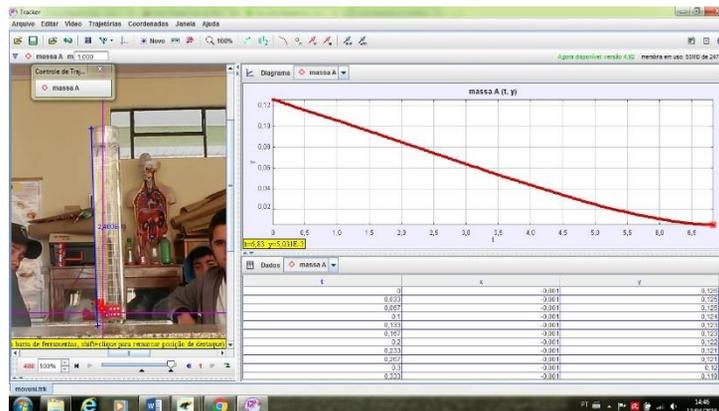


5. EXEMPLOS COMENTADOS

5.1. MOVIMENTO UNIFORME

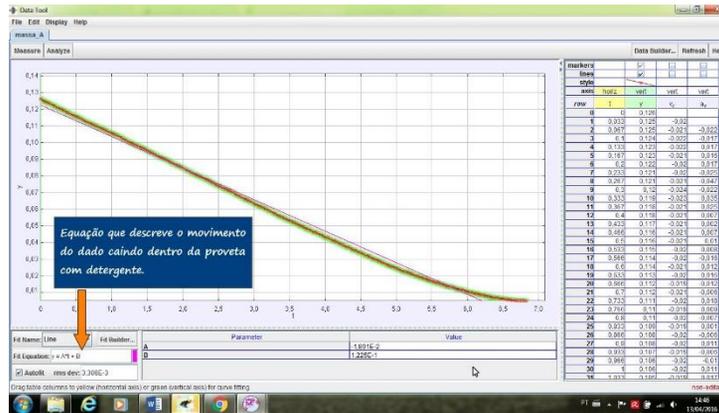
Para demonstrar a análise, através do programa *Tracker*, de um objeto em movimento uniforme utilizaremos a filmagem de um dado caindo dentro de uma proveta preenchida com detergente.

Figura 36 - Experimento de um dado numérico caindo dentro de proveta cheia de detergente. Fonte: O autor.



Depois de executar todos os procedimentos necessários para aquisição dos dados que o programa precisa, obtemos os seguintes gráficos do movimento filmado:

Figura 37 - Gráfico y x t. Fonte: O autor.



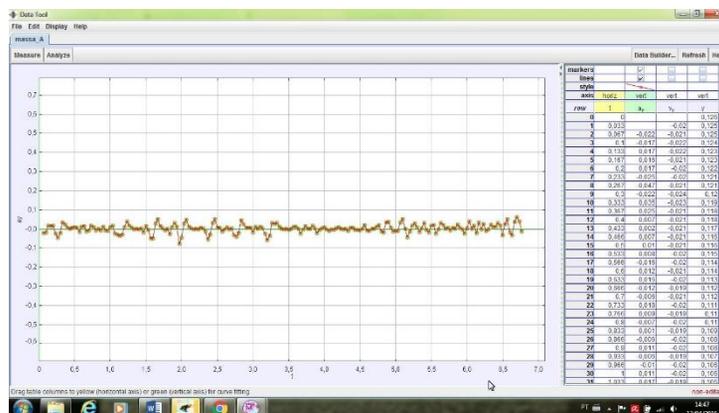
Podemos observar no gráfico posição em y versus tempo a figura característica de uma reta crescente, como é de se esperar de um objeto que se movimenta de maneira uniforme. Analisando os dados numéricos mais minuciosamente, concluímos que o dado cai, em média, 1 mm a cada 0,033 s. Tendo portanto uma velocidade média de 0,030 m/s. O programa traça a melhor curva avaliando todas as medidas obtidas, sendo possível obter a equação que descreve o gráfico do movimento com o valor das constantes A e B, que são, respectivamente, a velocidade constante e a posição inicial. Considerando todas as medições feitas pelo programa em cada frame do vídeo, temos a informação que o dado iniciou sua queda na posição 0,1225 m, em relação ao sistema de coordenadas definido, sendo a velocidade constante de queda de 0,01891 m/s, ou 18,91 mm/s, segundo o programa.

Figura 38 - Gráfico da velocidade em y versus tempo. Fonte: O autor.



No gráfico da velocidade no eixo y versus tempo vemos que a velocidade permanece constante e com valor de 0,02 m/s na maior parte do movimento. Depois de 6 s a velocidade foi diminuindo devido aos efeitos de borda sentidos pelo dado, ao se aproximar do fundo da proveta. Entretanto fica claro que a velocidade no movimento uniforme permanece como uma constante quando nenhum efeito externo impõe influência no objeto em movimento.

Figura 39 - Gráfico da aceleração em y versus tempo. Fonte: O autor.



O gráfico da aceleração em função do tempo mostra que existe uma pequena oscilação nos valores encontrados devido a fatores externos, por

exemplo, pela não homogeneidade do detergente no momento do experimento, mas é fácil de perceber, analisando o gráfico, que todos os pontos plotados oscilam em torno do valor zero, que é o que se espera de algo se movendo uniformemente, que a aceleração seja nula, já que a velocidade não varia com o passar do tempo.

5.2. MOVIMENTO ACELERADO.

Para exemplificar o uso do *Tracker* na análise de um movimento acelerado, vamos considerar o lançamento de um foguete movido a água e ar comprimido, como é mostrado na figura 45.

Figura 40 - Lançamento de foguete movido a água e ar comprimido. Fonte: O Autor.

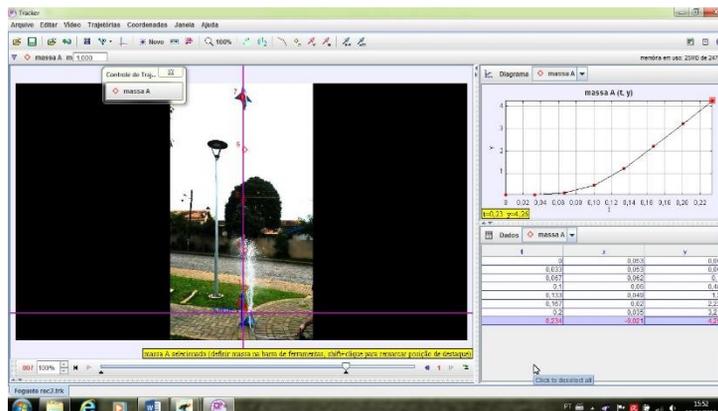
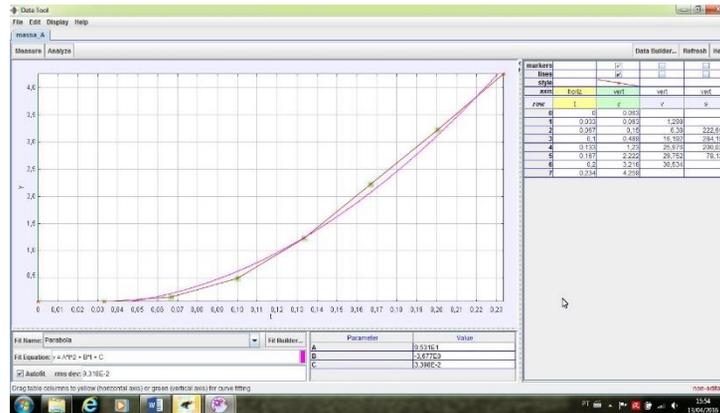
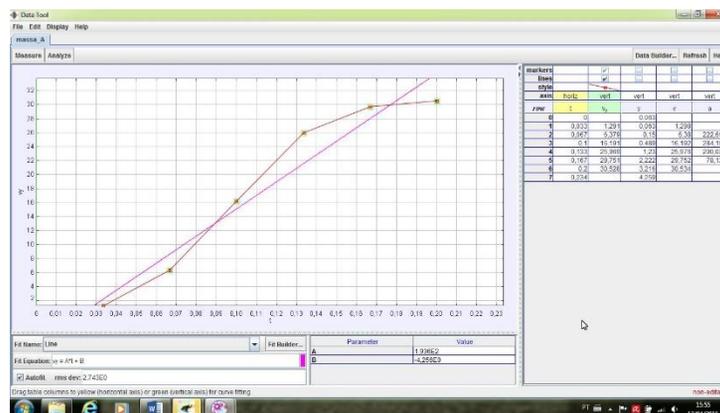


Figura 41 - Gráfico posição em y versus tempo. Fonte: O autor.



Podemos observar que o gráfico corresponde a uma meia parábola, o que nos leva a concluir que o móvel está acelerando com o passar do tempo, sempre percorrendo distâncias maiores para a passagem de um mesmo intervalo de tempo. Dando o comando para o programa ajustar a melhor curva para o gráfico, obtemos as informações mostradas na área inferior da figura 46. Informações que revelam a velocidade de saída do foguete ou velocidade inicial, com valor de 3,677 m/s. Também podemos obter a aceleração do foguete, que teve a média de 95,31 m/s^2 .

Figura 42 - Gráfico da velocidade no eixo y pelo tempo. Fonte: O Autor.



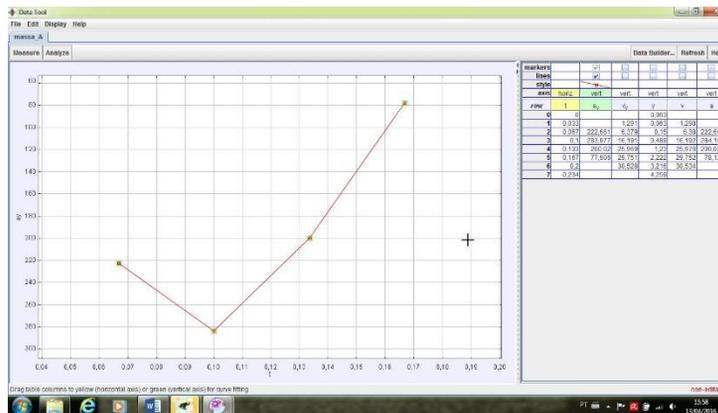
Olhando separadamente o gráfico velocidade no eixo y em função do tempo, vemos que a velocidade cresce rapidamente até o instante de tempo 0,165 s e depois começa a decrescer, devido ao atrito do corpo do foguete com o ar e principalmente devido à perda de pressão e água que estão sendo ejetados do foguete e sendo assim, diminuindo o seu empuxo.

Na melhor curva traçada pelo programa vemos que a velocidade inicial, neste gráfico da velocidade pelo tempo é de 4,256 m/s e a aceleração corresponde ao valor de 193,6 m/s².

A discrepância que pode ocorrer com os valores das grandezas medidas, principalmente com a velocidade e a aceleração, para um mesmo móvel, provém do pouco número de medições feitas devido a limitações da capacidade de filmagem. Quanto maior o número de medidas que o programa puder fazer de um objeto em movimento, melhores serão os dados obtidos e as diferenças de valores das grandezas obtidas, em dependências dos gráficos que estão sendo analisados, tendem a desaparecerem.

Para o gráfico da aceleração pelo tempo, vemos que o programa conseguiu captar apenas quatro pontos ao longo da trajetória do foguete. O ideal seria utilizar um melhor contraste entre o foguete e o plano de fundo, bem como posicionar a câmera o mais longe possível, de modo a filmar o foguete chegando a uma altura maior, tornando possível também a captação de mais pontos e ter uma melhor representação de como a aceleração está se comportando com o passar do tempo. No caso do gráfico da figura 48 vemos que a aceleração aumenta abruptamente no início do movimento, chegando a 284 m/s² e depois vai decrescendo rapidamente também até o último valor que o programa conseguiu obter, que corresponde a 78 m/s².

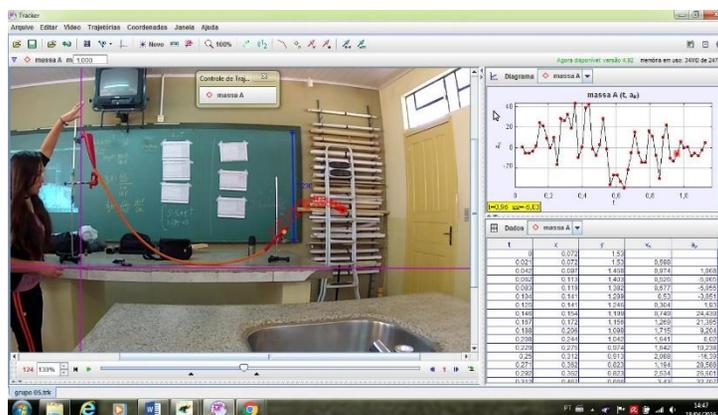
Figura 43 - Gráfico da aceleração no eixo y versus tempo. Fonte: O Autor.



5.3. COMPOSIÇÃO DE MOVIMENTOS.

O experimento construído para a análise do movimento em duas dimensões, consiste de um carrinho de brinquedo abandonado para descer uma rampa, que possui seu trajeto final inclinado, como é mostrado figura 49.

Figura 44 - Objeto descendo por uma rampa. Fonte: O autor.



As informações retiradas da filmagem com o programa *Tracker*, e plotadas nos gráficos abaixo mostram um movimento uniformemente variado nas coordenadas x e y enquanto o móvel desce a rampa. Após o móvel deixar a rampa

ele passa a apresentar o movimento uniforme no eixo x e movimento uniformemente variado no eixo y, sofrendo ação da aceleração da gravidade local.

A figura 50 evidencia que o móvel deixa a rampa no instante de tempo $t = 0,65$ s. Passando a ter aceleração média igual a zero depois do instante de tempo citado.

Como o movimento é relativamente rápido e o objeto filmado pequeno, o programa apresenta certa dificuldade de rastrear o movimento com exatidão. Mesmo assim pode ser percebido no gráfico da figura 50 que existe uma aceleração positiva quando o móvel desce a rampa, quando está subindo a inclinação final ocorre uma pequena desaceleração e depois de saltar da rampa a aceleração média no eixo x é zero.

Analisando o gráfico da figura 51, que mostra o comportamento da aceleração no eixo y, vemos que existe a aceleração do móvel descendo a rampa, uma pequena desaceleração quando ele sobe a inclinação final e por fim, quando o móvel deixa a rampa, temos pontos que indicam uma aceleração constante agindo no móvel no sentido vertical. Se calcularmos a aceleração média dos pontos marcados encontraremos o valor aproximado da aceleração da gravidade no local, que age no sentido y do movimento após o móvel deixar sua rampa de lançamento.

Figura 45 - gráfico da aceleração no eixo x pelo tempo. Fonte: O autor.

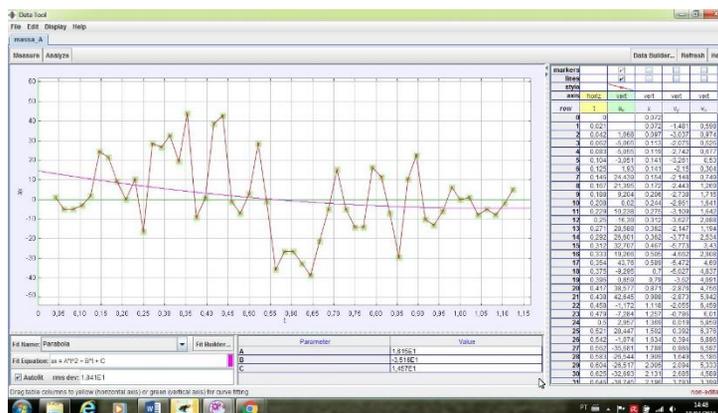


Figura 46 - Gráfico da aceleração no eixo y pelo tempo. Fonte: O autor.



Na figura 52 temos a plotagem da velocidade no eixo y e em relação ao tempo decorrido do movimento. Na mesma figura, o móvel tem velocidade igual a zero no eixo y no tempo 0,50 s. É mais claro ainda o momento que o móvel deixa a rampa, que ocorre no tempo de 0,65 s. Após este instante a velocidade em y vai aumentando com o tempo devido a ação da aceleração da gravidade após o móvel ser lançado.

Na figura 53, vemos que a velocidade em x cresce enquanto o móvel desce a rampa, não existindo inversão do sentido do movimento, e após seu lançamento do móvel, ou seja, após o tempo $t = 0,65$ s, temos a velocidade em x sendo praticamente uma constante, já que não teremos aceleração neste eixo após o móvel deixar a rampa.

Figura 47 - Gráfico da velocidade no eixo y pelo tempo. Fonte: O autor.



Figura 48 - Gráfico da velocidade no eixo x pelo tempo. Fonte: O autor.



Analisando o gráfico do movimento no eixo y em relação ao tempo, presente na figura 54, vemos uma descrição fiel da trajetória do móvel, que foi solto de 1,53 m de altura, chegou na parte mais baixa da rampa, onde a posição na coordenada y é igual a zero metros, e depois voltou a se elevar até a altura de 0,80 m após saltar da inclinação final da rampa. Após o salto, o móvel sofre a queda imposta pela aceleração da gravidade local.

Figura 49 - Gráfico da posição no eixo y pelo tempo. Fonte: O autor.



Por fim, a figura 55 marca os pontos que o móvel ocupa obedecendo a coordenada x em função do tempo de movimento. Pela posição que o eixo de coordenadas foi definido na interface do programa *Tracker*, na inserção dos parâmetros iniciais para proceder a análise do movimento, temos o início do movimento em $x = 0$ m, que cresce acelerado até o tempo $t = 0,65$ s. A parábola que se esboça no gráfico neste intervalo de tempo mostra a aceleração existente. Após o tempo de 0,65 s do início do movimento, o gráfico mostra uma reta crescente, característica de um movimento que passa a ter velocidade constante na coordenada considerada, não apresentado mais aceleração na horizontal após deixar a rampa de lançamento.

6. A FÍSICA DOS MOVIMENTOS

6.1. CONCEITOS BÁSICOS.

É necessário definir alguns conceitos que serão empregados no decorrer dos textos seguintes:

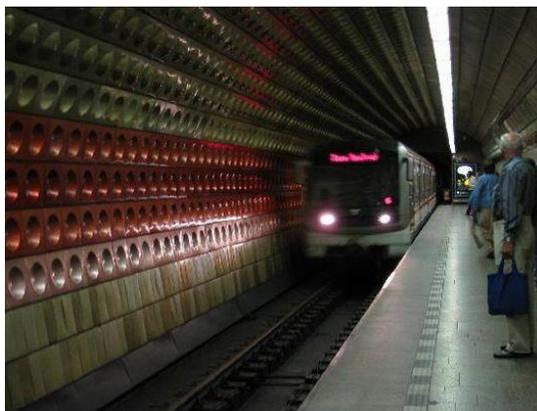
- Posição: Local onde o móvel se encontra em relação aos eixos orientados, relativamente a um ponto de referência, geralmente tomado como a origem, que corresponde, bidimensionalmente, a $x = 0$ e $y = 0$;
- Movimento: O movimento de um objeto consiste na mudança de sua posição com o decorrer do tempo;
- Trajetória: Lugar geométrico dos pontos do espaço que objeto se movimentando ocupa com o passar do tempo;
- Referencial: Consiste do local onde o movimento é observado. A trajetória e a condição de o móvel estar ou não em movimento dependem do referencial adotado;
- Distância percorrida: Quantidade, em unidades de medida de comprimento, que o móvel andou em relação a sua origem. Independente do sentido do movimento;
- Deslocamento: Corresponde à variação da posição que o objeto se encontra em relação a posição na qual ele iniciou o movimento.

6.1.1. Velocidade média e Velocidade instantânea.

O movimento é relativo e tudo se move. Mesmo as coisas que parecem estar em repouso. Enquanto você está lendo isto, você está se movendo a aproximadamente a 107.000 quilômetros por hora em relação ao sol. Quando discutimos o movimento de algo, temos que fazê-lo em relação a alguma outra coisa. Se você caminha no corredor de um ônibus em movimento, sua rapidez em relação ao piso do ônibus é completamente diferente de sua rapidez em relação à estrada. Por exemplo, na figura 56, em relação à estação, o metrô e as pessoas estão se movendo? E em relação ao metrô, a estação e as pessoas estão em movimento? A resposta seria: depende do referencial adotado para a análise do movimento em questão.

Figura 56 – Relação entre movimento e referencial adotado para a análise de corpos se movimentando. Fonte:

<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/discovirtual/aulas/15333/imagens/relativo07.jpg>. Acessada em: 10/06/2015.



Quando dizemos que a rapidez de um carro de corrida é de 300 km/h, queremos dizer que tal rapidez é relativa à estrada. Portanto, a menos que outra coisa seja dita, sempre que nos referirmos à rapidez com que se movem as coisas

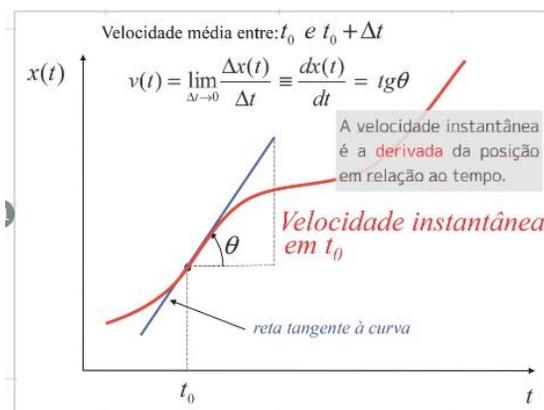
em nosso ambiente, estaremos usando como referencial a superfície da Terra. O movimento é relativo.

A rapidez pode ser definida como sendo a medida de quão rapidamente alguma coisa se move, ou seja, é a medida da unidade de distância dividida por uma unidade de tempo. A palavra “rapidez”, utilizada até agora, é sinônimo de outra palavra, a velocidade. Que pode ser empregada quando consideramos o sentido e a direção do móvel.

Quando algo se move com rapidez constante ou velocidade constante, distâncias iguais são percorridas em intervalos de tempo iguais, mas só se a direção e sentido não se alterarem durante o movimento. Por outro lado, velocidade constante e rapidez constante, podem ser muito diferentes.

Velocidade constante significa rapidez constante, mas sem nenhuma mudança na direção e sentido. Um carro que percorre uma curva com rapidez constante não tem velocidade constante, pois sua velocidade varia quando muda de direção. A palavra velocidade será utilizada daqui em diante.

Figura 57 - Inserção de conceitos básicos de derivada para determinar a velocidade média e a velocidade instantânea. Fonte: O autor.



Se queremos saber a velocidade em um exato instante de tempo, devemos fazer o limite da variação do espaço Δx pela variação de tempo Δt , se aproximando infinitesimalmente de (t_0) . Fazendo isso temos a rapidez instantânea ou velocidade instantânea:

$$velocidade = \frac{dist\grave{a}ncia}{tempo}$$

Você pode verificar a velocidade instantânea de um carro em cada instante que olha no velocímetro. Um carro viajando a 50 km/h se mantivesse esta velocidade por 1 hora, cobriria a distância de 50 km. Entretanto, é muito pouco provável que qualquer móvel tenha sempre a mesma velocidade para todos os instantes de tempo que formos medi-la. A velocidade pode variar bastante. Mas, em uma viagem, o motorista estima o tempo que ela vai durar. Isto é possível conhecendo a velocidade média:

$$velocidade\ m\acute{e}dia = \frac{dist\grave{a}ncia\ percorrida}{intervalo\ de\ tempo}$$

As combinações de unidades para distância e tempo são válidas para medir a velocidade, como quilômetros por hora $\left(\frac{km}{h}\right)$, milhas por hora $\left(\frac{mi}{h}\right)$, metros por segundo $\left(\frac{m}{s}\right)$.

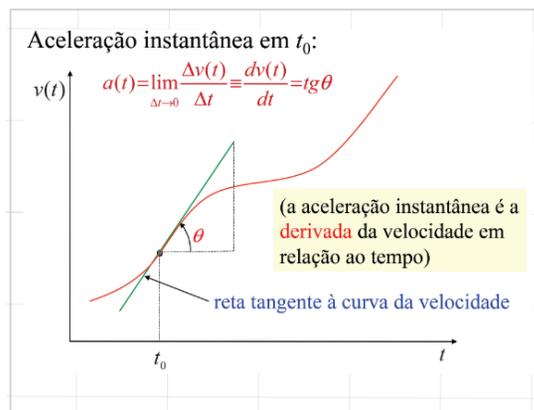
Para se fazer a transformação entre as unidades mais usuais pode seguir a seguinte regra:

Se quisermos transformar de $\left(\frac{km}{h}\right)$ para $\left(\frac{m}{s}\right)$ divide o valor de velocidade a ser transformado pelo número 3,6. Para transformar de $\left(\frac{m}{s}\right)$ para $\left(\frac{km}{h}\right)$ deve ser multiplicado o valor de velocidade a ser transformado pelo número 3,6.

6.1.2. Aceleração.

Podemos alterar a velocidade de alguma coisa mudando a rapidez do seu movimento, modificando a sua direção, ou ambos. O quão rapidamente muda a velocidade chama-se aceleração:

Figura 58 - Conceito de derivada aplicado à definição da aceleração. Fonte: O autor.



$$\text{aceleração} = \frac{\text{variação da velocidade}}{\text{intervalo de tempo}}$$

A ideia chave que define a aceleração é a variação. Suponha que estamos dirigindo e que em 1 segundo aumentamos nossa velocidade de 30 km/h para 35 km/h, no próximo segundo para 40 km/h, depois para 45 km/h durante o próximo segundo e assim por diante. Estamos variando a nossa velocidade em 5 km/h a cada segundo. Esta mudança na velocidade é o que chamamos de aceleração. Observe que a unidade de tempo aparece duas vezes.

Uma na unidade de velocidade e outra para o intervalo de tempo em que ocorreu a variação de velocidade. Portanto as unidades utilizadas terão o seguinte

aspecto: $\left(\frac{km}{h^2}\right)$; $\left(\frac{m}{s^2}\right)$. Note também que a aceleração não é apenas a variação total da velocidade; ela é igual a taxa de variação com o tempo, ou variação por segundo, da velocidade.

O termo aceleração aplica-se tanto para diminuição ou aumento da velocidade, sendo que é bastante comum encontrar o termo desaceleração quando a velocidade diminui com a passagem do tempo.

Estamos acelerados sempre que nos movimentamos numa trajetória curva, ainda que nos movimentemos com uma rapidez constante, porque nossa direção está mudando e vem daí que nossa velocidade está mudando também.

6.1.3. Movimento com aceleração e sem aceleração.

Se você olhar ao seu redor, quase a totalidade das coisas que se movimentam de alguma maneira apresentam algum valor de aceleração que pode mudar a qualquer momento. Movimentos que apresentam velocidade exatamente constante, conseqüentemente não possuindo aceleração, são raros, como a velocidade da luz. Entretanto, podemos considerar movimentos que são quase constantes, como os ponteiros de um relógio, o movimento de rotação dos planetas, uma escada rolante, etc.

Um móvel que se movimenta e que supostamente não possui aceleração, como consequência vai apresentar velocidade constante. Para descrever o comportamento deste móvel precisamos saber de onde ele partiu, que é a posição inicial, e o valor de sua velocidade constante. Com estas informações conseguimos saber a sua posição em qualquer instante de tempo. Também poderemos saber quando tempo leva para ele chegar até certa posição que se deseja. Por exemplo, para encontrar a posição que ele se encontra em certo tempo:

$$\textit{posição final} = \textit{posição inicial} + (\textit{velocidade} \times \textit{tempo})$$

Para todos os outros movimentos, que possuem algum valor de aceleração diferente de zero, temos que a sua velocidade vai aumentar ou diminuir com o passar do tempo, como em um veículo que pode acelerar, aumentando sua velocidade com o passar do tempo, ou desacelerar, diminuindo sua velocidade com o passar do tempo. Para tal móvel, podemos saber informações acerca de sua velocidade pensando da seguinte maneira:

$$velocidade\ final = velocidade\ inicial + (aceleração \times tempo)$$

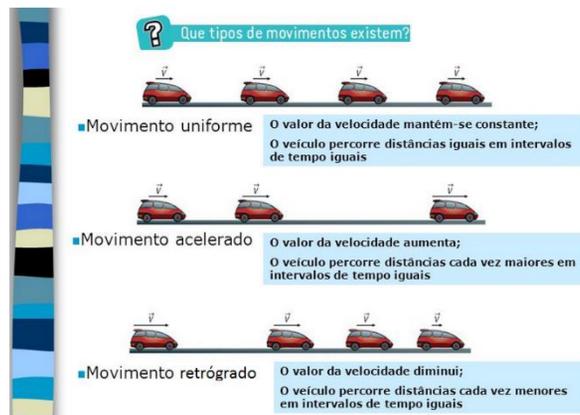
E podemos obter informações acerca de sua posição com o passar do tempo da seguinte forma:

$$posição\ final = posição\ inicial + velocidade\ inicial \times tempo + \frac{aceleração \times (tempo)^2}{2}$$

A equação acima é de segundo grau por possuir dependência da variação da velocidade e da posição com o tempo. Isto acontece justamente porque o movimento apresenta algum valor de aceleração, que deve ser constante para que o nosso modelo que descreve os movimentos funcione.

Na figura 59 encontra-se de modo simplificado a classificação de cada um dos tipos de movimento segundo a variação da velocidade, ou existência ou não de aceleração.

Figura 59 - Classificação do movimento dos corpos. Fonte: http://imagens.slideplayer.com.br/3/1257833/slides/slide_11.jpg. Acessado em: 06/06/2015.



6.1.4. Equação de Torricelli.

Muitas vezes não dispomos dos valores referentes ao tempo, para caracterizar o movimento de certo corpo. A equação de Torricelli nos auxilia justamente neste ponto. Poderemos obter informações acerca do deslocamento do objeto, aceleração e variação da velocidade, mesmo sem existir valores do tempo decorrido enquanto o corpo se movimenta.

Esta relação surge da junção de duas equações vistas anteriormente:

A equação da velocidade para o movimento acelerado:

$$velocidade = velocidade\ inicial + (aceleração \times tempo)$$

Podemos escrever as equações de uma maneira simplificada, substituindo as palavras por símbolos que as identificam, como mostrado na seqüência.

$$V = V_0 + (a \cdot t)$$

E a equação da posição para o movimento acelerado:

$$\begin{aligned} \text{posição} &= \text{posição inicial} + \text{velocidade inicial} \times \text{tempo} \\ &+ \frac{\text{aceleração} \times (\text{tempo})^2}{2} \end{aligned}$$

também pode ser condensada da seguinte maneira:

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot (t)^2}{2}$$

Para chegar a mesma conclusão que Torricelli encontrou, usamos a equação horária da velocidade, dada por:

$$v = v_0 + a \cdot t$$

Podemos isolar a variável tempo (t), de onde obtemos:

$$t = \frac{v - v_0}{a}$$

Ao isolar a variável tempo na equação horária da velocidade, basta substituir essa variável na equação horária dos espaços, chegando à expressão abaixo:

$$x - x_0 = V_0 \cdot \left(\frac{V - V_0}{a} \right) + \frac{a}{2} \cdot \left(\frac{V - V_0}{a} \right)^2$$

$$x - x_0 = \frac{V_0 \cdot V - V_0^2}{a} + \frac{a \cdot (V^2 - 2 \cdot V \cdot V_0 + V_0^2)}{2 \cdot a^2}$$

$$\Delta x = \frac{2V_0 \cdot V + V^2 - 2 \cdot V \cdot V_0 + V_0^2}{2 \cdot a}$$

$$\Delta x = \frac{V^2 - V_0^2}{2 \cdot a}$$

$$V^2 = V_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta x$$

ou

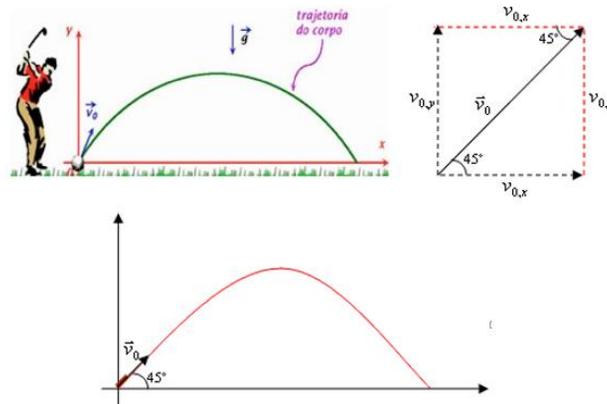
$$(\text{velocidade final})^2 = (\text{velocidade inicial})^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta x$$

A equação acima é conhecida como equação de Torricelli.

6.1.5. Lançamento Oblíquo.

O lançamento oblíquo consiste no lançamento de um projétil em que este faz um ângulo qualquer em relação a um referencial (geralmente o solo). Um esquema ilustrativo pode ser representado abaixo:

Figura 60 - Esquema ilustrativo de lançamento oblíquo. Fonte: O autor.



Nesse lançamento alguns cuidados devem ser tomados:

- I. Deve-se tomar bastante atenção na decomposição do vetor velocidade;
- II. O lançamento oblíquo obedece ao princípio da decomposição do movimento.

O princípio da decomposição do movimento diz: Todo movimento complexo pode ser decomposto em vários movimentos mais simples sempre que possível. Assim o lançamento oblíquo por estar sobre dois eixos e sob a ação da aceleração da gravidade pode ser decomposto em dois movimentos mais simples.

- Eixo y: O movimento presente no eixo y será o de queda livre;
- Eixo x: O movimento presente no eixo x será o movimento uniforme.

A conclusão que se pode tirar é de que a análise separadamente dos movimentos de cada eixo corresponde a análise do lançamento oblíquo de forma integral.

Usando os símbolos formais para cada grandeza, podemos obter alguns resultados teoricamente para o lançamento de projéteis:

- III. Através da equação de Torricelli e sabendo-se que a velocidade final é nula, encontramos que a altura máxima é dada por ($y_{m\acute{a}x}$):

$$0 = V_{0y}^2 - 2g\Delta y \rightarrow \Delta y = \frac{V_{0y}^2}{2g} \rightarrow y_{m\acute{a}x} = \frac{V_{0y}^2}{2g}$$

$$y_{m\acute{a}x} = \frac{(V_0 \cdot \text{sen}\theta)^2}{2 \cdot g}$$

- IV. A partir da equação horária da velocidade para movimentos acelerados e fazendo a velocidade final igual a zero, temos o tempo de subida, que é igual ao tempo de queda:

V.

$$0 = V_{0y} - g \cdot t_s \rightarrow t = \frac{V_0 \cdot \text{sen}\theta}{g}$$

Sendo o tempo de voo igual a soma do tempo de subida com o tempo de descida, obtém-se o tempo que o projétil permanece no ar (t_{ar}):

$$t_{ar} = \frac{2 \cdot V_0 \cdot \text{sen}\theta}{g}$$

- VI. Alcance máximo ($R = x_{m\acute{a}x}$) ocorre quando o tempo (t) é igual ao tempo de voo (t_{ar}). Portanto, devemos substituir o tempo de voo na equação da posição para o movimento acelerado que ocorre no eixo y , temos:

$$0 = 0 + V_0 \cdot \text{sen}\theta t_{ar} - \frac{1}{2} g \cdot t_{ar}^2$$

$$V_0 \cdot \text{sen}\theta = \frac{1}{2} g \cdot t_{ar}$$

$$t_{ar} = \frac{2 \cdot V_0 \cdot \text{sen}\theta}{g}$$

O tempo de voo (t_{ar}) encontrado com as informações para o eixo y, deve ser associado a equação de movimento horizontal uniforme, que ocorre no eixo x:

$$x_{m\acute{a}x} = V_0 \cdot \cos\theta t_{ar}$$
$$x_{m\acute{a}x} = \frac{2 \cdot V_0 \cdot \text{sen}\theta \cdot V_0 \cdot \cos\theta}{g}$$

Usando a identidade trigonométrica ($\text{sen}2\theta = 2 \cdot \text{sen}\theta \cdot \cos\theta$) na equação acima, chegamos ao alcance máximo ($x_{m\acute{a}x}$):

$$x_{m\acute{a}x} = \frac{V_0^2 \cdot \text{sen}2\theta}{g}$$

BIBLIOGRAFIA

OPEN SOURCE PHYSICS (Softwares com código aberto, gratuitos). 2010. Disponível em: <http://www.compadre.org/osp/>>. Acesso em: 10 Fev. 2015.

SÉRIE
PRODUTOS EDUCACIONAIS EM ENSINO DE FÍSICA

VOLUME 1 – Automatização de Experimentos de Física Moderna com o Kit Lego NXT Mindstorms

Wanderley Marcílio Veronez, Luiz Américo Alves Pereira, Gélson Biscaia de Souza

VOLUME 2 – O Arduino na Programação de Experiências em Termodinâmica e em Física Moderna

Marilene Probst Novacoski, Gélson Biscaia de Souza, Luiz Américo Alves Pereira

VOLUME 3 – Do Magnetismo à Lei da Indução Eletromagnética de Faraday

Marlon Labas, Fábio Augusto Meira Cássaro

VOLUME 4 – Estudando Astronomia, Aprendendo Física: Atividades Práticas de Observação do Sol

Ana Caroline Pscheidt, Marcelo Emílio

VOLUME 5 – Simulador Didático de Acomodação do Olho Humano

Gustavo Trierveiler Anselmo, Júlio Flemming Neto, Antônio Sérgio Magalhães de Castro

VOLUME 6 – Ensino dos Conceitos de Movimento e Inércia na Mecânica, a partir de uma Concepção de Ciência que não Utiliza a Lógica Binária

Luiz Alberto Clabonde, Luiz Antônio Bastos Bernardes, Jeremias Borges da Silva

VOLUME 7 – Uma Proposta de Utilização de Mídias Sociais no Ensino de Física com Ênfase à Dinâmica de Newton

Heterson Luiz De Lara, Alexandre Camilo Junior, Jeremias Borges da Silva

VOLUME 8 – O Eletromagnetismo e a Física Moderna através de Atividades Experimentais

Ademir Kreпки Henisch, Jeremias Borges da Silva

VOLUME 9 – Física Nuclear e Sociedade

Tomo I – Caderno do Professor

Tomo II – Caderno do Aluno

Josicarlos Peron, André Vitor Chaves de Andrade

VOLUME 10 – Conceituação e Simulação na Dinâmica do Movimento

Tomo I – Caderno do Professor

Tomo II – Caderno do Aluno

Leandro Antonio dos Santos, Antônio Sérgio Magalhães de Castro

VOLUME 11 – Montagem de um Painel Didático e Atividades Experimentais em Circuitos de Corrente Contínua

Renato Dalzotto, Sérgio da Costa Saab, André Maurício Brinatti

VOLUME 12 – Nas Cordas dos Instrumentos Musicais

Luís Alexandre Rauch, André Maurício Brinatti, Luiz Fernando Pires

VOLUME 13 – O Fóton em Foco: Relações entre Cor, Frequência e Energia de Radiações Eletromagnéticas

Romeu Nunes de Freitas, André Maurício Brinatti, Jeremias Borges da Silva

VOLUME 14 –

Tomo I - Iniciação em Robótica e Programação com Algumas Aplicações em Física

Tomo II – Tutorial: Tela Interativa com Controle do Nintendo Wii

Hernani Batista da Cruz, Luiz Antônio Bastos Bernardes, Silvio Luiz Rutz da Silva

VOLUME 15 – O Uso do Software Tracker no Ensino de Física dos Movimentos

Edenilson Orkiel, Silvio Luiz Rutz da Silva



Este trabalho está licenciado com uma Licença Creative Commons –
Atribuição -Não Comercial- Compartilha Igual 4.0 Internacional.

Disponível em:

<http://uepg.br/proex/Home/ebook.html>

