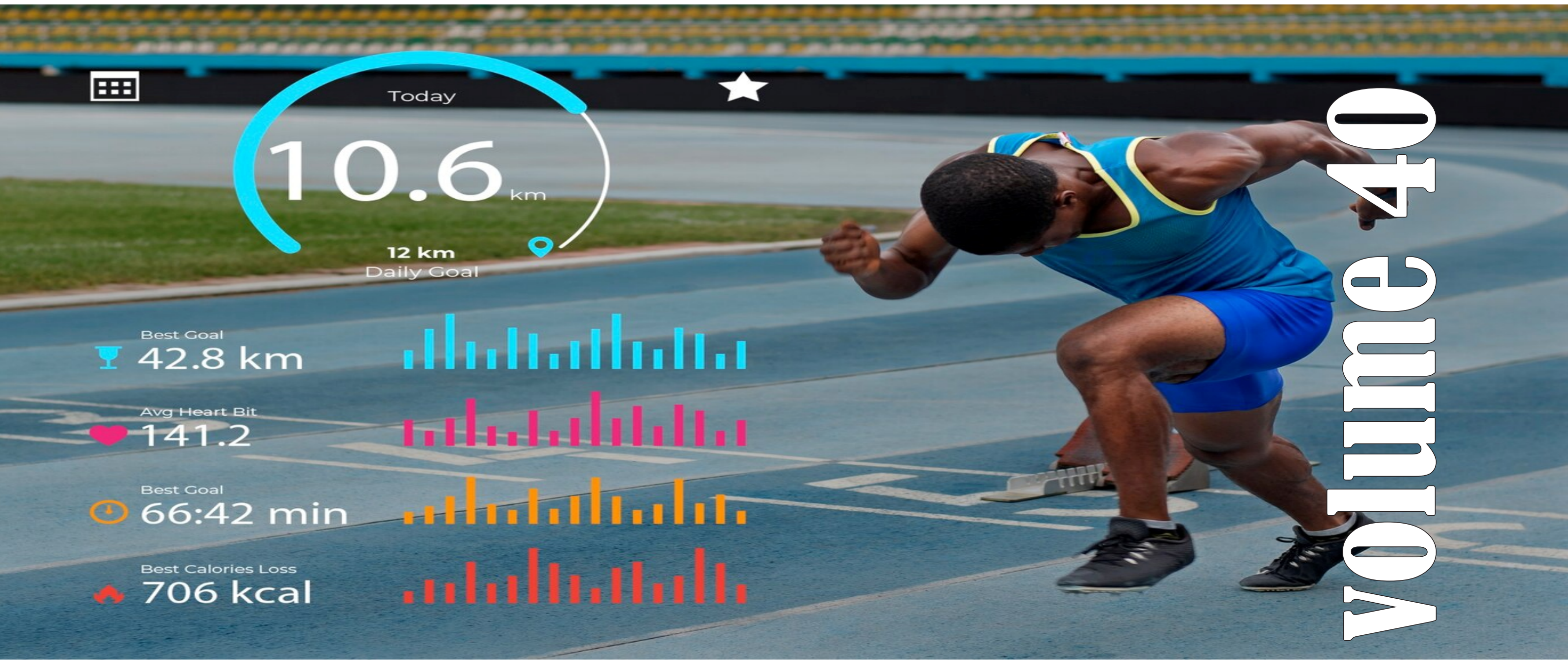
MNPEF Mestrado Nacional Profissional em Ensio de Física

PPGEF ensino de física

Silvio Luiz Rutz da Silva
André Vitor Chaves de Andrade
André Maurício Brinatti
Antônio Sérgio Magalhães de Castro
Jeremias Borges da Silva
(organizadores)

Jair Ribeiro Junior
Paulo César Facin
André Vitor Chaves de Andrade



Cinemática com uso de Planilhas Eletrônicas Excel ®

SÉRIE
Produtos Educacionais em Ensino de Física

UEPG - PROPESP

SÉRIE:

PRODUTOS EDUCACIONAIS EM ENSINO DE FÍSICA

Volume 40

JAIR RIBEIRO JUNIOR

PAULO CÉSAR FACIN

ANDRÉ VITOR CHAVES DE ANDRADE

Cinemática com uso de Planilhas Eletrônicas Excel ®

Silvio Luiz Rutz da Silva
André Maurício Brinatti
André Vitor Chaves de Andrade
Antônio Sérgio Magalhães de Castro
Jeremias Borges da Silva

(ORGANIZADORES)

SÉRIE:
PRODUTOS EDUCACIONAIS EM ENSINO DE FÍSICA

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
AV. CARLOS CAVALCANTI, 4748
CEP 84030-900 – PONTA GROSSA – PARANÁ
ppgef.sites.uepg.br

Ficha catalográfica

PREFÁCIO

Durante as últimas décadas, no Brasil se tem conseguido avanços significativos em relação a alfabetização científica, em especial na área do Ensino de Física, nos diversos níveis de ensino, entretanto continua pendente o desafio de melhorar a qualidade da Educação em Ciências. Buscando superar tal desafio a Sociedade Brasileira de Física (SBF) implementou o Programa Nacional de Mestrado Profissional em Ensino de Física (MNPEF) que se constitui em um programa nacional de pós-graduação de caráter profissional, voltado a professores de ensino médio e fundamental com ênfase principal em aspectos de conteúdos na Área de Física, resultando em uma ação que engloba diferentes capacidades apresentadas por diversas Instituições de Ensino Superior (IES) distribuídas em todas as regiões do País.

O objetivo do MNPEF é capacitar em nível de mestrado uma fração muito grande de professores da Educação Básica quanto ao domínio de conteúdos de Física e de técnicas atuais de ensino para aplicação em sala de aula como, por exemplo, estratégias que utilizam recursos de mídia eletrônica, tecnológicos e/ou computacionais para motivação, informação, experimentação e demonstrações de diferentes fenômenos físicos.

A abrangência do MNPEF é nacional e universal, ou seja, está presente em todas as regiões do País, sejam elas localizadas em capitais ou estejam afastadas dos grandes centros. Fica então clara a necessidade da colaboração de recursos humanos com formação adequada localizados em diferentes IES. Para tanto, o MNPEF está organizado em Polos Regionais, hospedados por alguma IES, onde ocorrerem as orientações das dissertações e são ministradas as disciplinas do currículo.

A Universidade Estadual de Ponta Grossa, por meio de um grupo de professores do Departamento de Física, faz parte do MNPEF desde o ano de 2014 tendo nesse período proporcionado a oportunidade de aperfeiçoamento para quarenta e cinco professores de Física da Educação Básica, sendo que desses quinze já concluíram o programa tornando-se Mestres em Ensino de Física.

A Série: **Produtos Educacionais em Ensino de Física**, que ora apresentamos, consta de vários volumes que correspondem aos produtos educacionais derivados dos projetos de dissertação de mestrado defendidos. Alguns desses volumes são constituídos de mais de um tomo.

Com essa série o MNPEF - Polo 35 - UEPG, não somente busca entregar materiais instrucionais para o Ensino de Física para professores e estudantes, mas também pretende disponibilizar informação que contribua para a identificação de fatores associados ao Ensino de Física a partir da proposição, execução, reflexão e análise de temas e de metodologias que possibilitem a compreensão do processo de ensino e aprendizagem, pelas vias do ensino e da pesquisa, resultado da formação de docentes pesquisadores.

A série é resultado de atividade reflexiva, crítica e inovadora aplicada diretamente à atuação profissional do docente, na produção de conhecimento diretamente associado à prospecção de problemas e soluções para o ensino-aprendizagem dos conhecimentos em Física, apresentando estudos e pesquisas que se propõem com suporte teórico para que os profissionais da educação tenham condições de inovar sua prática em termos de compreensão e aplicação da ciência.

A intenção é que a Série: **Produtos Educacionais em Ensino de Física** ofereça referências de propostas de Ensino de Física coerentes com as estruturas de pensamento exigidas pela ciência e pela tecnologia, pelo exemplo de suas inserções na realidade educacional, ao mesmo tempo que mostrem como se pode dar tratamento adequado à interdependência de conteúdo para a formação de visão das interconexões dos conteúdos da Física.

Prof. Dr. Silvio Luiz Rutz da Silva

Prof. Dr. André Maurício Brinatti

Prof. Dr. André Vitor Chaves de Andrade

Prof. Dr. Antônio Sérgio Magalhães de Castro

Prof. Dr. Jeremias Borges da Silva

Organizadores

SUMÁRIO

PREFÁCIO

Estimado(a) Professor(a),

O produto educacional que será apresentado aqui é uma sequência didática desenvolvida em planilhas eletrônicas do Excel® – Microsoft, utilizando a ferramenta botão de rotação, necessitando da versão Excel 2003® ou superior, resultado de uma pesquisa do Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física – Polo UEPG.

As planilhas contêm simulações com o objetivo de auxiliar o estudo da cinemática introduzindo o assunto Vetores e sua aplicação nos movimentos retilíneos uniforme e variado, movimento circular e lançamento de projéteis.

Nosso objetivo é fazer com que o aluno realize as simulações nas planilhas, utilizando o botão de rotação para a inserção de dados observando e analisando os resultados orientados por roteiros.

Cabe destacar que o produto educacional: **sequência didática para a cinemática com uso de planilhas eletrônicas Excel®**, inovam ao apresentar a ferramenta botão de rotação, com a finalidade de modificar os dados de uma célula, tornando a simulação mais dinâmica facilitando o estudo do movimento, além de dar significados as equações matemáticas utilizadas no estudo da cinemática. Assim, através dessa proposta para o ensino, esperamos que a cinemática e as aulas de física se tornem mais interessantes e atrativas para o aluno.

As planilhas utilizadas na presente pesquisa, estão disponíveis para os professores utilizarem em suas aulas, no seguinte endereço eletrônico: https://www2.uepg.br/ppgef/producao-academica/

Neste material, iremos apresentar os conceitos matemáticos utilizados na cinemática e bem como a sua aplicação nas planilhas eletrônicas realizando simulações dos assuntos apresentados utilizando o "botão de rotação" e a "caixa de seleção". No (Apêndice A) iremos ensinar como criar um vetor, inserir um "botão de rotação" e uma "caixa de seleção" numa planilha eletrônica. No trabalho de Romaniuk (2022) e na página da internet facin.pro.br apresentam a construção de diversas planilhas, com a explicação dos comandos para as utilizações delas. E no (Apêndice B), apresentaremos roteiros com atividades a serem aplicadas com as planilhas eletrônicas. Esses roteiros são utilização em duas aulas, a primeira servindo de motivação para o aluno, relacionando o conteúdo com o seu cotidiano e o roteiro da segunda aula com problemas para resolvidos com a utilização das planilhas eletrônicas.

O produto educacional é destinado principalmente aos alunos do 1º ano do Ensino Médio Regular e Educação de Jovens e Adultos, podendo também ser utilizado nos anos iniciais de cursos de graduação onde há a disciplina de física na grade curricular, tanto na forma presencial quanto a distância (EAD). Ele deve ser utilizado interativamente com um computador portátil ou computador de mesa (PC), não sendo possível sua utilização com dispositivos móveis (celulares ou tabletes) e com o Excel® online. Ele pode ser aplicado em um laboratório de informática ou em sala de aula utilizando computadores portáteis. Outra forma de aplicação é através de aula utilizando o computador e um projetor onde o professor utiliza-se das planilhas apresentando aos alunos as simulações. No caso de uma aula em EAD, o professor pode se utilizar das planilhas para apresentar as simulações aos alunos.

Como isso pretendemos que você, professor(a) utilize em suas aulas o material proposto e que também possa criar suas próprias simulações utilizando as planilhas eletrônicas e a ferramenta botão de rotação.

INTRODUÇÃO

A cinemática é importante no estudo da física, pois propicia o estudo de conceitos básicos não só da mecânica, mas também de outros conhecimentos da física, como deslocamento, velocidade, aceleração, por isso é disciplina do primeiro ano no Ensino Médio. Para Buse, (2014, p.25), "a cinemática se ocupa com a descrição destes movimentos, culminando geralmente em uma descrição matemática para modelos de movimentos observados.

Além disso, a cinemática exige a interpretação de gráficos; ferramentas e funções matemáticas e objetos matemáticos, como por exemplo os vetores. Em especial, os vetores são de importância para a física por representar uma determinada grandeza que necessite de módulo direção e sentido, ou seja, grandezas como posição, velocidade, aceleração, força, quantidade de movimento linear, quantidade de movimento angular, torque, campo elétrico, campo magnético, campo gravitacional etc.

Segundo Buse (2014, p.42), "a cinemática ocupa um papel central no desenvolvimento da ciência. Seu estudo, no âmbito do ensino médio, pode auxiliar fortemente no desenvolvimento das três competências atribuídas a área das ciências, matemática e suas tecnologias."

Como dissemos anteriormente a cinemática deveria facilitar o estudo da mecânica, ao introduzir conceitos básicos como posição, intervalo de tempo, velocidade e aceleração, porém, no Ensino Médio, na apresentação da cinemática tais conceitos, geralmente, não são discutidos com a profundidade necessária, exemplo disso é a falta da relação entre posição de um objeto e um referencial, ou seja, perde-se a oportunidade de discutir a necessidade de um referencial para localizar o objeto e preparar o aluno para o posterior entendimento da relatividade do movimento. A própria noção de intervalo de tempo que um corpo leva para variar sua posição exige movimento, exige deslocamento do corpo no espaço, ou seja, espaço e "tempo" já estão "amarrados". Essa negligência do estudo mais aprofundado da cinemática a retira como caminho para a mecânica e a coloca mais como um empecilho a ser vencido.

A pressa em apresentar as equações relacionadas ao movimento de um corpo acaba servindo mais para o estudo da representação gráfica de funções e menos para o entendimento dos conceitos básicos da mecânica.

Um dos problemas que o ensino da cinemática enfrenta em sala de aula é com relação a sua matematização. Isto é, ensinar a cinemática somente utilizando a resolução de exercícios, de uma forma mecânica, utilizando as fórmulas simplesmente para obter um resultado, sem uma contextualização, e ainda, sem dar significados a essas fórmulas. Na visão de Carvalho Junior (2008, p.20), no que se refere à concepção matematizada, o foco está na memorização de leis e fórmulas, através das equações que permeiam a Física, para suas aplicações posteriores na resolução de problemas.

Com isso, os professores de física passam a maioria do tempo retomando conceitos matemáticos necessários para a compreensão do conteúdo, fazendo com que o assunto se torne cansativo e desinteressante para o aluno. Segundo Carvalho Junior (2008, p.22) "a apresentação da Cinemática no ensino médio tem sido marcada por características que a transformam em obstáculo para a aprendizagem da Física, na concepção de muitos alunos

Portanto vemos a necessidade de sistematizar e formalizar as leis da natureza através do domínio de alguns conhecimentos matemáticos que, quase sempre, são apresentados somente de forma expositiva, de difícil compreensão, tornando uma grande dificuldade no aprendizado das ideias físicas, incluindo-se a cinemática.

Para Buse (2014), o papel da matematização e da matemática no estudo das ciências naturais é extremamente importante, possibilita relacionar grandezas físicas diferentes através de uma expressão algébrica determinando a magnitude destas grandezas tanto em eventos passados como futuros.

O produto educacional: "sequência didática para a cinemática com uso de planilhas eletrônicas Excel®" tem como objetivo demostrar o potencial de uso das planilhas eletrônicas no estudo da física e da matemática.

No ensino médio, quando apresentamos as equações de movimento da cinemática de um corpo, ao procurarmos abstrair aspectos de seu movimento que sejam interessantes, percebemos que existe uma grande dificuldade por parte dos alunos tal compreensão e com isso a motivação fica bastante difícil. Com um conteúdo carregado de uma matemática com vetores que são entes abstratos com módulo, direção e sentido e que ainda podem mudar de ponto para ponto no espaço e, além disso, mudar tudo isso no tempo, qualquer um pode ficar confuso! Então visualizar, manipular ou construir esses exemplos, contribui para o desenvolvimento da abstração tornando as planilhas eletrônicas muito atraentes, apesar destas já apresentarem um caráter sedutor quando se explora seus formatos de linhas, marcadores, fontes etc.

A facilidade de se explorar os assuntos da física com situações problema é mais um dos pontos que tornam atraente o uso das planilhas eletrônicas, e em alguns casos ajudam a explicitar assuntos que não ficam bem compreendidos, como por exemplo, o entendimento de vetores e seu módulo, sua direção e sentido e a sua matemática.

CAPÍTULO 1

PLANILHAS – VETORES

Este capítulo é composto por cinco planilhas onde apresentamos uma introdução ao estudo dos vetores e as formas de operações de adição e subtração com vetores utilizados no Ensino Médio.

1.1 Planilha - introdução ao estudo dos vetores – módulo, direção e sentido.

A planilha tem o objetivo de trabalhar a parte inicial do assunto vetor. Com ela o aluno pode construir o vetor e observar as variações do mesmo durante a realização do exercício. pode-se também trabalhar com o aluno a ideia de vetores unitários. Na figura 01, podemos visualizar a planilha em geral.

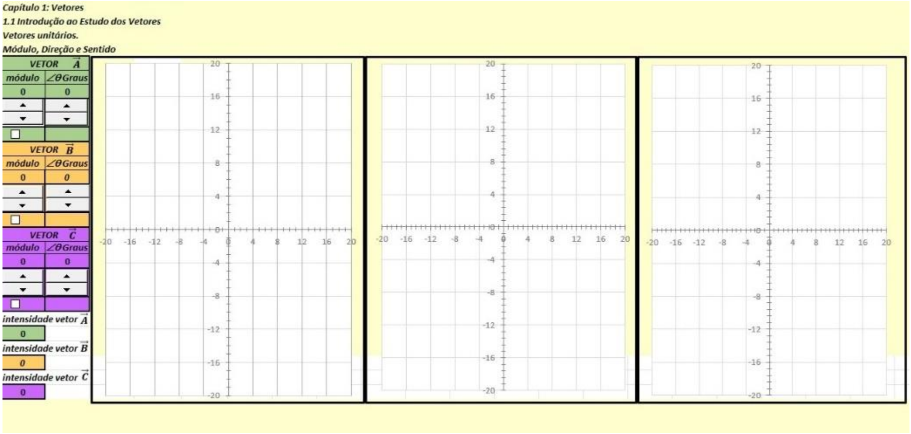


Figura 01: Apresentação da planilha introdução ao estudo dos vetores.

1.1.1 Grandezas vetoriais

Existem muitas grandezas que por possuírem amplitude e orientação, necessitam de uma linguagem matemática especial para que possamos defini-la, a linguagem dos vetores.

Vetores possuem módulo(intensidade, valor) e orientação (direção e sentido), sendo representados por setas, onde o seu comprimento representa o módulo e a ponta indica o sentido. A figura 02 mostra a representação de um vetor.

Figura 02 – Vetor

Podemos utilizar o vetor para representar uma grandeza vetorial. Esta é uma grandeza orientada, definida por um módulo (intensidade, valor) e por uma orientação (direção e sentido). Como exemplo de grandezas vetoriais podemos citar o deslocamento, a velocidade e aceleração.

Utilizando a "planilha – introdução ao estudo de vetores – módulo, direção e sentido, pode-se estudar as propriedades das grandezas vetoriais, de uma forma mais interativa, com a possibilidade de observar a mudança dessas propriedades instantaneamente utilizando os "botões de rotação" e as "caixas de seleção'.

Os “botões de rotação”, destacados com o retângulo vermelho, na figura 01, têm as funções de variar o módulo do vetor e sua direção, modificando o ângulo. A figura 03 mostra os diferentes módulos, direções e sentidos dos vetores.

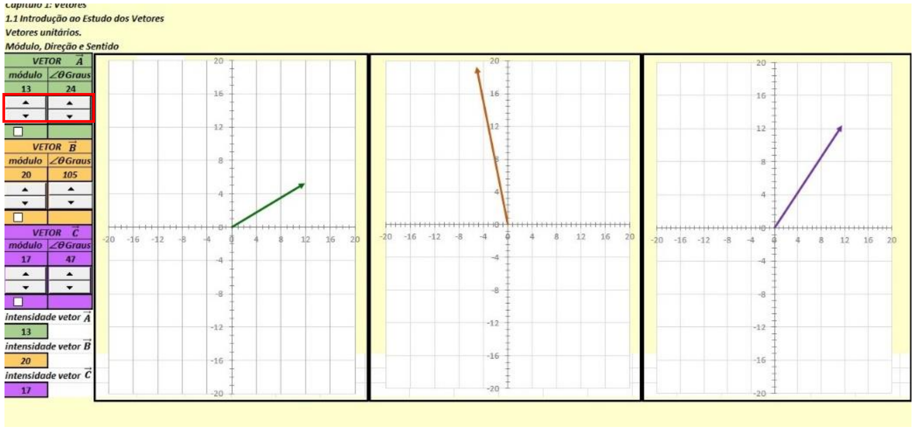


Figura 03: Representação de diferentes vetores.

A “caixa de seleção”, destacada no retângulo vermelho, tem a função de inverter o sentido do vetor. podemos visualizar com a figura 04.

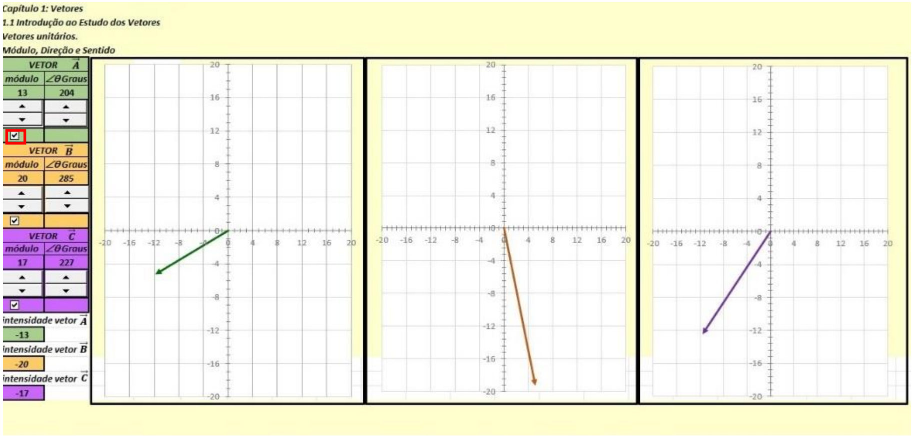


Figura 04: Representação dos vetores após selecionar caixa de seleção.

Podemos observar, comparando as figuras 03 e 04 que, quando selecionamos a “caixa de seleção” o sentido do vetor sofreu alteração, em 180º, como podemos observar nos valores dos ângulos. Ainda observamos que nas células intensidade do vetor, os valores ficaram negativos, tendo em vista a mudança no sentido.

Aqui o professor deve fazer a relação dos ângulos da direção e sentido dos vetores com os pontos cardeais norte, sul, leste e oeste. Por exemplo: utilizando os botões de rotação determine o vetor $\vec{A}$ de módulo igual a 36 para o norte, vetor $\vec{B}$ de módulo igual a 12 para o leste e o vetor $\vec{C}$ de módulo igual 41 para o sul, ilustrado pela figura 05:

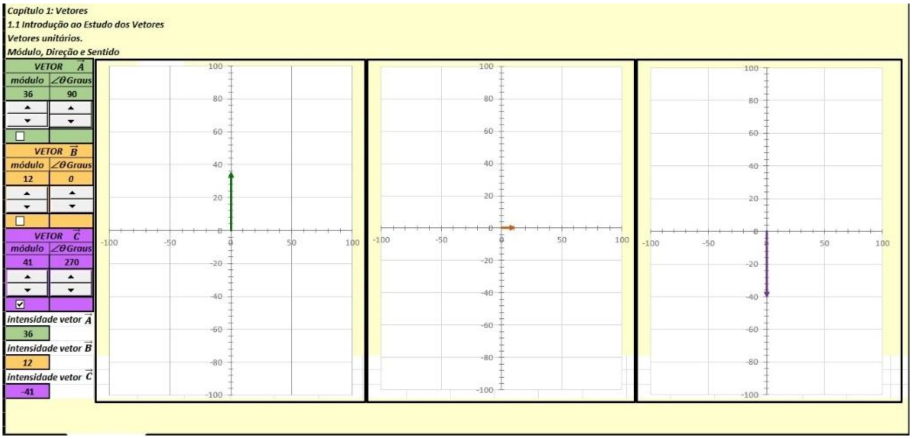


Figura 05: Exemplo de vetores com direção e sentido utilizando pontos cardeais

Utilizando essa ferramenta, o professor pode discutir em sala de aula duas situações, a primeira, um deslocamento em linha reta, onde um corpo se desloca em dois sentidos, considerando um deslocamento como positivo e outro negativo. E a segunda, um deslocamento em qualquer outra trajetória onde é necessário um vetor para indicar a sua orientação.

Nessa planilha o aluno pode, através do "botão de rotação" comparar o módulo, direção e sentido dos três vetores, observando durante a utilização dos botões a variação das propriedades dos vetores instantaneamente.

1.1.2 – Vetores unitários

Define-se vetor unitário como um vetor de módulo 1, que aponta para uma certa direção. Este não possui dimensão e unidade, e tem a função de especificar uma orientação.

Neste produto, os vetores unitários que indicam a direção e sentido dos eixos x e y são representados como $\hat{\imath}$ e $\hat{\jmath}$, respectivamente. Tais vetores são muito uteis para especificar outros vetores, assim como por exemplo podemos expressar o vetor $\vec{A}$ da seguinte forma:

$$\vec{A} = A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} \tag{1}$$

Na planilha, para trabalhar a representação de um vetor utilizando vetores unitários ($\hat{\imath}$ e $\hat{\jmath}$) o professor deverá orientar o aluno para observar o vetor criado na planilha e projetá-lo no eixo x e y. Por exemplo, utilizando a planilha obtemos o vetor $\vec{A}$ conforme a figura 06:

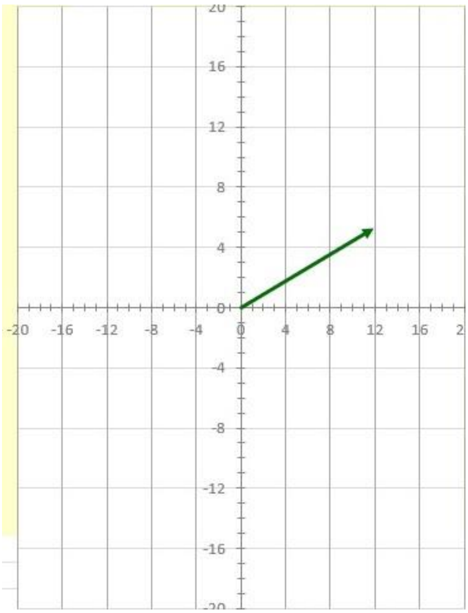


Figura 06: Representação do vetor $\vec{A}$

Após a observação do vetor $\vec{A}$, e projetarmos nos eixos x e y, teremos sua representação, em vetores unitários, dada por:

$$\vec{A} = 12\hat{\imath} + 5\hat{\jmath} \tag{2}$$

1.2 – Planilha - Introdução a operação com vetores – adição de vetores

A proposta dessa planilha é iniciar a operação de adição e subtração de vetores, utilizando a notação de vetores colineares e vetores perpendiculares. A figura 07 apresenta a visão geral da planilha.

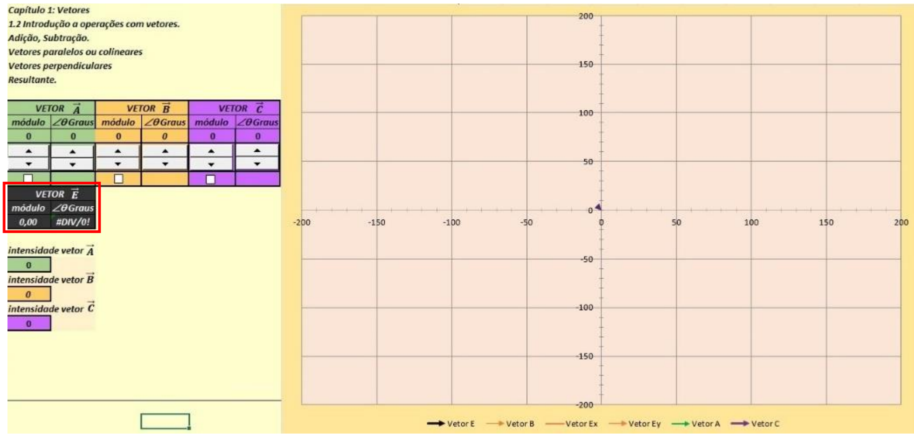


Figura 07: Apresentação da planilha introdução a soma de vetores.

O vetor $\vec{E}$, destacado com o retângulo vermelho, representa nesta planilha o vetor resultante. Os "botões de rotação", controlam os valores dos módulos e direção (ângulos) dos vetores $\vec{A}$, $\vec{B}$ e $\vec{C}$ e a "caixa de seleção" de modificar o sentido desses vetores. Ao modificarmos os valores dos módulos dos vetores $\vec{A}$, $\vec{B}$ e $\vec{C}$, observamos o valor do vetor $\vec{E}$ é modificado automaticamente.

1.2.1 Adição vetores

Diferentes da adição algébrica comum, na adição de vetores $\vec{A} + \vec{B}$, o módulo e orientação também estão envolvidos na operação. Cabe destacar que a subtração de vetores $\vec{A}$ - $\vec{B}$, pode ser representado por uma adição $\vec{A}$ +(- $\vec{B}$).

Dados dois vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$, representados na figura 08:

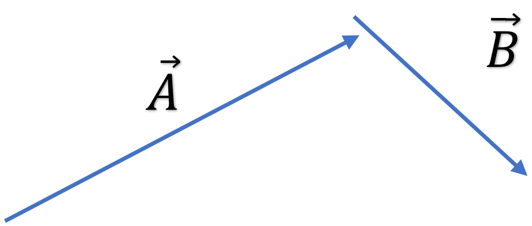


Figura 08: Representação dos vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$

Podemos realizar a soma dos vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ fazendo com que a origem de $\vec{B}$ coincida com a extremidade de $\vec{A}$. Com isso, podemos obter o vetor resultante $\vec{R}$, ligando a origem de $\vec{A}$ com a extremidade de $\vec{B}$, conforme demostrado na figura 09:

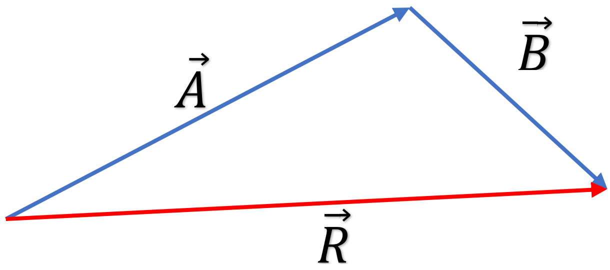


Figura 09: Representação da soma dos vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$

1.2.2 Vetores de direções paralelas – vetores colineares

Vetores de direções paralelas ou vetores colineares são aqueles que possuem a mesma direção, formando entre si ângulo de 0º ou 180º. Para somar vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ que possuem direções paralelas ou colineares e mesmo sentido, fazemos da mesma forma que vimos anteriormente, que a origem de $\vec{B}$ coincida com a extremidade de $\vec{A}$. Com isso, podemos obter o vetor resultante $\vec{R}$, ligando a origem de $\vec{A}$ com a extremidade de $\vec{B}$, conforme demostrado na figura 10:

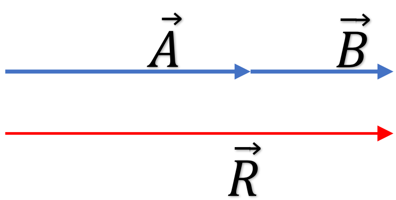


Figura 10: Representação da soma dos vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ de direções paralelas e mesmo sentido

E se $\vec{A}$ e $\vec{B}$ possuírem direção paralela e sentidos opostos o resultado será de acordo com a figura 11:

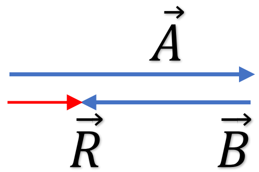


Figura 11: Representação da soma dos vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ de direções paralelas e sentido opostos

Utilizando a "planilha - introdução a operação com vetores – adição de vetores", iremos estudar a adição de vetores paralelos ou colineares.

Para isso, deve-se utilizar o "botão de rotação" para modificar os módulos dos vetores e modificar os valores dos ângulos. Podemos ainda utilizar a "caixa de seleção" para modificarmos o sinal da intensidade do vetor e consequentemente o ângulo também modificará em 180º.

para melhor visualização vamos utilizar os ângulos de 0º e 180º para trabalharmos com o eixo x ou utilizar 90º ou 270º para trabalharmos no eixo y, como podemos visualizar na figura 12.

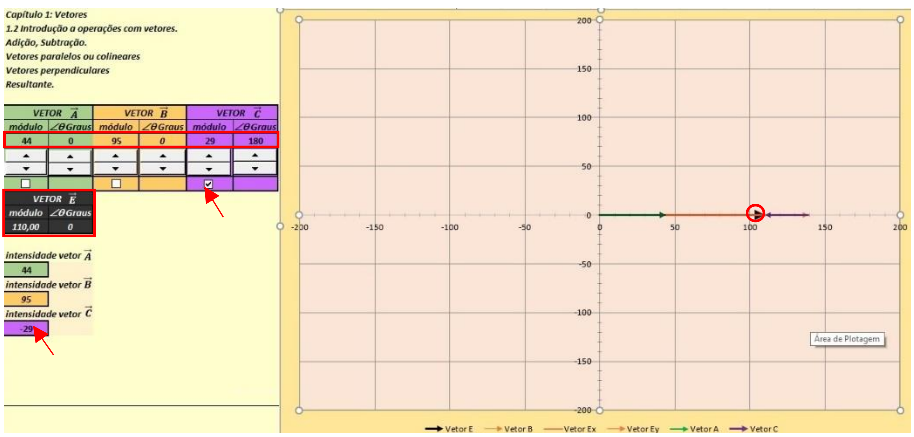


Figura 12: Soma de vetores colineares de 0º e 180º.

Com podemos verificar na figura 12, a planilha apresentou a soma dos módulos representados pelo módulo do vetor resultante $\vec{E}$, a ainda apresentou a forma geométrica da soma de vetores, conforme a definição apresentada acima, sendo o vetor resultante destacado pelo círculo vermelho.

Nessa atividade o professor pode apresentar aos alunos a matemática relacionada com tal operação com vetores, ou seja, mostrar para os alunos que para obter o módulo do vetor resultante $\vec{E}$ da soma vetores paralelos ou colineares com o mesmo sentido, basta somar os módulos desses vetores e quando temos vetores de sentidos opostos basta subtrair os módulos. Da figura 12 temos:

$$\vec{E} = 44 + 95 - 29 = 110 \tag{3}$$

1.2.3 Vetores de direções perpendiculares

Os vetores perpendiculares são aqueles que formam entre si um ângulo de 90º graus, conforme podemos observar na figura 13:

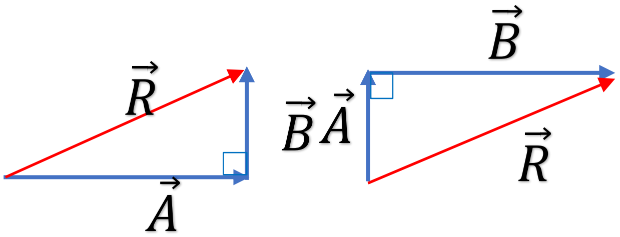


Figura 13: Soma de vetores perpendiculares

Observando a figura 13, na soma de vetores perpendiculares, para obtermos a resultante $\vec{R}$ basta ligar a origem de $\vec{A}$ com a extremidade de $\vec{B}$.

Pode-se representar tal adição, unindo as origens dos vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$, formando entre si um ângulo de 90º. Nesse caso, a resultante $\vec{R}$ será obtida quando unirmos as extremidades dos vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$, formando um retângulo e em seguida traçar a diagonal desse retângulo com um vetor onde sua origem coincide com a origem dos vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$, conforme indica a figura 14:

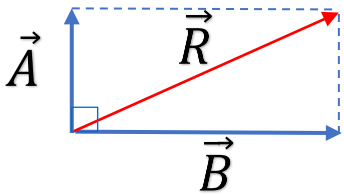


Figura 14: Soma de vetores perpendiculares com mesma origem

Utilizando a planilha para estudarmos a soma de vetores perpendiculares, iremos com o "botão de rotação" modificar os módulos e os ângulos dos vetores $\vec{A}$, $\vec{B}$ e $\vec{C}$. Vamos adotar para o eixo x os ângulos dos vetores 0º ou 180º e para eixo y utilizar 90º ou 270º, conforme mostrado na figura 15.

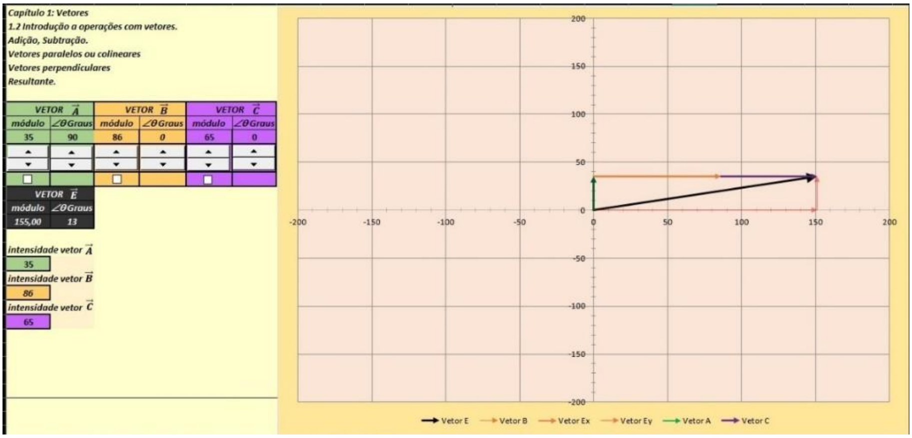


Figura 15: Soma de vetores perpendiculares.

Neste exemplo para o vetor $\vec{A}$ adotamos para seu módulo o valor de 35 e o ângulo de 90º e para os vetores $\vec{B}$ e $\vec{C}$ 86 e 65 para os módulos e os ângulos de 0º, obtendo para a resultante $\vec{E}$ um módulo de valor 155 e direção 13º.

Na figura 14, podemos destacar os vetores $\overrightarrow{E_x}$ e $\overrightarrow{E_y}$, os quais representam a projeção dos vetores $\vec{A}$ e $\vec{B} + \vec{C}$, com isso o professor pode introduzir a lei do paralelogramo e as componentes vetoriais.

Nesse no caso especial em que os vetores $\vec{A}$, $\vec{B}$ e $\vec{C}$ são perpendiculares, e projetando esses vetores eles formam um quadrado ou um retângulo, o professor pode demostrar através da planilha que a resultante $\vec{E}$ determinada nas simulações é a diagonal dessas figuras e que para calcular o valor de seu módulo utiliza-se o teorema de Pitágoras, que no caso apresentado na figura 15 teremos:

$$E^2 = A^2 + (B + C)^2 \tag{4}$$

Substituindo os valores dos vetores na equação (4), teremos

$$E^2 = 35^2 + (85 + 65)^2 \tag{5}$$

Aplicando a raiz quadrada nos dois membros da equação (5):

$$E = \sqrt{35^2 + (85 + 65)^2} \tag{6}$$

E assim resolvendo a equação (6), podemos mostrar para o aluno que o resultado do módulo do vetor $\vec{E}$ é igual a 155.

1.3 Planilha - Método do paralelogramo

Dando continuidade à soma de vetores, a "planilha método do paralelogramo" tem a finalidade de auxiliar no estudo da adição de vetores através desse método. Tal assunto foi introduzido quando estudamos a soma de vetores perpendiculares. Abaixo podemos verificar a planilha pela figura 16.

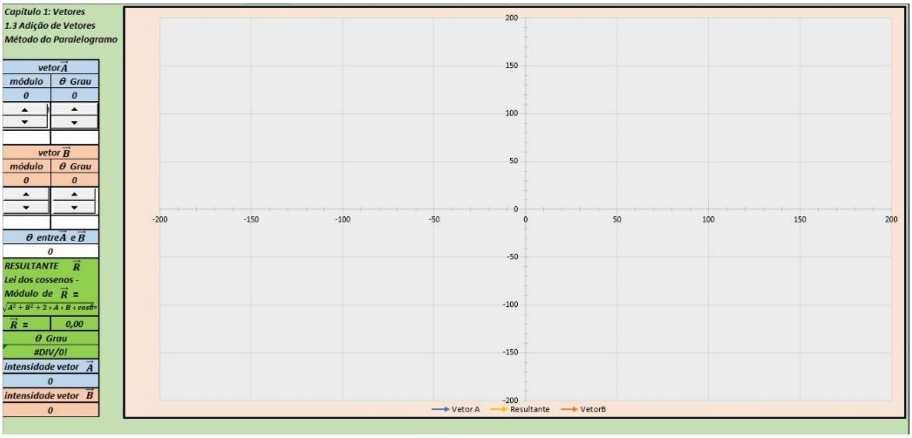


Figura 16: Apresentação da planilha método do paralelogramo

O método do paralelogramo é utilizado quando, por exemplo, para obtermos a resultante $\vec{R}$ de dois vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ de direção e sentidos diferentes, não colineares e nem perpendiculares entre si. Para isso, uniremos as origens dos vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ e construiremos um paralelogramo, de acordo com a figura 17:

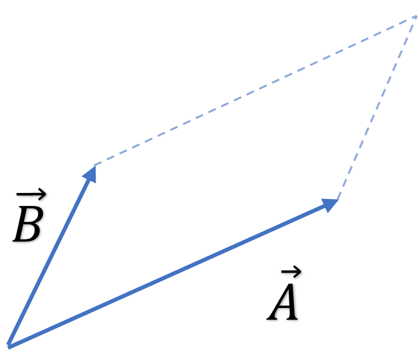


Figura 17: Construção de um paralelogramo com os vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$.

Após a construção do paralelogramo, o vetor resultante $\vec{R}$, é a diagonal desse paralelogramo com sua origem na origem dos vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$, conforme figura 18:

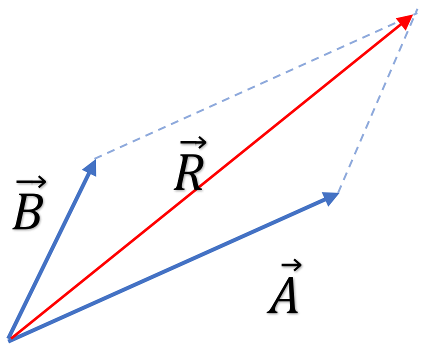


Figura 18: Resultante $\vec{R}$ dos vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ através do método do paralelogramo.

Iremos agora utilizar a planilha método do paralelogramo para determinarmos o módulo direção e sentido do vetor resultante $\vec{R}$. Para isso iremos utilizar o "botão de rotação" para alterar os valores dos módulos e dos ângulos dos vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$.

Como exemplo, iremos adotar para os vetores $\vec{A}$ módulo 101 e ângulo de 67º e para o vetor $\vec{B}$ módulo de 66 e o ângulo de 25º, os resultados podemos verificar na figura 19:

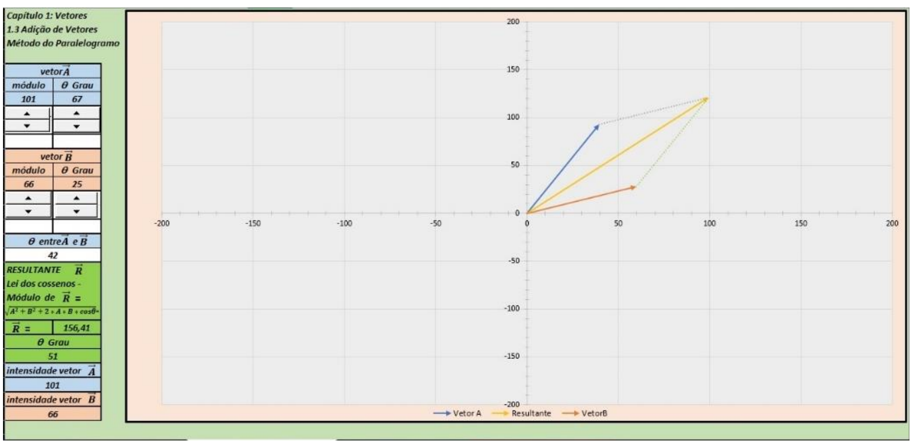


Figura 19: Adição de vetores pelo método do paralelogramo.

Ao utilizarmos o botão de rotação, podemos verificar ao simular a adição vetorial da figura 18, o comportamento dos vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ e de sua resultante $\vec{R}$, e a construção do paralelogramo de acordo com a sua definição. Nota-se após a realização da simulação que a planilha apresenta o valor do ângulo entre os vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$, 42º, e também os valores do módulo e do ângulo que indica a direção da resultante $\vec{R}$; 156,41 e 51º respectivamente.

Após a realização da simulação, o professor poderá apresentar para os alunos a linguagem matemática da lei dos cossenos, trazendo a sua importância para o ensino da física.

1.4 Planilha - método do polígono.

Iremos apresentar nesta seção a planilha adição de vetores método do polígono. Ela apresenta recursos onde além de verificar a adição de vetores graficamente, ainda possamos verificar seu resultado algébrico, a qual podemos observar na figura 20.

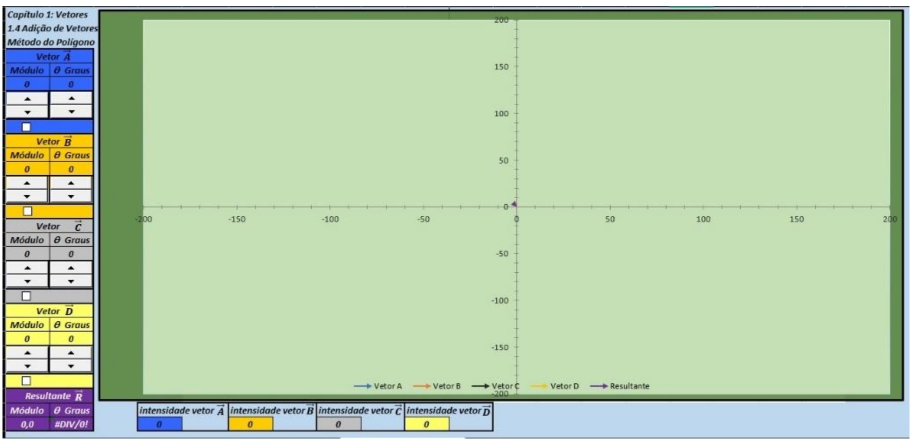


Figura 20: Apresentação da planilha método do polígono.

Para adicionarmos dois ou mais vetores e obtermos o vetor resultante dessa adição, devemos proceder da mesma maneira que estudamos anteriormente, ou seja, unindo a origem do segundo vetor com o final do primeiro vetor e assim sucessivamente de acordo com quantos vetores forem adicionados. O vetor resultante iremos obter sua origem com a origem do primeiro vetor, e o seu final com o final do último vetor, formando um polígono, ilustrado pela figura 21:

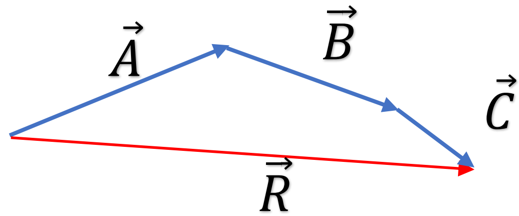


Figura 21: Método do polígono de adição de vetores.

Anteriormente estudamos dois casos particulares do método do polígono o primeiro adicionando vetores perpendiculares entre si e o segundo adicionando dois vetores de diferentes direções e sentidos aplicando o método do paralelogramo.

Agora iremos utilizar a planilha método do polígono para adicionar até quatro vetores $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$ e $\vec{D}$ para a montagem de um polígono. Cada vetor está representado na planilha por uma cor possui um "botão de rotação" que controla o valor do módulo e outro que controla o valor do ângulo. Semelhante a planilha anterior utilizamos fórmulas nas células referente aos ângulos para solucionar as questões do valor para ser de 0º a 360º Cada vetor ainda, possui uma "caixa de seleção" que é responsável pela mudança do sentido do vetor.

A célula que representa o vetor resultante $\vec{R}$, é modificada automaticamente, quando alteramos os valores do módulo e ângulo através do botão de rotação dos vetores.

Como exemplo de aplicação na planilha e utilizando o botão de rotação para a inserção dos dados, adotaremos para o vetor $\vec{A}$ módulo igual a 54 e ângulo igual a 64º, vetor $\vec{B}$ - módulo igual a 31 e ângulo igual a 28º, vetor $\vec{C}$- módulo igual a 24 e ângulo igual a 10º e para o vetor $\vec{D}$ - módulo igual a 17 e ângulo igual 5º.

Após realizada a simulação temos a formação do polígono e os valores referentes a resultante $\vec{R}$ – módulo igual 114,5 e ângulo igual a 37º. Podemos verificar essa simulação através da figura 22.

Figura 22: Soma de vetores pelo método do polígono.

Ao selecionarmos caixa de seleção, o sentido do vetor muda. Podemos verificar que a célula Intensidade do vetor valor fica negativo. Podemos verificar na figura 23, que quando selecionada a caixa de seleção do vetor $\vec{A}$, o sentido do vetor mudou, e consequentemente o formou-se um novo polígono com uma nova resultante.

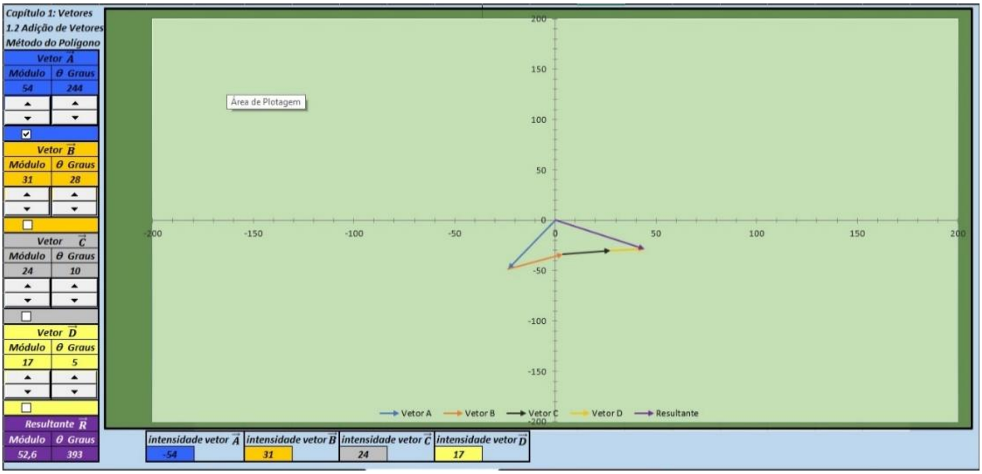


Figura 23: Resultado utilizando a caixa de seleção.

4.5 Planilha - Método das componentes vetoriais.

Finalizando ao assunto introdução ao estudo dos vetores, apresentaremos a seguir a planilha componentes retangulares de um vetor. Outra forma de realizar a adição de vetores é através da sua decomposição em componentes vetorias. Determinar as componentes de um vetor consiste em representá-lo em um sistema de coordenadas retangulares. A figura 24 mostra a planilha de componentes retangulares.

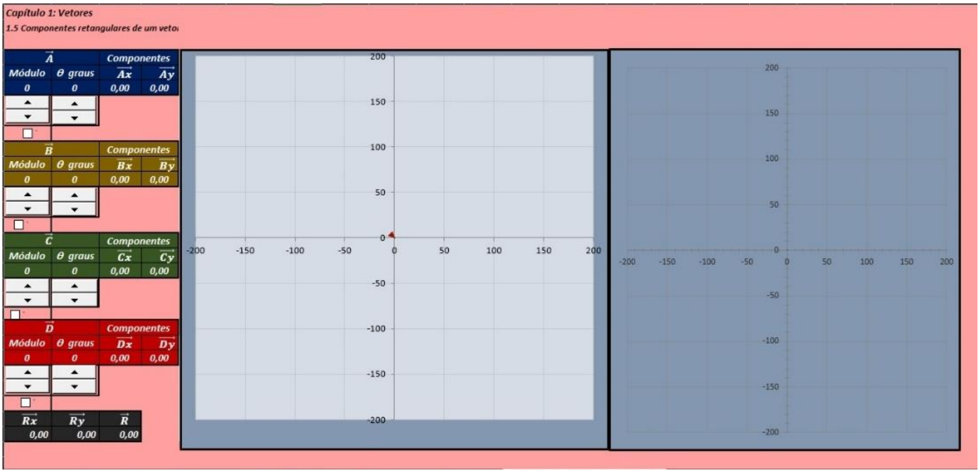


Figura 24: Apresentação da planilha componentes vetoriais

Quando estudamos adição de dois vetores perpendiculares, observamos que eles podem ser combinados em um vetor resultante. Porém, qualquer vetor pode, ao contrário, ser "decomposto" em dois vetores componentes mutuamente perpendiculares e podem ser representados em um sistema de coordenadas retangulares. Essas componentes, são as projeções de um vetor nos eixos x e y, de acordo com a figura 25.

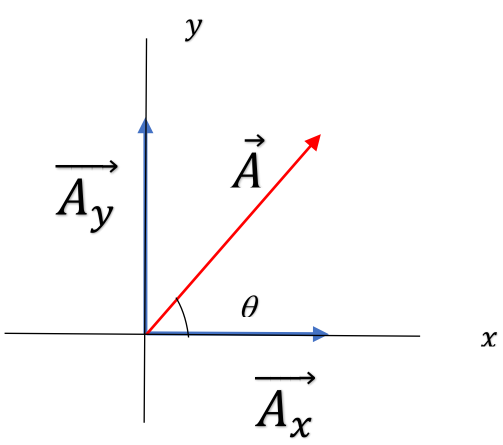


Figura 25: Componentes vetoriais do vetor $\vec{A}$

Pela figura 25, os vetores $\overrightarrow{A_x}$ e $\overrightarrow{A_y}$ são as componentes do vetor $\vec{A}$. Essas componentes correspondem aos catetos de um triângulo retângulo e o módulo do vetor $\vec{A}$ é a hipotenusa desse triângulo, figura 26:

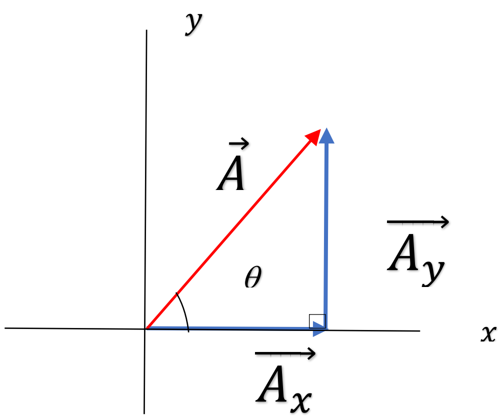


Figura 26: Triângulo retângulo formado pelas componentes

O processo de determinação dos componentes de um certo vetor é conhecido como decomposição. Para determinarmos o módulo das componentes, utilizamos o triângulo retângulo da figura 26:

$$A_x = Acos\theta \tag{7}$$

e

$$A_y = Asen\theta \tag{8}$$

Agora com a planilha decomposição de vetores podemos simular a adição de vetores utilizando a decomposição desses vetores em componentes e determinando a resultante final dessa adição.

A planilha composta por dois gráficos, o primeiro é onde projetamos os vetores juntamente com suas componentes nos eixos x e y. O segundo gráfico é onde são projetados os resultados das adições das componentes em cada eixo e a resultante final da operação.

Os "botões de rotação" são responsáveis em modificar os valores dos módulos dos vetores $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$ e $\vec{D}$ e das suas direções através dos ângulos. "As caixas de seleção", modificam o sentido desses vetores. Os valores das células referentes às componentes vetoriais nos eixos x e y, e das células das resultantes nos eixos x e y e da resultante $\vec{R}$, são modificadas automaticamente ao modificarmos os valores dos módulos e dos ângulos dos vetores $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$ e $\vec{D}$.

Nesse exemplo, utilizando os botões de rotação e caixas de seleção, vamos adotar para o vetor $\vec{A}$ - módulo igual 90 e ângulo de 22º, vetor $\vec{B}$ – módulo igual a 108 e ângulo 218º, vetor $\vec{C}$ – módulo igual a 97 e ângulo de 108º e para o vetor $\vec{D}$ – módulo igual a 116 e ângulo de 0º e executar a simulação dessa adição vetorial utilizando as componentes. A figura 27 mostra o exemplo de adição através das componentes vetorias.

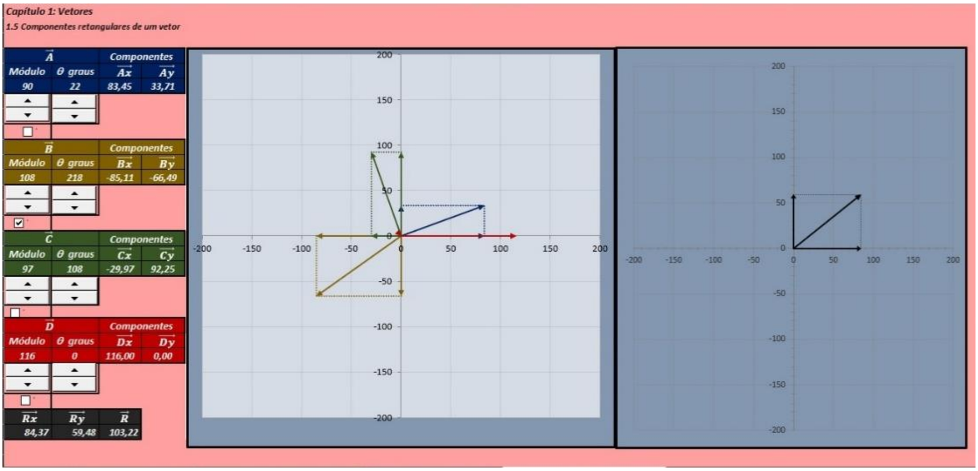


Figura 27: Soma de vetores utilizando as componentes vetoriais.

Observamos na figura 27 os resultados das componentes dos vetores $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$ e $\vec{D}$, tanto na forma geométrica quanto na forma algébrica e das suas resultantes $\overrightarrow{R_x}$ e $\overrightarrow{R_y}$ e da resultante total $\vec{R}$.

Chegou a hora de praticar, no apêndice A, temos um roteiro onde constam mais situações para realizarmos simulações utilizando a planilha.

CAPÍTULO 2

PLANILHA - MOVIMENTO EM UMA DIMENSÃO – VETORES VELOCIDADE E ACELERAÇÃO NOS MOVIMENTOS RETILÍNEOS.

Essa planilha tem como objetivo o estudo do movimento unidimensional de um corpo, movimento em uma única direção, essa escolha não perde generalidade quando o movimento se der no espaço. Entretanto devemos alertar o leitor que o "deslocamento", a "velocidade" e a "aceleração" do corpo ainda serão vetores, mas que no caso do movimento unidimensional a direção desses vetores se reduz a direção do eixo escolhido para o movimento. A figura 28 ilustra a planilha movimento em uma dimensão.

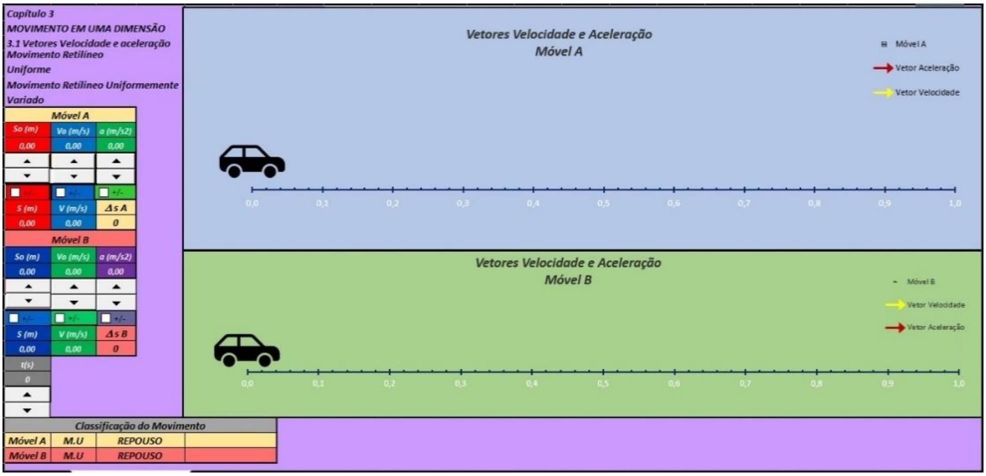


Figura 28: Apresentação da planilha movimento em uma dimensão.

2.1 Movimento retilíneo com velocidade constante

Para o caso de o corpo possuir uma velocidade constante, devemos admitir que num instante de tempo t um corpo é localizado pela variável $S(t)$. A partir do significado apresentado para $S(t)$, podemos definir a velocidade média, $v_m(t)$, com que um corpo percorre uma distância entre duas posições $S(t_1)$ e $S(t_2)$ como:

$$v_m(t) = \frac{S(t_2)-S(t_1)}{t_2-t_1}, \tag{9}$$

Assim a equação (9) traz em seu significado e existência de um corpo que, no instante de tempo t_1 estava na posição inicial $S(t_1)$ e no t_2 na posição $S(t_2)$, ou seja, o corpo se deslocou, e isso ocorreu durante um intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$.

Devemos ressaltar que, o conceito de velocidade média de um corpo carrega a "ignorância" de como se deu o movimento entre os instantes t_1 e t_2, ou seja, o corpo partindo de $S(t_1)$, pode ter se deslocado no sentido positivo de x e depois no sentido negativo um número desconhecido de vezes, mas, que ao final do intervalo de tempo $t_2 - t_1$ ele estará na posição $S(t_2)$.

Da equação (9), podemos isolar a posição $S(t)$ e obter a equação horaria da posição de um corpo, que se desloca com velocidade constante v_0. Para não carregar a notação de muitos índices, vamos considerar o instante de tempo $t_1 = 0$ e $t_2 = t$, com isso obtemos:

$$S(t) = S(0) + v_0\, t \tag{10}$$

onde, $S(t)$ é a posição do corpo no instante t, $S(0)$ é a posição do corpo no instante $t = 0$, v_0 é a velocidade média do corpo no instante $t = 0$.

Devemos alertar o professor que está lendo a equação (10) que a variável t representa o intervalo de tempo, do instante tempo $t_1 = 0$ até o instante de tempo $t_2 = t$, ou seja, $\Delta t = t - 0 = t$.

Geralmente a equação (10) é "lida" com uma compreensão de aprendizagem mecânica, ou seja, lê-se as variáveis, v_0 é a velocidade, $S(0)$ é a posição inicial, t é o tempo, e $S(t)$ a posição final. Lendo dessa maneira o aluno terá a competência de resolver um problema de substituição das variáveis na "fórmula". Entretanto, o aluno não é levado a <u>imaginar um corpo</u> que se desloca no espaço com a velocidade constante v_0, e que terá sua posição determinada pela equação (10) para qualquer instante de tempo t, mas que se exige conhecer a posição do corpo num instante de tempo $S(0)$. Além disso, a posição $S(t)$ é a posição do corpo, relativa à posição $S(0)$.

Aproveitamos que estamos tratando do conceito de velocidade média e apresentamos agora o conceito de velocidade instantânea $v(t)$, como sendo dado pelo limite em que o intervalo de tempo em que o corpo se desloca entre duas posições vai a zero:

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{S(t+\Delta t)+S(t)}{\Delta t}, \tag{11}$$

ou seja, estamos considerando duas posições extremamente próximas, mas nunca iguais, já que o intervalo de tempo é sempre menor do que qualquer número, mas nunca igual a zero. Temos então o conhecimento do movimento do corpo entre quaisquer dois instantes de tempo. Podemos perceber que no caso de a velocidade do corpo ser constante a velocidade instantânea é igual a velocidade média. Isto porque, qualquer que sejam as duas posições usadas para o cálculo da velocidade média o valor obtido será sempre o mesmo.

Agora, utilizando a "planilha movimento unidimensional" vamos simular um movimento com velocidade constante para um corpo, que está sendo representado por um carro.

Para o carro A, a posição $S(0)$ será 4 m e a velocidade constante v_0 será de 6 m/s e para o carro B, a posição $S(0)$ será - 4 m e a velocidade constante v_0 será de 3 m/s. Para inserir os valores na simulação utilizaremos os "botões de rotação" de cada grandeza e a "caixa de seleção" para utilizarmos os valores negativos. Como estamos estudando o movimento com velocidade constante, o valor da aceleração a será 0 m/s². Feito isso iremos então movimentar os Carros A e B, e para isso iremos utilizar o botão de rotação que controla a grandeza o tempo t até atingir o valor de 5 s. A figura 29 ilustra a simulação realizada.

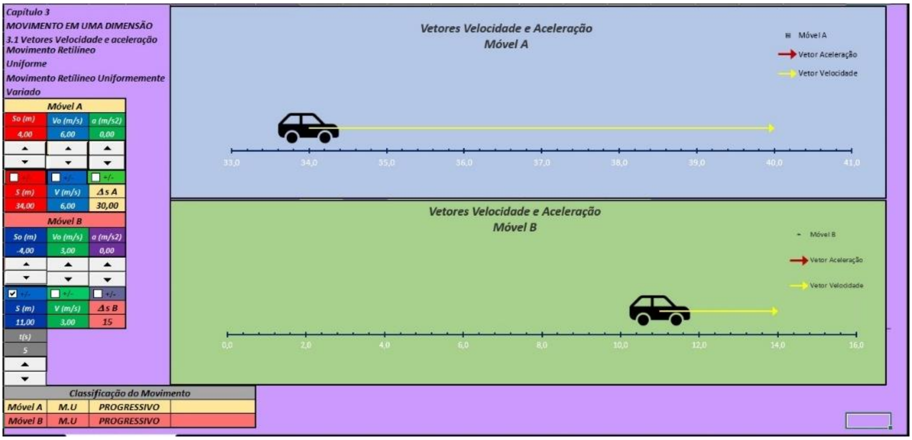


Figura 29: Simulação de um movimento com velocidade constante

Observando a simulação realizada (figura 29), verificamos que o carro A em um intervalo de tempo Δt de 5 s, partindo de uma posição $S(0)$ de 4 m, com uma velocidade v_0 de 6m/s, encontrasse em uma posição $S(t)$ 34 m. Verificamos também que o deslocamento ΔS do carro A foi de 30 m. Para o carro B, nesse mesmo intervalo de tempo, partindo de uma posição $S(0)$ de -4 m com uma velocidade v_0 de 3m/s, encontrasse em uma posição $S(t)$ 11 m e o deslocamento ΔS do carro B foi de 15 m. Destacamos, o valor da velocidade instantânea $v(t)$ de ambos os carros, cujo o valor é o mesmo da velocidade v_0 e a sua representação do vetorial, e ainda, a classificação dos movimentos, que em nosso exemplo foi progressivo para os dois carros.

Com isso, pode-se obter as equações horárias do movimento do carro A e do carro B, substituindo os valores encontrados na equação (10). Assim teremos:

$$S_A(t) = 4 + 6\,t \tag{12}$$

e

$$S_B(t) = -4 + 3\,t \tag{13}$$

Cabe destacar que no exemplo acima foi estudado o movimento do carro A e carro B simultaneamente, porém se for estudar o movimento de somente um carro basta deixar a velocidade v_0 em 0 m/s. Quando simulamos o movimento dos dois móveis ao mesmo tempo, devido a escala automática do gráfico na planilha, para analisarmos suas posições dos carros, devemos tomar como base o valor numérico do eixo x e não a posição efetiva dos carros, ou seja, o carro A pode estar à frente do carro B no gráfico da simulação, porém ao verificar o valor numérico da posição ele pode estar atrás.

2.1 Movimento retilíneo com velocidade variável e aceleração constante

Nesse caso, devemos admitir que num intervalo de tempo Δt, além da mudança de posição, o corpo terá sua velocidade instantânea alterada. Na cinemática não é tratado a causa dessa alteração, que seria uma força aplicada ao corpo. A essa mudança de velocidade no intervalo de tempo Δt, relacionamos outro conceito importante da cinemática, a aceleração média $a_m(t)$:

$$a_m(t) = \frac{v(t_2)-v(t_1)}{t_2-t_1} \tag{4}$$

Devemos alertar que a velocidade $v(t_1)$ e $v(t_2)$ são as velocidades instantâneas do corpo no início e no fim do intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$.

No caso de a aceleração de um corpo ser constante, tanto a aceleração média $a_m(t)$quanto a aceleração instantânea $a(t)$ são iguais, assim reescrevendo a equação(4) teremos:

$$a_m(t) = a(t) = a = \frac{v(t_2)-v(t_1)}{t_2-t_1} \tag{5}$$

Trabalhando na equação (5), consideraremos que t_2 é um instante de tempo $\neq$ de 0, então teremos $t_2 = t$ e $t_1 = 0$. Assim substituindo na equação (5), obtemos

$$a = \frac{v(t)-v(0)}{t-0}, \tag{6}$$

onde a , é a aceleração constante, $v(t)$ é a velocidade para o instante de tempo $t_2 = t \neq 0$ e $v(0)$ é a velocidade para o instante de tempo $t = 0$.

Agora, através da equação (6), vamos isolar a velocidade $v(t)$ e obter a equação horária da velocidade de um corpo para uma aceleração constante a, e assim teremos:

$$v(t) = v(0) + at, \tag{7}$$

Assim, dado um corpo que conhecemos sua velocidade num instante $t = 0$ e está sujeito a uma aceleração constante a, saberemos sua velocidade em qualquer instante de tempo t posterior pela equação (7).

Para a equação horária da velocidade, dada pela equação (7), podemos considerar a velocidade média $v_m(t)$ em qualquer intervalo de tempo de $t_1 = 0$ a um instante de tempo $t_2 = t \neq 0$ qualquer, é a média aritmética da velocidade do corpo $v(0)$ para $t_1 = 0$ e da velocidade do corpo $v(t)$ para $t_2 = t \neq 0$:

$$v_m(t) = \frac{v(t) + v(0)}{2} \tag{8}$$

Assim, podemos substituir o valor de $v(t)$ da equação (7) na equação (8):

$$v_m(t) = \frac{v(0)+at + v(0)}{2} \tag{9}$$

resultando em,

$$v_m(t) = v(0) + \frac{at}{2} \tag{10}$$

Agora iremos substituir o valor de $v_m(t)$ da equação (1) na equação 10, lembrando que os instantes de tempo que iremos utilizar é $t_1 = 0$ e $t_2 = t$, ou seja

$$\frac{S(t)-S(0)}{t} = v(0) + \frac{at}{2} \tag{11}$$

e assim obtemos:

$$S(t) = S(0) + v(0)\,t + \frac{1}{2}at^2, \tag{12}$$

onde, t é o instante de tempo, $S(0)$ é a posição no instante $t = 0$, $v(0)$ é a velocidade no instante $t = 0$, a é a aceleração constante e $S(t)$ é a posição no instante t.

Portanto, a equação (12) serve para avaliar a posição $S(t)$ de um corpo num instante de tempo qualquer t, dado que o corpo está sujeito a uma aceleração constante a e possui velocidade $v(0)$ e posição $S(0)$ conhecidos no instante de tempo $t = 0$.

No nosso segundo exemplo de aplicação utilizando a planilha movimento em uma dimensão, iremos simular o movimento para o carro A que está na posição $S(0)$ de -10m, a velocidade inicial $v(0)$ será de 5 m/s e aceleração constante a de 2 m/s^2. Já o carro B, a posição $S(0)$ será 6 m, a velocidade inicial $v(0)$ será de 10 m/s e aceleração constante a de - 2 m/s^2. Para inserir os valores na simulação utilizaremos os "botões de rotação" de cada grandeza e a "caixa de seleção" para utilizarmos os valores negativos. Agora para movimentar os Carros A e B, vamos utilizar o botão de rotação que controla a grandeza o tempo t até atingir o valor de 10 s. A figura 30 ilustra a simulação.

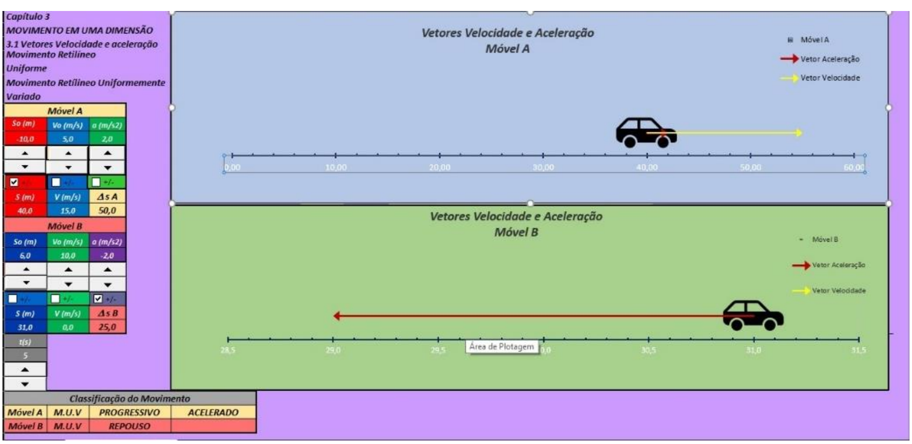


Figura 30: Movimento unidimensional com aceleração constante

Na simulação (figura 30) em um intervalo de tempo Δt de 5 s, o carro A com uma aceleração a de 2 m/s^2, atingiu uma velocidade $v(t)$ de 15m/s e alcançando a posição $S(t)$ de 40 m, fazendo um deslocamento ΔS de 50m e o seu movimento classificado como progressivo e acelerado. O carro B com uma aceleração a de -2 m/s^2 alcançou posição 31m, tendo um deslocamento ΔS de 31m e atingindo a velocidade $v(t)$ de 0m/s, ou seja, neste instante ficou em repouso.

Com os resultados obtidos da simulação podemos determinar as equações horárias da velocidade e das posições para os carros A e B, assim substituindo os valores da simulação nas equações (7) e (12), teremos:

Para o carro A:

$$v_A(t) = 5 + 2t \tag{13}$$

e,

$$S_A(t) = -10 + 5\,t + \frac{1}{2}2t^2 \tag{14}$$

Para o carro B:

$$v_B(t) = 10 - 2t \tag{15}$$

e

$$S_B(t) = 6 + 10\,t + \frac{1}{2}(-2)t^2 \tag{16}$$

Observamos na simulação do carro A, os vetores velocidade e aceleração estão no mesmo sentido, assim teremos a relação da classificação dos movimentos com o sentido dos vetores, que em nosso exemplo foi progressivo e acelerado.

Já na simulação do carro B verifica-se que com a aceleração negativa, durante o intervalo de tempo considerado, sua velocidade foi diminuindo até atingir o valor de 0m/s, ou seja, atingiu o repouso. Nessa simulação o professor pode aproveitar e fazer uma introdução na questão de força de atrito e ainda indagar os alunos o que acontecerá se continuarmos o movimento do carro B e o a partir do instante t de 5s. O que acontecerá com o movimento do carro B? Qual será o sentido dos vetores aceleração e velocidade?

Durante a simulação observa-se o comportamento dos vetores velocidade e aceleração, que deve ser destacada pelo professor, pois tendo em vista a questão da mudança automática dos dados do gráfico do Excel®, os vetores apresentam tamanhos diferentes, porém eles apresentam o mesmo módulo no gráfico.

CAPÍTULO 3

VETORES NO MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME.

A planilha que apresentaremos neste capítulo tem os objetivos de estudarmos o Movimento Circular Uniforme com a visualização dos vetores velocidade linear e aceleração centrípeta.

O movimento circular uniforme é o movimento que o corpo descreve uma trajetória em circunferência com uma velocidade escalar, $v(t)$, constante. A figura 31 mostra a planilha vetores no MCU.

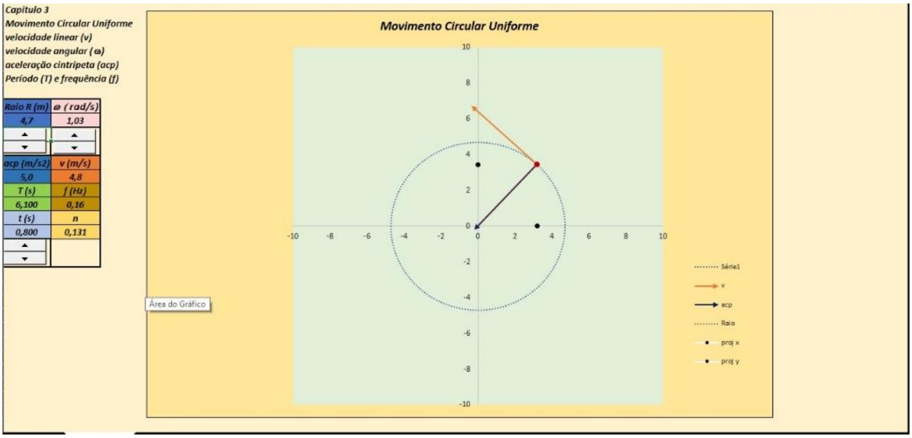


Figura 31: Apresentação da planilha do movimento circular uniforme.

Nesse movimento, mesmo a velocidade escalar $v(t)$ não sofrendo variação, o corpo está acelerado porque a direção da velocidade está mudando durante esse movimento., a qual podemos verificar na figura 32.

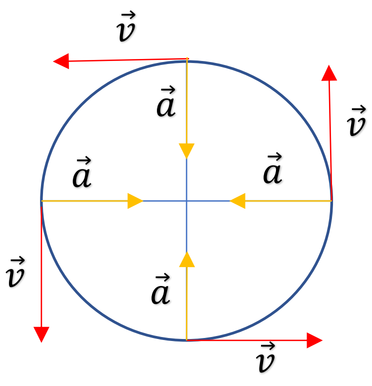


Figura 32: Vetores velocidade e aceleração de um corpo no movimento circular uniforme.

Da figura 32 podemos observar a relação entre os vetores velocidade e aceleração em algumas posições no movimento circular uniforme. Os módulos desses vetores permanecem constante, porém, a orientação muda durante o movimento. A direção do vetor velocidade sempre será tangente a trajetória e com o mesmo sentido do movimento, já o vetor aceleração terá sempre direção para o centro da trajetória. Assim podemos chamar a aceleração a de aceleração centrípeta.

No movimento circular uniforme, todas as partes da trajetória giram em torno do eixo de rotação que podemos chamar de $\Delta\theta$ no mesmo intervalo de tempo Δt, como isso temos uma velocidade angular ω , constante, que se refere ao número de voltas ou revoluções por unidade de tempo. Com isso, para descrevermos o movimento circular uniforme vamos tomar como base a figura 33.

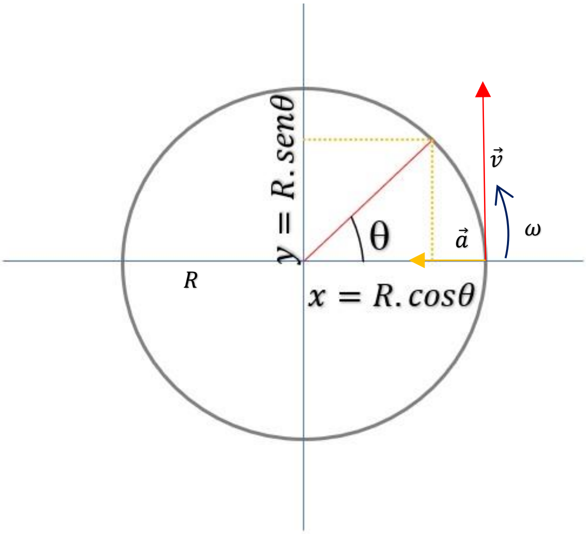


Figura 33: Representação círculo trigonométrico.

No movimento é uniforme então a velocidade angular ω é constante no tempo e é definida como:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \tag{17}$$

Podemos escrever também,

$$\Delta\theta = \omega\Delta t \tag{18}$$

Onde θ é o ângulo entre o raio R da circunferência no tempo t e o eixo x. Durante o deslocamento em uma trajetória circular, o corpo possui posições relativas tanto no eixo $x(t)$ como no eixo $y(t)$ e da figura 33 percebemos que as coordenadas do móvel são dadas pelas equações (19) e (20).

$$x(t) = R\cos(\omega t) \tag{19}$$

$$y(t) = Rsen(\omega t) \tag{20}$$

Da mesma forma, temos as componentes $v(x)$ e $v(y)$ das velocidades escalares que são dadas pelas equações 21 e 22,

$$v(x) = -R\omega sen(\omega t) \tag{21}$$

e

$$v(y) = R\omega cos(\omega t) \tag{22}$$

Com isso, através das componentes da velocidade $v(x)$ e $v(y)$, podemos determinar o módulo da velocidade escalar v:

$$v = \sqrt{v(x)^2 + v(y)^2} \tag{23}$$

e substituindo os valores de $v(x)$ e $v(y)$ das equações 21 e 22 na equação 23 teremos:

$$v = \omega R \tag{24}$$

Que mostra a relação entre a velocidade escalar tangencial e a velocidade angular, onde ambas dependem do raio R da trajetória.

Da mesma forma que a velocidade escalar e a posição do corpo, a aceleração também pode ser descrita na forma de componentes $a(x)$ e $a(y)$ e assim teremos as componentes da aceleração:

$$a(x) = R\omega^2 cos(\omega t) \tag{25}$$

e

$$a(y) = R\omega^2 sen(\omega t) \tag{26}$$

A partir das componentes $a(x)$ e $a(y)$ da aceleração podemos determinar o seu módulo a pela equação:

$$a = \sqrt{a(x)^2 + a(y)^2} \tag{27}$$

E substituindo os valores de $a(x)$ e $a(y)$ das equações (25) e (26), na equação (27), iremos obter o módulo de a :

$$a = R\omega^2 \tag{28}$$

onde a é a aceleração centrípeta, do movimento na trajetória circular de raio R e ω a velocidade angular desse movimento. Podemos relacionar a aceleração a com a velocidade escalar v, substituindo a equação (24) na equação (28) e assim teremos:

$$a = \frac{v^2}{R} \tag{29}$$

Para um corpo dar uma volta completa em uma trajetória circular em movimento uniforme ele irá ter um deslocamento ΔS igual ao comprimento da circunferência de $2\pi R$ em um intervalo de tempo Δt, e assim para obtermos esse intervalo de tempo de uma volta completa iremos utilizar a equação(9) do movimento com velocidade constante e assim teremos:

$$v = \frac{2\pi R}{\Delta t} \tag{30}$$

então, para determinarmos o Δt de uma volta completa, faremos:

$$\Delta t = \frac{2\pi R}{v} \tag{31}$$

A equação (31) nos apresenta o intervalo de tempo Δt que um corpo leva para dar uma volta completa em uma trajetória circular de raio R. A esse intervalo de tempo, de uma volta completa, chamaremos de período T, e assim a equação (31) pode ser escrita da seguinte forma:

$$T = \frac{2\pi R}{v} \tag{32}$$

Agora que aprendemos sobre o movimento circular uniforme, vamos utilizar a planilha vetores no movimento circular uniforme para analisarmos o movimento de um corpo em uma trajetória circular com velocidade constante.

Para o nosso exemplo, vamos movimentar um corpo em uma trajetória circular de raio R de 5m, com uma velocidade angular ω igual a de 1 rad/s, utilizando os "botões de rotação" para selecionarmos esses valores. Partindo de um tempo $t = 0s$, iremos movimentar o corpo, utilizando o "botão de rotação", que controla o tempo até atingir $t = 1{,}2\ s$, e após realizar a simulação teremos a seguinte representação dada pela figura 34:

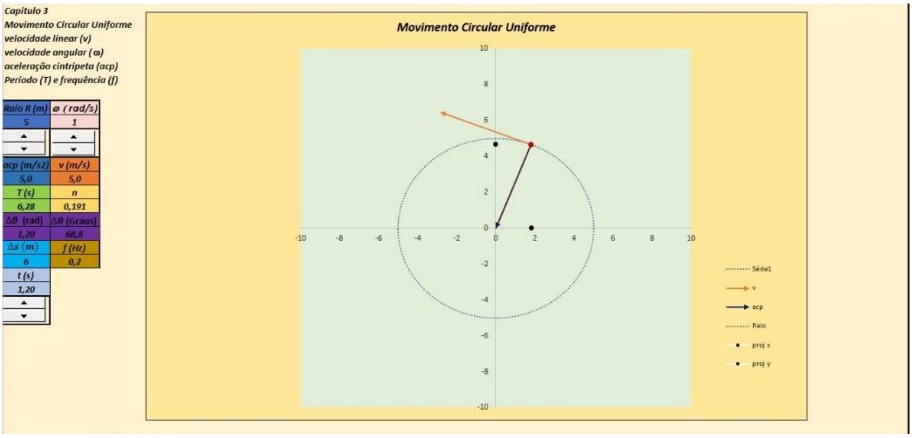


Figura 34: Movimento circular uniforme de um corpo com $\Delta t = 1{,}2s$

Nesse primeiro exemplo, podemos observar os vetores velocidade e aceleração, onde a orientação do primeiro é tangencial e do segundo é radial a trajetória e ainda o valor de seus módulos. O corpo teve um deslocamento angular $\Delta\theta$ de 1,2 rad ou 68,8º e um deslocamento ΔS de 6m. A planilha nos mostra ainda o período T que o corpo terá quando completar uma volta completa que será de 6,28 segundos .

No segundo exemplo, mantendo as condições iniciais do exemplo anterior, iremos movimentar o corpo, utilizando o "botão de rotação" até atingir um tempo $t = 3{,}0\ s$, observando o que acontece como o corpo durante o movimento. A figura 35, ilustra a simulação.

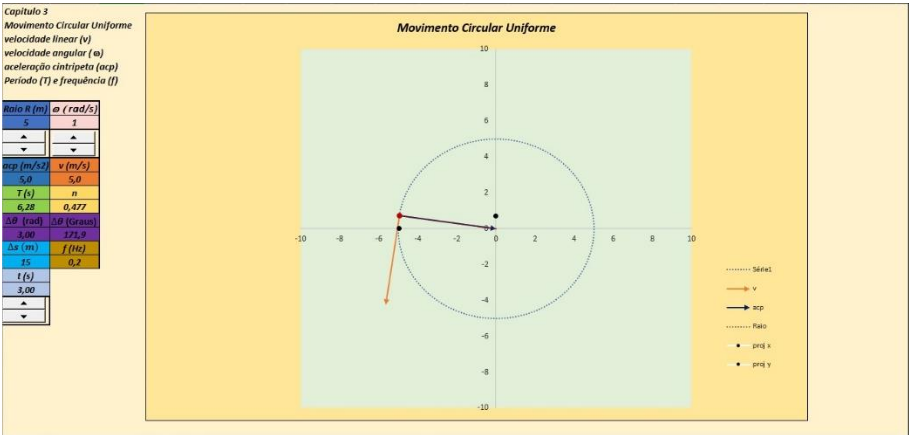


Figura 35: Movimento circular uniforme de um corpo com $\Delta t = 3{,}0s$

No caso da figura 35, observamos que os módulos da velocidade e aceleração se mantiveram os mesmos, mas a orientação de seus vetores sofreu alteração, com isso concluímos que mesmo sendo um movimento uniforme, a orientação do vetor velocidade varia com o passar do movimento. Observamos também a mudança tanto deslocamento angular $\Delta\theta$ e do desocamento do corpo na trajetória ΔS.

Iremos agora movimentar o corpo até completarmos 1 volta, ou seja, $n = 1$, para que possamos verificar o valor do período T. Para isso vamos utilizar o "botão de rotação" que modifica o valor do tempo t para movimentar o corpo até que o valor de n, atinja o valor de 1, ou muito próximo de 1, e ainda, verificar se o tempo t é igual ao valor do período T apresentado na planilha. A situação será ilustrada na figura 36.

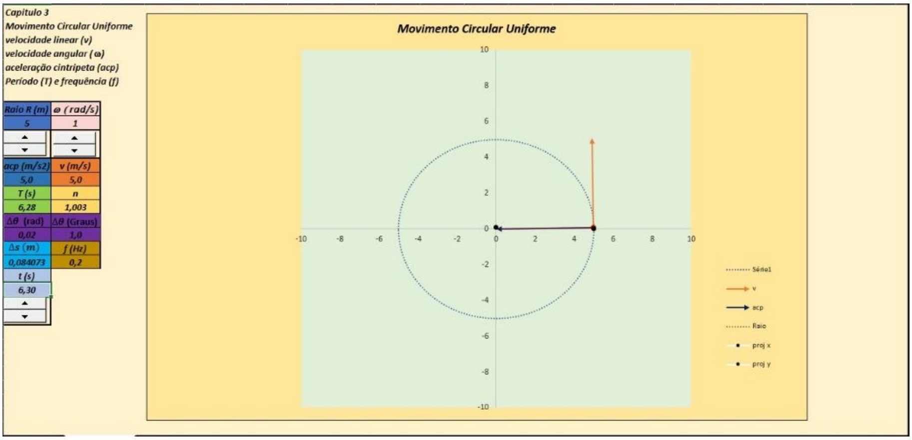


Figura 35: Movimento circular uniforme verificação de T

A figura 36 nos mostra que, o corpo durante a simulação, movimentado até atingir o valor de $n = 1{,}003$, ou seja, muito próximo de 1, ou 1 volta. Para esse valor de n, o tempo t alcançado foi de 6,30 s, um muito próximo ao período T de 6,28 s. Como o valor de n é maior que 1, ou seja, iniciou-se uma outra volta, o valor tanto de $\Delta\theta$ como o de ΔS, começaram o zero novamente.

CAPÍTULO 4

MOVIMENTO EM DUAS DIMENSÕES - VETORES NO LANÇAMENTO DE PROJÉTEIS

Agora no capítulo 4 apresentaremos a planilha vetores no lançamento de projéteis. Também conhecido como movimento balístico, neste movimento em duas dimensões, um projétil apresenta um movimento horizontal e outro vertical. A sua proposta é além de estudarmos os lançamentos de um projétil verificar também o comportamento dos vetores velocidades durante todo o lançamento. Podemos estudar os lançamentos de queda livre, horizontal e oblíquo. Cabe destacar aqui, que em nosso estudo não estamos levando em consideração a resistência do ar. A figura 36 apresenta a planilha de lançamento de projéteis.

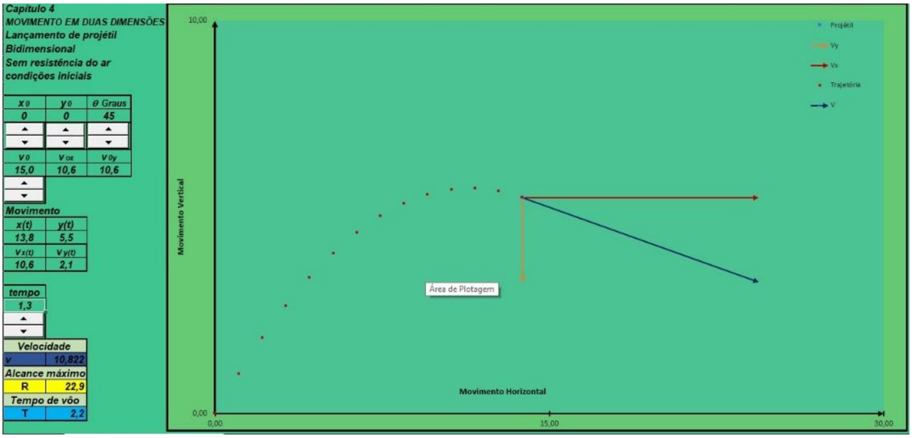


Figura 36: Apresentação da planilha lançamento de projéteis.

Se tratando de um movimento em duas dimensões, iremos estudar o lançamento de projéteis utilizando o sistema cartesiano, onde o eixo horizontal será x e o vertical y. Nesse movimento, um projétil é lançado com uma velocidade inicial $\overrightarrow{v(0)}$, fazendo com o eixo horizontal x um ângulo θ,conforme a figura 37.

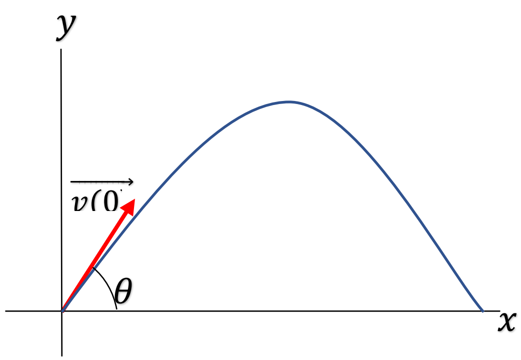


Figura 37: Lançamento de projéteis com velocidade inicial $\overrightarrow{v(0)}$.

Podemos verificar quando velocidade inicial $\overrightarrow{v(0)}$, faz um ângulo θ com a horizontal, esse projétil possuirá uma velocidade na direção horizontal e na direção vertical, assim de acordo com o que estudamos no capítulo 1, representado na equação (1), podemos representar a velocidade $\overrightarrow{v(0)}$ da seguinte forma:

$$\overrightarrow{v(0)} = v(0)_x\hat{\imath} + v(0)_y\hat{\jmath} \tag{33}$$

onde as velocidades $v(0)_x$ e $v(0)_y$, são os valores escalares das componentes da velocidade $\overrightarrow{v(0)}$ e que estão representadas na figura 38:

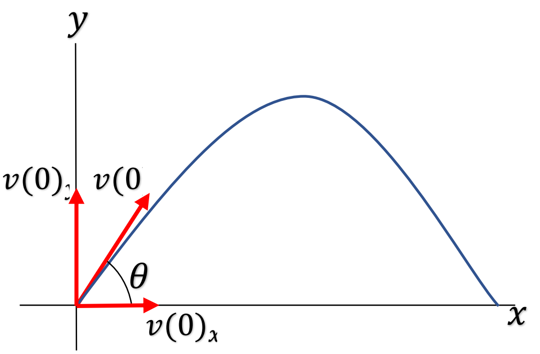


Figura 38: Lançamento de projéteis – componentes da velocidade inicial $\overrightarrow{v(0)}$.

Dessa maneira, de acordo com a figura 38, e utilizando o processo de decomposição, as velocidades $v(0)_x$ e $v(0)_y$ serão determinadas pelas seguintes equações:

$$v(0)_x = v(0)cos\theta \tag{34}$$

e

$$v(0)_y = v(0)sen\theta \tag{35}$$

Uma característica importante do movimento bidimensional, o vetor velocidade $\vec{v}$ do projétil se altera durante o movimento, porém o vetor aceleração $\vec{a}$ é constante com sua orientação vertical e para baixo e não existindo aceleração na horizontal. Essa aceleração vertical $\vec{a}$, é a aceleração de queda livre e representaremos por $\vec{g}$, sendo o seu módulo igual a aproximadamente $9{,}81 m/s^2$. A figura 39 representa essas características.

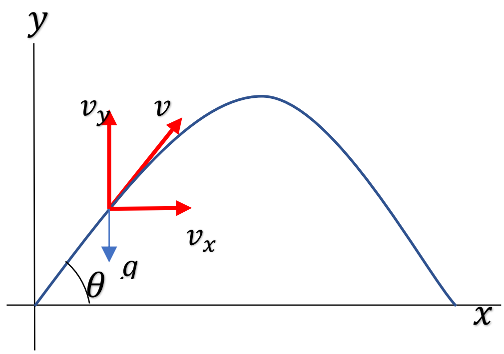


Figura 39: Características do movimento bidimensional.

4.1 Movimento horizontal

Sendo que o movimento de um projétil na horizontal não possui aceleração, a velocidade v_x ficará inalterada com o mesmo valor da velocidade $v(0)_x$ durante todo o movimento. Com isso, de acordo como que foi estudado no capítulo 2, movimento com velocidade constante, para qualquer instante t, e utilizando a equação (10) para o eixo horizontal, teremos:

$$x(t) = x(0) + v(0)_x\, t \tag{36}$$

onde $x(t)$ é a posição do projétil em um instante de tempo qualquer t lançado a uma velocidade horizontal $v(0)_x$ a partir de uma posição inicial $x(0)$. Sabendo que $v(0)_x$ é a componente horizontal da velocidade $v(0)$, substituindo a equação (34) na (36) teremos a seguinte equação para o movimento horizontal:

$$x(t) = x(0) + v(0) cos\theta t \tag{37}$$

4.1 Movimento vertical

Quando estudamos o movimento vertical, iremos analisar a direção do projétil ao longo do eixo vertical y e com o sentido positivo para cima. Sendo assim, para determinarmos a posição $y(t)$, de um projétil lançado com uma velocidade inicial $v(0)_y$ para cima, para qualquer instante de tempo (t), tomaremos como base a equação (12) para esse eixo vertical. Porém, esse movimento possui uma a aceleração g com direção vertical e sentido para baixo, ou seja, oposta ao sentido do movimento do projétil, com isso, na equação iremos adotar $-g$ para a aceleração e assim teremos:

$$y(t) = y(0) + v(0)_y\, t - \tfrac{1}{2} g t^2 \tag{38}$$

Mas como $v(0)_y$, é a componente vertical da velocidade inicial $v(0)$ a equação 38 será escrita da seguinte forma:

$$y(t) = y(0) + v(0) sen\theta t - \tfrac{1}{2} g t^2 \tag{39}$$

Agora, devemos admitir que num intervalo de tempo Δt, o projétil lançado com uma velocidade$v(0)_y$ para cima, além da mudança de posição no eixo vertical y, terá sua velocidade instantânea alterada e a chamaremos de $v_y(t)$. Essa mudança de velocidade no intervalo de tempo Δt, está relacionada com a aceleração vertical g de sentido para baixo, logo podemos escrever a equação (7), para o eixo vertical y da forma:

$$v_y(t) = v(0)_y - gt \tag{40}$$

Agora iremos utilizar a planilha vetores no lançamento de projéteis para simular situações relacionadas ao movimento bidimensional. Em nosso exemplo iremos realizar o lançamento de um projétil com um ângulo em relação ao eixo horizontal x. Lembrando aqui que não levaremos em conta a resistência do ar.

Vamos lançar um projétil, partindo das posições $x(0)$ e $y(0)$ iguais a 0m, com uma velocidade inicial $v(0)$de 30m/s e com um ângulo θem relação a horizontal de 60º. Para isso utilizaremos os "botões de rotação" para modificar os valores relacionados a essas grandezas. Feito isso iremos lançar o projétil utilizando o "botão de rotação" que controla o tempo t. Finalizar o lançamento quando $y(t)$, for igual 0m ou muito próximo desse valor. A figura 40 mostra a simulação:

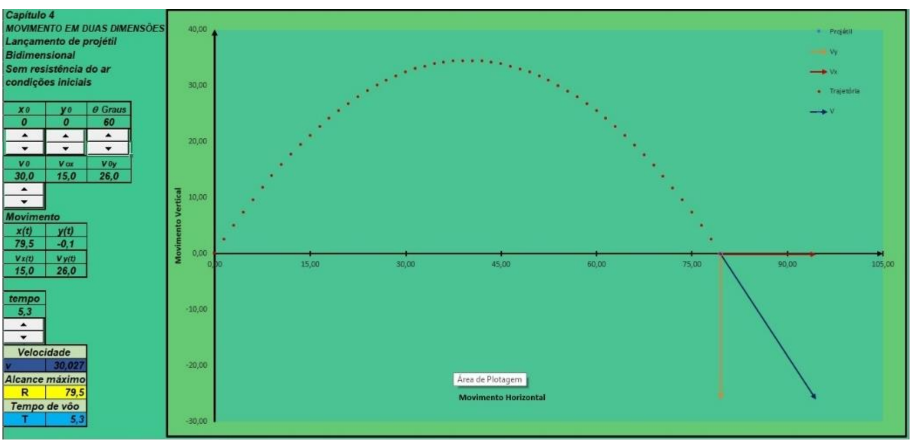


Figura 40: Simulação de um lançamento de projétil com ângulo de 60º

Durante a simulação representada pela figura 40, deve-se observar o comportamento dos vetores velocidade durante todo o lançamento. No movimento vertical vetor da velocidade $v_y(t)$, verificando o que acontece na subida e na descida do projétil. Percebe-se que o vetor $v_y(t)$ está "diminuindo" e quando ele "desaparece", ou seja, $v_y(t) \cong 0m/s$, que o projétil atinge a posição $y(t) \cong 34{,}4m$ no instante de tempo $t = 2{,}6s$. A essa posição $y(t)$ chamaremos de "altura máxima" e a esse tempo t de tempo de subida, observado na figura 41.

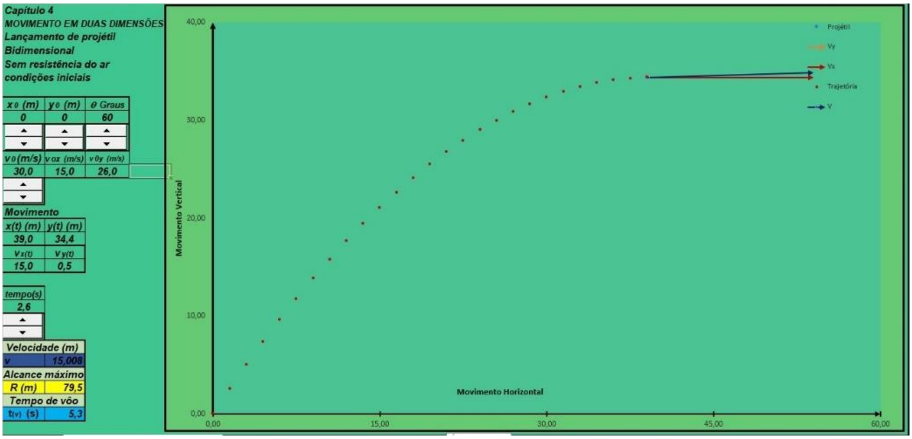


Figura 41: Simulação de um lançamento de projétil quando atinge a altura máxima.

Na figura 40, o projétil, ao continuar o movimento o vetor, $v_y(t)$ começa a aumentar e a posição $y(t)$ diminuir até o projetil atingir a posição $y(t) \cong 0m$, ou seja, na simulação $y(t) = -0{,}5m$, em um instante $t = 5{,}3s$, a que podemos chamar de tempo de voo. No movimento vertical, observa-se durante todo o movimento, que o vetor velocidade $v_x(t)$ permaneceu inalterado e os módulos de $v(0)_x$ e $v_x(t)$ permaneceram iguais. Já em $t = 5{,}3s$ a posição $x(t) \cong 79{,}5m$, a qual denominaremos de alcance máximo.

Observou-se ainda, durante o movimento, que o vetor velocidade $v(t)$ se altera constantemente, juntamente como o valor de seu módulo e quando $y(t) \cong 0m$, o módulo de $v(t)$ se iguala ao módulo de $v(0)$.

Chegou a hora de praticar, no apêndice A, temos um roteiro onde constam mais situações para realizarmos simulações utilizando a planilha vetores no lançamento de projéteis.

REFERÊNCIAS

BLOCH, S.C. **Excel para engenheiros e cientistas.** 2.Ed. Rio de Janeiro. LTC.2015.

GRUPO DE REELABORAÇÃO DO ENSINO DE FÍSICA - GREF, **Física 1: Mecânica**. 7ª. Ed. São Paulo: Edusp, 2002.

GUIA DE INFORMATICA ESPECIAL. **Excel.** 1 Ed. São Paulo. On Line. 2017.

FACIN, P.C. **Aprenda a utilizar o software Excel para estudar física.** página de internet - http://facin.pro.br/?page_id=87

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de física, volume 1: Mecânica.** 10.Ed. Rio de Janeiro: LTC. 2018.

HEWITT, P.G. **Física conceitual.** 12. Ed. – Porto Alegre: Bookman, 2015.

MOURA, L.F. de, ROQUE, B.F.de.S. **Excel: cálculos para Engenharia – formas simples para resolver problemas complexos.** São Carlos: EduFSCAR, 2013.

ROMANIUK, G.G. **SIMULAÇÕES EM PLANILHAS ELETRÔNICAS DO MICROSOFT EXCEL®: Botões de rotação como ferramenta auxiliar no estudo do campo elétrico.** Ponta Grossa – Dissertação de Mestrado. 2022

APÊNDICE A

ROTEIRO DE CONSTRUÇÃO DAS PLANILHAS ELETRÔNICAS:

GRÁFICOS, VETORES, BOTÃO DE ROTAÇÃO, CAIXAS DE SELEÇÃO

1. CONSTRUINDO GRÁFICO BIDIMENSIONAL

O tipo de gráfico utilizado neste trabalho foi o gráfico de dispersão com suas três variantes somente pontos, somente linhas suaves e com pontos conectados por linhas suaves. Para construirmos o gráfico precisaremos de valores que represente o eixo vertical e o eixo horizontal, e para isso utilizaremos colunas de valores para representar uma sequência de pontos, as quais veremos a seguir na figura 1:

	A	B	C
1			
2	x	$y = x^2$	$y = x^2 + 200$
3	-10	100	300
4	-9	81	281
5	-8	64	264
6	-7	49	249
7	-6	36	236
8	-5	25	225

Figura 1: Representação dos eixos horizontal e vertical.

Criadas, por exemplo, três colunas de pontos, o primeiro passo é clicar na aba "inserir" e depois no ícone de gráfico "dispersão" e então escolher uma das três formas de gráfico por dispersão. Como na figura 2.

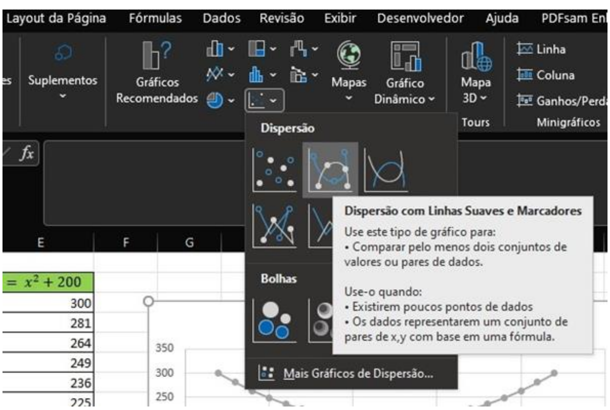


Figura 2: Tipos de gráficos.

O segundo passo é na verdade uma sequência de passos. Depois de escolhido a forma de apresentação dos pontos no gráfico (passo anterior) uma janela branca será mostrada na tela. Com o botão direito de o mouse clicar sobre a área branca e escolher a opção "Selecionar Dados". Uma janela chamada "Selecionar fonte de Dados" aparecerá, clicamos na opção "Adicionar" e uma outra janela se abre perguntando o "Nome da série" que não precisa ser preenchida necessariamente. Clicamos então no canto inferior direito da opção "Valores de x da série", mostrado na figura 3 com um círculo vermelho.

Figura 3: Janela para inserir a série de dados.

Então surgirá uma janela "Editar Série" e podemos clicar na célula inicial dos valores de x e arrastar o mouse com o botão esquerdo pressionado até o último valor de "x". Em seguida pressionamos a tecla "enter" ou clicar no canto inferior direito da janela. Aparecerá então novamente a janela "Editar Série" e podemos fazer o mesmo procedimento para entrar com os valores de "y" que escolhemos ser a função $Y = X^2$, ou valores do eixo vertical. Pressionamos a tecla "enter" o gráfico $Y = X^2$ é construído e o Excel volta a mostrar a janela "Selecionar fonte de Dados", podemos então fazer o mesmo procedimento desde o segundo passo para construir juntamente o gráfico da função $Y = X^2 + 200$. O resultado é mostrado na figura 4.

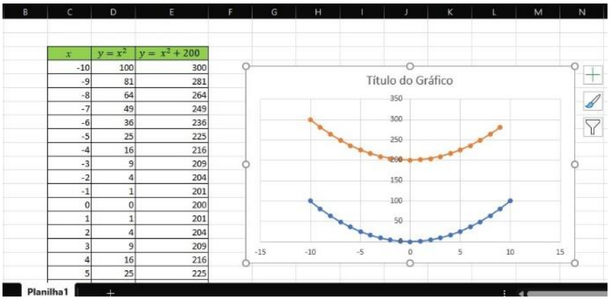


Figura 4: Gráficos construídos.

O terceiro passo seria controlar as formatações do gráfico, legenda dos eixos "x" e "y", tipo de ponto (marcador, cor, transparência etc.), tipo de linha (se vai ter linha ou não, espessura, pontilhada etc.). As linhas horizontais de referência podem ser retiradas, conforme figura 5.

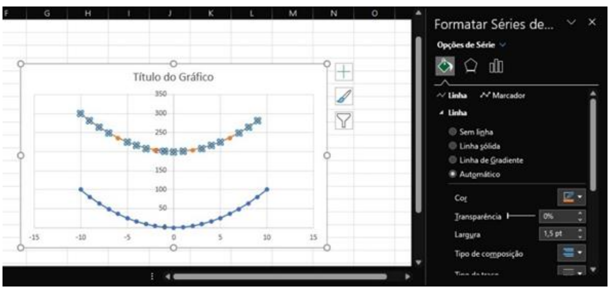


Figura 5: Formatação de série de dados.

O quarto passo pode ocorrer quando há a necessidade fixar os eixos. Muitas vezes queremos mudar os valores dos pontos, e neste caso o gráfico se atualiza automaticamente, se quisermos que os valores máximos e mínimos dos eixos não se alterem podemos fixar estes valores clicando no eixo para selecioná-lo e dando um duplo clic para abrir a janela "Formatar Eixos", mostrada figura 6 e figura 7, então se escolhe fixar máximo e/ou mínimo nas "Opções de eixo".

Figura 6: opções de eixo – automático.

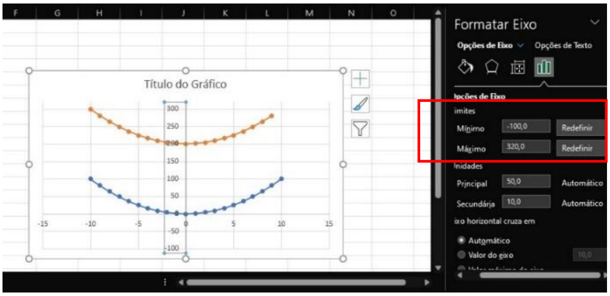


Figura 7: Opções de eixo – redefinir.

2. BOTÃO ROTAÇÃO

2.1. habilitando a função desenvolvedor

Para inserir o botão de rotação, inicialmente devemos habilitar a aba "desenvolvedor" do Excel®. Para isso, vamos clicar na aba "Arquivo" e selecionar "opções", mostrados na figura 8.

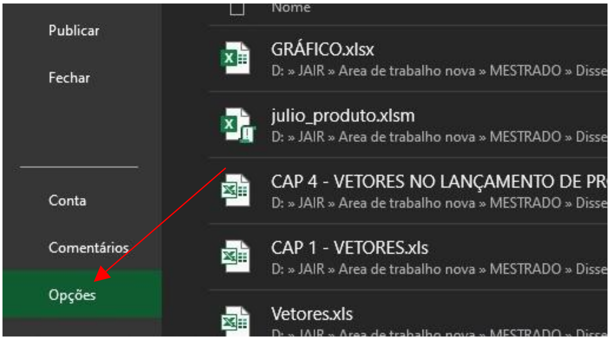


Figura 8: Item opções na aba arquivo.

Em seguida a janela "Opções do Excel®" se abrirá e devemos clicar "Personalizar faixa de opções" , como na figura 9

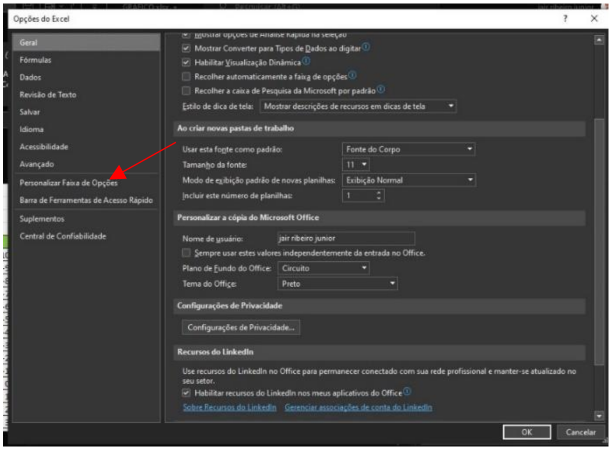


Figura 9: Personalizar faixa de opções em opções do Excel®.

em seguida uma nova janela se abre, e no lado direito habilitamos a opção "desenvolvedor", mostrado na figura 10.

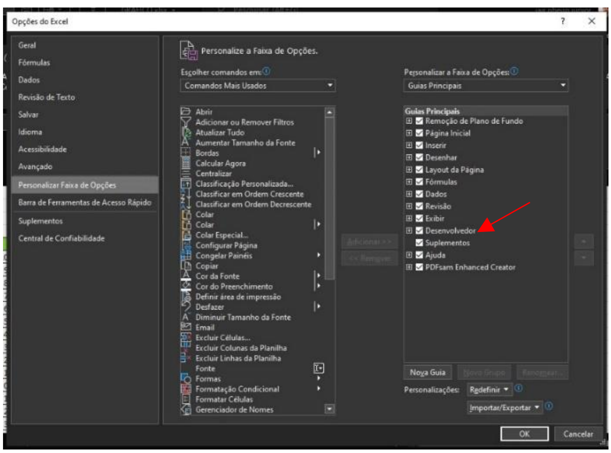


Figura 10: Habilitando a função desenvolvedor.

Após a habilitação do modo desenvolvedor, a aba aparecerá na barra de ferramentas do Excel®, ilustrado pela figura 11.

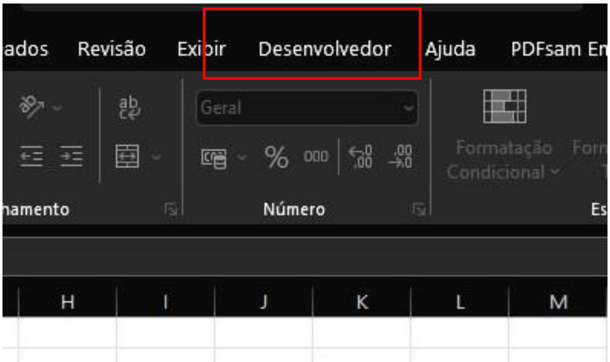


Figura 11: Modo desenvolvedor na barra de ferramentas.

2.2. Inserindo o botão de rotação

Clicando na aba "Desenvolvedor", na faixa de opções visualizar e clicar no ícone "Inserir", e será aberta a janela "Controles de formulário" com várias opções de botões, e iremos escolher o "botão de rotação" como mostrado na figura 12.

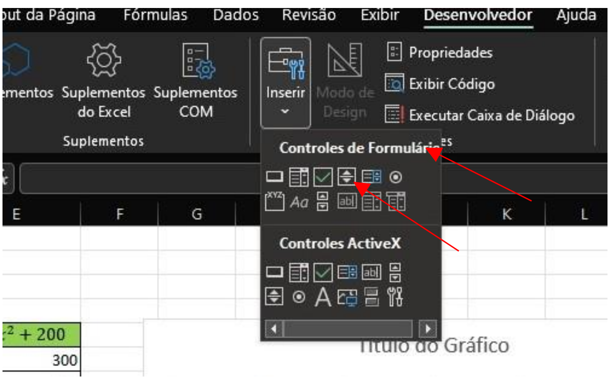


Figura 12: Inserindo o botão de rotação.

Depois de escolher a opção "botão de rotação" utilizamos o botão esquerdo do mouse para inserir o "botão de rotação" sobre a planilha e o mesmo já ficará selecionado de acordo com a figura 13.

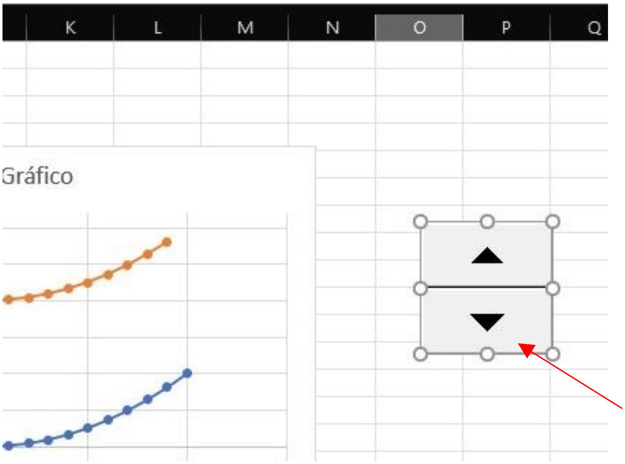


Figura 13: Botão de rotação selecionado na planilha.

Com o "botão de rotação" selecionado, clicamos com o botão direito do mouse sobre ele e escolhemos a opção "Formatar controle" na nova janela, conforme a figura 14.

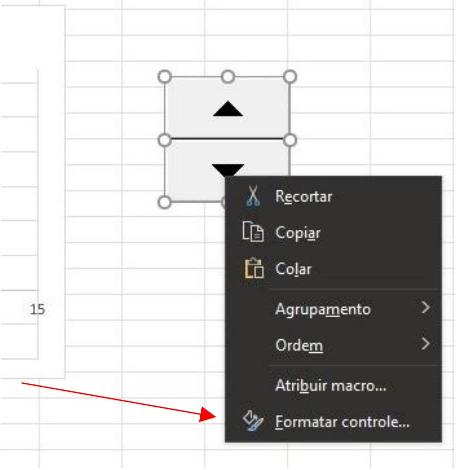


Figura 14: Formatando controle de um botão de rotação.

Escolhendo a opção "formatar controle", será aberta uma nova janela e em seguida devemos selecionar a opção "vínculo da célula", como ilustra a figura 15.

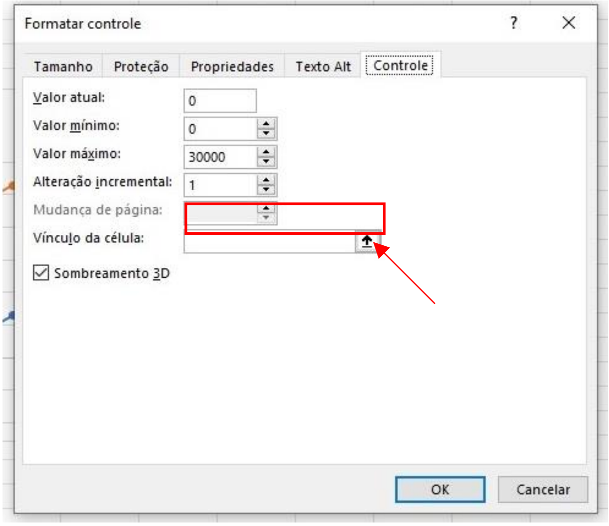


Figura 15: Escolhendo o vínculo da célula para o botão de rotação.

Em seguida, podemos digitar o endereço da célula que queremos vincular a ação do botão, ou clicar no canto inferior direito mostrado na seta vermelha na figura 15, então clicar diretamente na célula escolhida e novamente no símbolo de entrada seta vermelha, e depois em “ok”, conforme a figura 16.

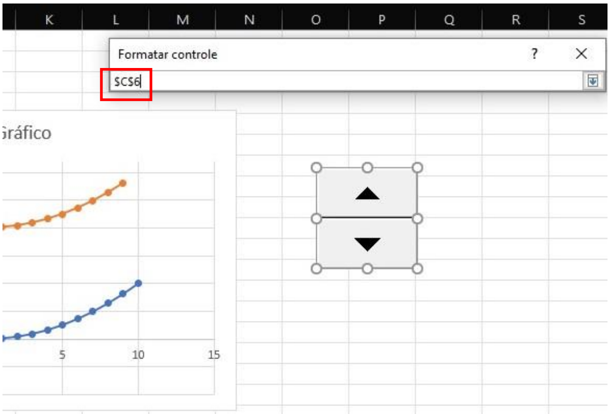


Figura 16: Escolhendo a célula para vincular ao botão de rotação.

Por fim, é só clicar fora do botão e ele estará habilitado, ou seja, ao clicar no botão o valor da célula escolhida deverá aumentar uma unidade.

Para obtermos valores em decimais, podemos fazer isso usando outra célula com a operação de multiplicação do valor da célula que o botão controla por um decimal. Por exemplo, se a célula que o botão controla é D3, vamos utilizar a célula A3 = 0,1*D3, com isso, a célula A3 passará a ter valores incrementados de 0,1 em 0,1 e verificados na figura 17 e 18.

Figura17: Escrevendo a fórmula para obter valões em decimal.

Figura 18: Valores das células em decimal.

A ferramenta “botão de rotação” do Excel®, trabalha somente com valores positivos e com números inteiros, assim, se for necessário obter valores negativos ou decimais para a ação de um botão, deveremos realizar os procedimentos descritos abaixo.

Para valores negativos fazemos, por exemplo, A3 = D3 – 30 e os valores de D3 começam em 30, verificado na figura 19.

Figura 19: Escrevendo a fórmula para obter valores negativos com o botão de rotação.

Em seguida, quando o valor do botão é zero, continuam negativos até esse, a partir daí teremos os valores positivos novamente, isso podemos verificar nas figuras 20 e 21.

Figura 20: Valor negativo na célula utilizando o botão de rotação.

Figura 21: Retorno aos valores positivos nas células.

2.3 Caixa de Seleção

Outra maneira de trabalhar com valores negativos é utilizando a “caixa de seleção”. Essa ferramenta será importante quando necessitarmos inverter a direção e sentido de um vetor de uma forma mais rápida. Para inserir uma caixa de seleção devemos clicar na aba “Desenvolvedor”, na faixa de opções visualizar e clicar no ícone “Inserir”, e será aberta a janela “Controles de formulário” com várias opções de botões, e iremos escolher a “caixa de seleção” como mostrado na figura 22.

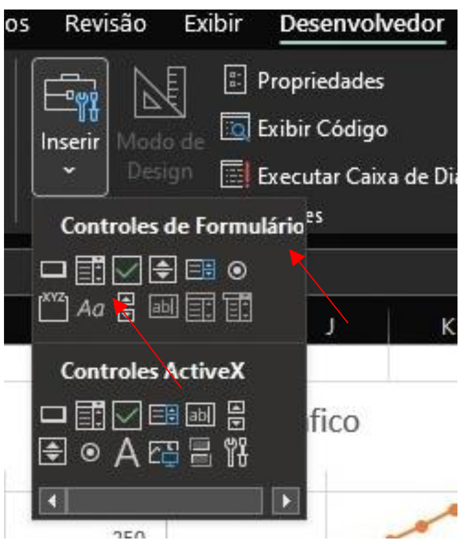


Figura 22: Inserindo a caixa de seleção.

Com a “caixa de seleção” selecionado, clicamos com o botão direito do mouse sobre ele e escolhemos a opção “Formatar controle” na nova janela, figura 23.

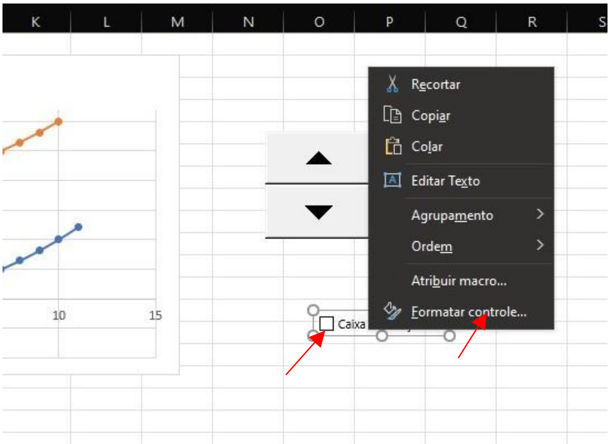


Figura 23: Formatando controle da caixa de seleção.

Escolhendo a opção “formatar controle”, será aberta uma nova janela e na sequência devemos selecionar a opção “vínculo da célula”, figura 24.

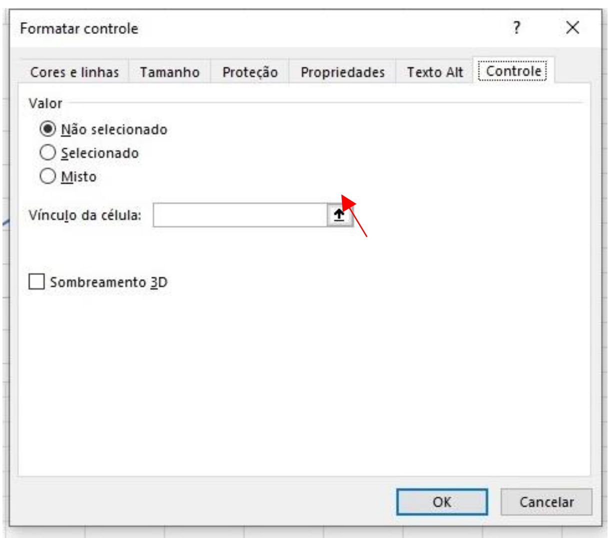


Figura 24: Figura 15: Escolhendo o vínculo da célula para a caixa de seleção.

Após, podemos digitar o endereço da célula que queremos vincular a ação do botão, ou clicar no canto inferior direito mostrado na seta vermelha na figura 24, então clicar diretamente na célula escolhida e novamente no símbolo de entrada seta vermelha, e depois em “ok”, figura 25.

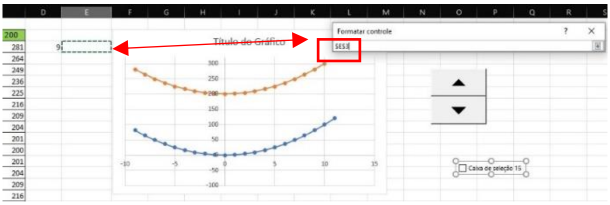


Figura 25: Escolhendo a célula para vincular à caixa de seleção.

Por fim, é só clicar fora da caixa e ele estará habilitado, ou seja, ao selecionar a caixa de seleção o valor da célula escolhida aparecerá a palavra verdadeiro e quando for deselecionada o valor da célula aparecerá falso, ilustrado nas figuras 26 e 27.

Figura 26: Mensagem de verdadeiro ao selecionar a caixa de seleção.

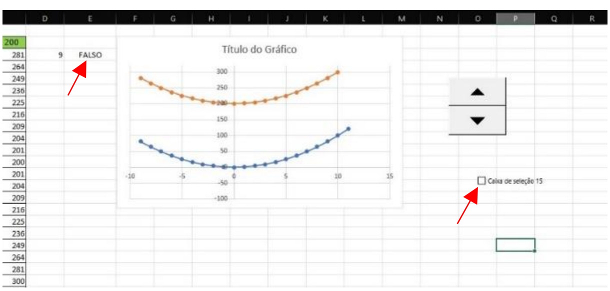


Figura 27: Mensagem de falso ao desmarcar a caixa de seleção.

Depois de inserir a caixa de seleção e vincular a sua célula, iremos fixar o valor negativo para trabalhar com o botão de rotação. Para isso, em nosso exemplo, iremos utilizar as células A3, D3 e E3. A célula E3 é célula a vinculada a da caixa de seleção, a célula D3 é a célula vinculada ao botão de rotação e a célula A3 é onde serão mostrados os valores negativos. Usaremos também a função “SE” do Excel, na célula A3, para criarmos a condição do número negativo.

Devemos digitar a seguinte fórmula na célula A3:

=SE(E3 = FALSO;D3; SE(E3= VERDADEIRO;D3*-1)).

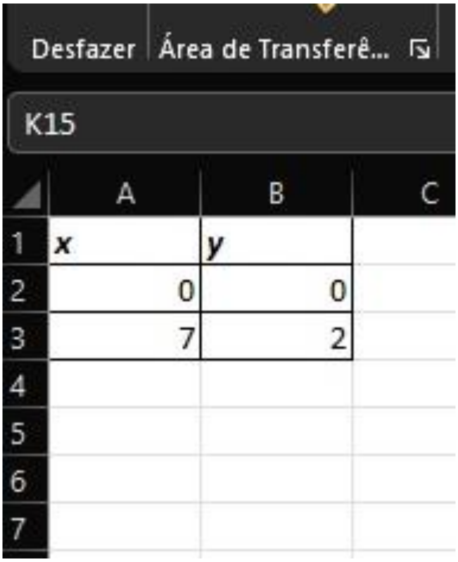
Com essa condição ao selecionar a "caixa de seleção" os valores de A3 ficarão negativos e isso podemos observar na figura 28.

Figura 28: Valores negativos ao selecionar a caixa de seleção.

3. CONSTRUINDO UM VETOR

Neste trabalho utilizamos a representar de um vetor bidimensional. Para representar este vetor em uma planilha devemos utilizar um segmento de reta entre dois pontos e a opção de formatação desse segmento com uma seta na extremidade.

Para isso, então, devemos criar um segmento de reta. serão necessários dois pontos, um que representará o início do segmento e outro o fim. O primeiro ponto será um par $(x1,y1)$ e o outro $(x2,y2)$, podemos usar então quatro células, por exemplo, (A2,B2) e (A3, B3), mostrado na figura 29.



	A	B	C
1	*x*	*y*	
2	0	0	
3	7	2	
4			
5			
6			
7			

Figura 29: Pontos para a construção de um vetor.

Depois de representarmos os pontos, o próximo passo é construir um gráfico com uma série representando esses dois pontos (A2, B2) e (A3,B3), utilizando a sequência apresentada no item "1.1. construindo um gráfico bidimensional". Após teremos um gráfico conforme ilustra a figura 30.

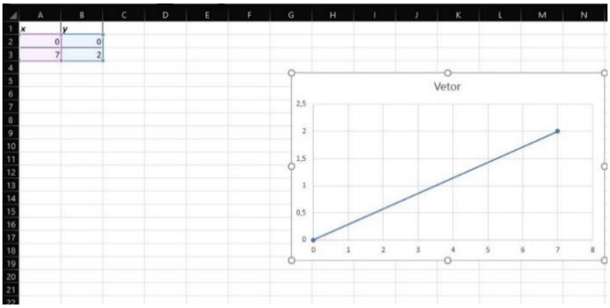


Figura 30: Gráfico de dois pontos.

O próximo passo é deixarmos o segmento de reta semelhante a um vetor. Inicialmente iremos retirar os marcadores dessa reta. para isso devemos clicar com o botão esquerdo do mouse no seguimento de reta e a janela "formatar série de dados" será aberta. Nesta janela clicar no ícone representado por uma "lata de tinta" e em seguida clicar em "marcador". Após escolher clicar em "opções do marcador" e escolher "nenhum", de acordo com a figura 31.

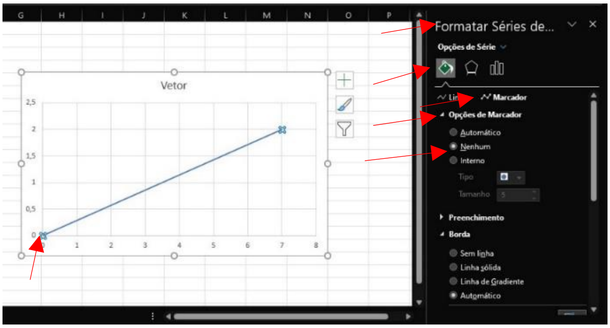


Figura 31: Formatando os marcadores do gráfico.

Depois de retirar os marcadores devemos inserir a seta na ponta da reta. Para isso devemos clicar em "linha", rolar a janela para baixo e clicar em "tipo de seta final e escolhemos a ponta de seta desejada, conforme figura 32.

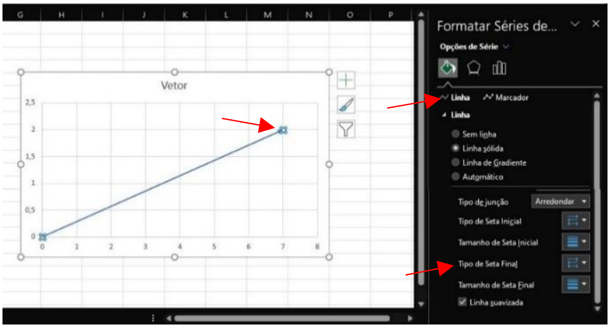


Figura 32: Formatando a linha do gráfico.

Ao finalizar, teremos a representação de um vetor numa planilha do Excel®, visualizado na figura 33.

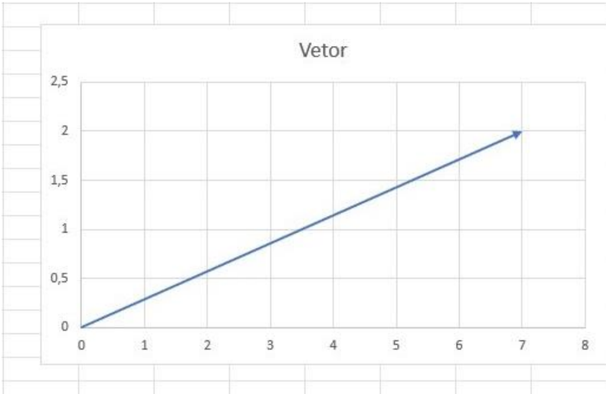


Figura 33: Representação de um vetor

3.1. Módulo de um vetor

Para representarmos o valor do módulo de um vetor na planilha, iremos primeiramente escolher uma célula, que no nosso exemplo a C1 escreveremos a palavra módulo e na C2 escreveremos a equação:

=RAIZ((A3-A2)^2+(B3-B2)^2).

Assim teremos o valor do módulo de um vetor, figura 34.

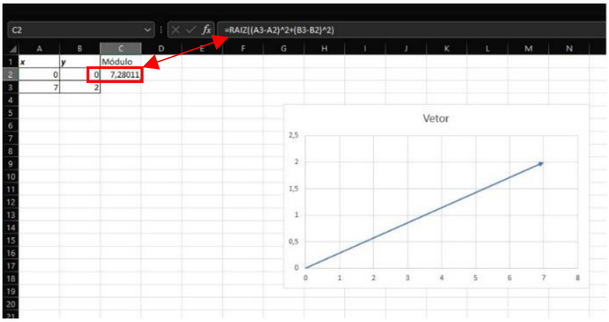
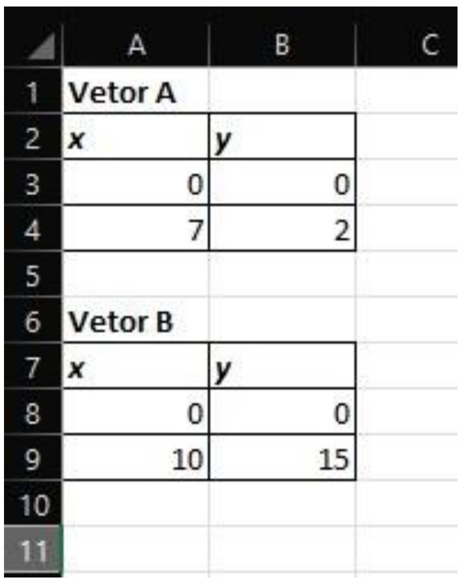


Figura 34: Representação do módulo de um vetor

3.2. Inserindo dois ou mais vetores

Para inserir mais de um vetor em um gráfico, iremos realizar o mesmo procedimento para um vetor. Vamos então inserir outro vetor na planilha escolhendo outros dois pontos e nomear como Vetor $\vec{A}$ e Vetor $\vec{B}$, utilizando a célula A1 e A6, figura 35.



	A	B	C
1	Vetor A		
2	x	y	
3	0	0	
4	7	2	
5			
6	Vetor B		
7	x	y	
8	0	0	
9	10	15	
10			
11			

Figura 35: Pontos para representação de dois vetores.

Para inserirmos o vetor $\vec{B}$ no mesmo gráfico basta seguir os procedimentos anteriores e teremos um gráfico com dois vetores, figura 36.

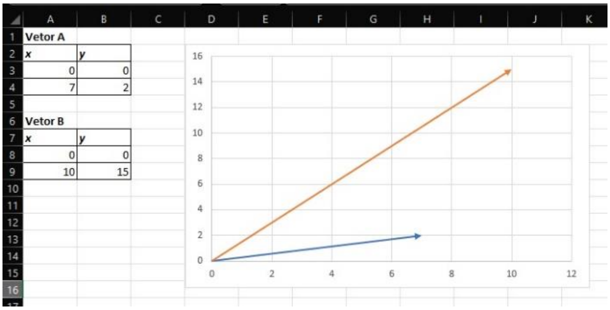


Figura 36: Representação de dois vetores

3.3. Resultante de dois vetores.

Para criarmos um vetor resultante vamos utilizar os mesmos procedimentos utilizados anteriormente para a criação de vetores. Primeiramente, vamos utilizar dois vetores, o Vetor A e o Vetor B e vamos utilizar para esses vetores os seguintes pontos: Vetor $\vec{A}$: $(x_1;y_1) = (0;0)$ e $(x_2; y_2) = (7;0)$ e para o Vetor $\vec{B}$: $(x_1;y_1) = (0;0)$ e $(x_2; y_2) = (0;15)$ estão representados na figura 37.

	A	B
1	Vetor A	
2	*x*	*y*
3	0	0
4	7	0
5		
6	Vetor B	
7	*x*	*y*
8	0	0
9	0	15
10		
11		

Figura 37: Pontos para representação de dois vetores.

Depois de escolhermos os pontos devemos criar um gráfico utilizando os procedimentos anteriores para cada ponto. Assim teremos os seguintes vetores mostrados na figura 38. Para melhor visualização dos vetores, fixamos os valores mínimos de cada eixo em -1.

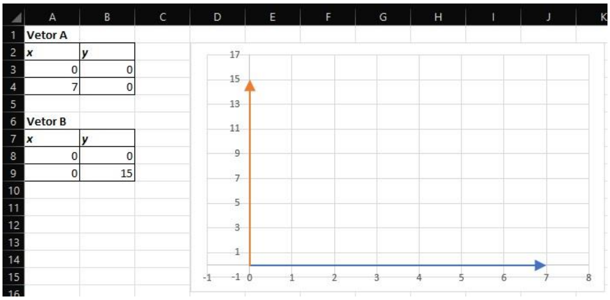


Figura 38: Representação de dois vetores projetados nos eixos x e y

Observe que os pontos escolhidos os vetores foram criados sobre os eixos cartesianos, para facilitar a construção vetor resultante dos dois vetores criados.

Agora, podemos criar no mesmo gráfico o vetor resultante dos vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$, que iremos denominar no nosso exemplo de $\vec{R}$. Para que o vetor $\vec{R}$ fique vinculado aos vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$, selecionar os pontos (x_1;y_1) e (x_2; y_2) das células dos vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$. Para montarmos os pontos do vetor $\vec{R}$ na planilha vamos fazer da seguinte forma: na célula A13 : = A3, na A14: = A4, na B13: = B3 e na B14: = B4, ficando o Vetor $\vec{R}$ da seguinte forma: (x_1;y_1)= (0;0) e (x_2; y_2) = (7;15) e com isso obtemos a resultante, conforme ilustra a figura 39.

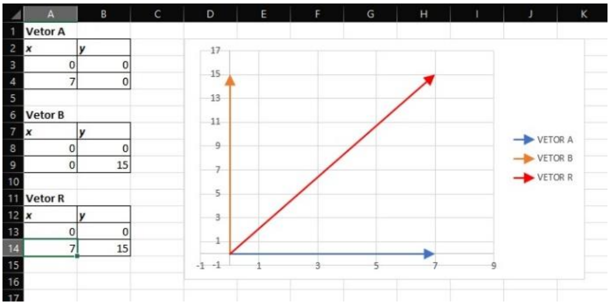


Figura 39: Representação do vetor resultante.

Agora que criamos vetores, podemos inserir um "botão de rotação" e uma "caixa de seleção" para que possamos modificar os valores das células e verificar que os vetores mostrados nas figuras anteriores, terão suas propriedades, módulo, sentido e direção atualizados instantaneamente com o clique nos botões.

Agora, professor, você pode criar suas próprias planilhas utilizando o botão de rotação e vetores.

Nos próximos capítulos veremos uma sequência didática para o estudo da cinemática utilizando essas ferramentas do Excel®

APÊNDICE B

ROTEIRO DE AULA – APLICAÇÃO PRODUTO EDUCACIONAL – PLANILHAS ELETRONICAS

ROTEIRO DE AULA – APLICAÇÃO PRODUTO EDUCACIONAL – PLANILHAS ELETRÔNICAS – INTRODUÇÃO AO ESTUDO DOS VETORES.

ALUNO: ____ data: _______

Objetivos:
- Identificar vetores em um sistema de coordenadas,
- Identificar e diferenciar módulo direção e sentido,
- Identificar a localização de um vetor,
- Identificar a localização de um vetor utilizando a notação de versor.
- Obter uma relação matemática para calcular o módulo de um vetor.

Onde fica o posto Ipiranga?

Vídeo comercial posto Ipiranga. *https://www.youtube.com/watch?v=zQtWqe-K5Is*

Determinação da localização - Vetor

Muitas vezes nos deparamos com pessoas pedindo informações da localização de um certo ponto de nossas cidades.

O estudo dos diferentes sistemas de localização tem como objetivo explicitar a notação e sua utilização na vida em sociedade. Para que a informação da localização seja precisa e de compreensão geral é utilizada uma linguagem matemática universal.

As cidades também possuem seus sistemas de localização. Muitos de seus pontos de referência são praças, igrejas, marcos históricos, pontos turísticos ou edifícios oficiais (prefeitura, escola...).

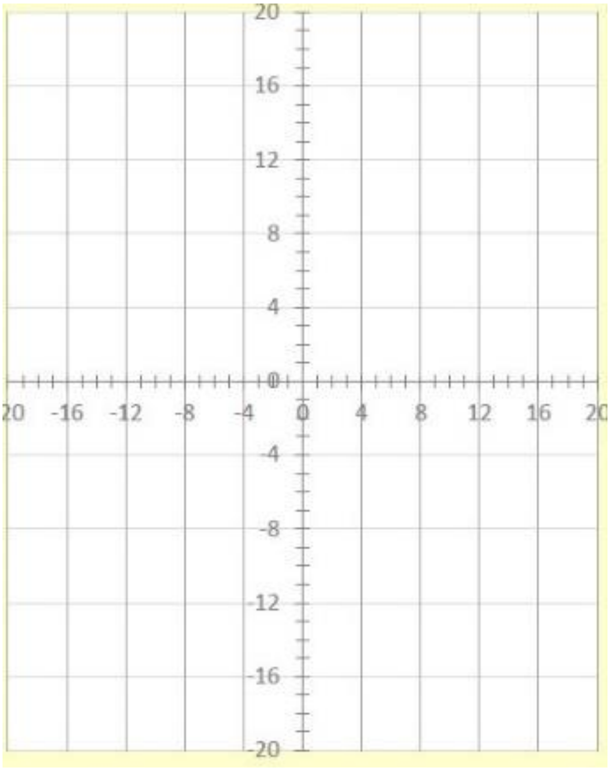
A localização de uma rua no mapa da cidade abaixo, leva em conta o número e a letra, em relação a dois eixos de referência:

Esse conjunto de dois eixos perpendiculares é denominado de coordenadas cartesianas planas. A descrição da posição depende da escolha dos referidos eixos e do tipo de graduação.

Com relação ao mapa acima qual a localização do ponto indicado pela seta? ____

Assim tomamos duas direções e sentidos como referência e podemos informas qualquer posição que está contido no mapa. A forma de descrever a posição neste sistema de referência consiste em informar quanto está distante o local em relação a cada um dos eixos.

O sistema de coordenadas cartesianas, normalmente é constituído por dois eixos numerados, que facilita a forma de representação, uma vez que a posição de qualquer local passa a ser descrita em função de um número de unidades em relação a cada um dos eixos.



Iremos identificar os eixos pelas letras i e j, que irão representar vetores unitários, com suas direções e sentidos de acordo com a orientação de cada eixo. Tal informação será descrita da seguinte forma: $\vec{\imath}$ e $\vec{\jmath}$, de acordo com a figura da pg. 193 do livro de Mecânica 1 do Greef, do material de apoio.

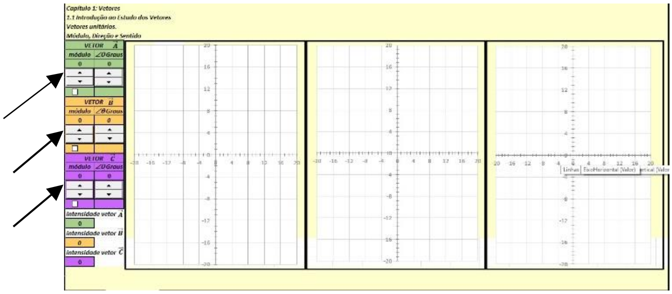
Portanto, a direção indicada no mapa será distante 3,8 unidades em relação ao eixo $\vec{\imath}$ e 5 unidades em relação ao eixo $\vec{\jmath}$.

Como poderemos escrever esta informação, da posição utilizando a linguagem matemática dos vetores unitários?

Esta é uma linguagem matemática, cujos símbolos constituem a chamada notação vetorial. Neste sentido passaremos a usar o termo vetor, para fazer a referência a posição do local, ou seja, o vetor posição.

A notação vetorial é expressão matemática mais simples e compactadas grandezas vetoriais, grandezas caracterizadas por modulo, direção e sentido. Conforme podemos verificar na figura da pg. 194 do livro de Mecânica 1 do Greef, do material de apoio.

Agora iremos utilizar a planilha Vetores, aba Introdução, para verificar, identificar e observar as representações de um vetor e um eixo de coordenadas cartesianas.



1. Através da ferramenta botão de rotação e caixa de seleção (indicados pelas setas) criar diversos vetores, observando suas características e alterações à medida que se alteram os dados das células. Anote os dados constantes das tabelas para cada vetor observado.

2. Utilizando os botões de rotação e a caixa de seleção dos vetores $\vec{A}$, $\vec{B}$ e $\vec{C}$, obter três vetores de diferentes. Anote os dados na tabela abaixo:

Vetor	Intensidade	Direção	Sentido
$\vec{A}$			
$\vec{B}$			
$\vec{C}$			

3. Utilizando os botões de rotação e a caixa de seleção dos vetores $\vec{A}$, $\vec{B}$ e $\vec{C}$, obter três vetores de mesmo módulo e diferentes direções e sentidos. Anote os resultados abaixo.

Vetor	Módulo	Direção	Sentido
$\vec{A}$			
$\vec{B}$			
$\vec{C}$			

4. Através dos botões de rotação e a caixa de seleção, obter os seguintes vetores:

Vetor	Módulo	Direção	Sentido
$\vec{A}$	**15**	**54º**	**Em relação a x**
$\vec{B}$	**8**	**216º**	**Em relação a x**
$\vec{C}$	**4**	**90º**	**Em relação a x**

Obter as coordenadas dos vetores utilizando os vetores unitários:

$\vec{A}$: ________________________________

$\vec{B}$: ________________________________

$\vec{C}$: ________________________________

5. Utilizando os botões rotação e a caixa de seleção (para inverter o sentido do vetor), complete a tabela abaixo para os seguintes vetores:

$\vec{A}$: $6i+7j$

$\vec{B}$: $-9i+13j$

$\vec{C}$: $-3i-17j$

Vetor	Módulo	Direção	Sentido
$\vec{A}$			
$\vec{B}$			
$\vec{C}$			

6. Utilizando os conhecimentos de trigonometria, e as observações realizadas nas questões 4 e 5 desta etapa, obter uma(s) relação(ões) matemática(s) que se possa calcular o módulo de um vetor.

7. Afinal onde fica o posto Ipiranga?

O mapa abaixo mostra a localização dos postos Ipiranga de nosso município. De acordo com o estudado anteriormente e tomando como origem nosso colégio, determine a posição em relação aos eixos dos postos em destaque no mapa. em seguida trace os vetores que representam a posição de cada posto.

ROTEIRO DE APLICAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL - INTRODUÇÃO A OPERAÇÃO COM VETORES – ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

1ª AULA:

Tema: Vetores – Soma e subtração de vetores; Vetor resultante

Aluno: data:

Objetivos:

- Citar exemplos de grandezas vetorias,
- Observar uma situação real e relacionar com os vetores.

Leiam e observem a foto, no trecho da reportagem abaixo, e em seguida responda as perguntas

G1 - Lista reúne carro puxado por dromedário e outras cenas curiosas ... http://g1.globo.com/planeta-23/02/2013 07h00 - Atualizado em 23/02/2013 07h00

A lista reúne carro puxado por dromedário e outras cenas curiosas. Na Inglaterra, uma elefanta ajudou a empurrar veículo quebrado. No Paquistão, uma dupla viajou no porta-malas enquanto puxava dromedário.

Em fevereiro de 2012, uma equipe de rali teve seu carro puxado por um dromedário durante uma competição no Marrocos depois que o veículo teve problemas perto de Merzouga. Abaixo, o G1 reúne essa e outras cenas curiosas envolvendo veículos.

Na aula anterior, verificamos e observamos que para definirmos um vetor precisamos de três informações que são: módulo, direção e sentido.

Em Física usamos a linguagem matemática vetor para representarmos uma grandeza física chamada de grandeza vetorial, ou seja, uma grandeza que possui tanto valor como direção e sentido. Em contraste, uma grandeza que pode ser descrita apenas por seu módulo, sem envolver orientação, é chamada de **grandeza escalar**. Massa, volume e temperatura são grandezas escalares.

Então observando a fotografia da reportagem acima, responda as seguintes questões:

1. Quais grandezas físicas (3 exemplos) podemos classificar como vetoriais?

2. Quantos vetores podemos observar, e o que podemos dizer dos seus módulos direções e sentido?

3. Represente, utilizando um desenho, a situação descrita na fotografia da reportagem utilizando vetores.

4. Supondo que o carro da fotografia se movimente, qual a direção e sentido que ele irá se deslocar? Podemos representar essa situação por um único vetor? Caso positivo qual a origem desse único vetor? Represente a situação com um desenho.

ROTEIRO DE APLICAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL - PLANILHAS ELETRONICAS – INTRODUÇÃO A OPERAÇÃO COM VETORES – ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

2ª AULA:
Tema: Vetores – Soma e subtração de vetores; Vetor resultante
Aluno:____ data:______

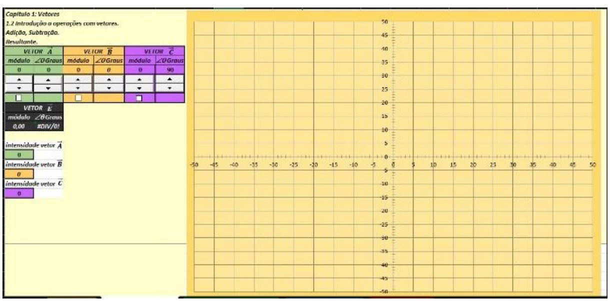
Objetivos:
- Realizar adição e subtração de vetores utilizando a planilha eletrônica,
- Realizar adição e subtração de vetores utilizando vetores unitários planilha eletrônica,
- Obter o vetor resultante de uma soma e subtração de vetores planilha eletrônica,
- Obter o vetor resultante de uma soma e subtração utilizando os vetores unitários planilha eletrônica.

Adição e subtração de vetores.

Na 1ª Aula, estudamos a diferença entre uma grandeza física escalar e uma grandeza vetorial. Cálculos com grandezas escalares envolvem as operações da aritmética comum, mas os cálculos com grandezas vetoriais são diferentes. Dado que as grandezas vetoriais exercem um papel essencial em todas as áreas da Física.

Agora, utilizando a planilha vetores, adição e subtração de vetores, iremos trabalhar alguns casos específicos de soma e subtração de vetores.

Na simulação temos os vetores $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$ e o vetor $\vec{E}$; o vetor soma dos outros três.



Adição e subtração -Vetores colineares:

1. Utilizando os botões de rotação e as caixas de seleção, determinar as somas dos vetores conforme as situações abaixo anotando os resultados do vetor $\vec{E}$.

Representar com um desenho, utilizando a escala 1cm na régua = 10 unidades no gráfico, o sentido dos vetores.

a) $\vec{E}=\vec{A}+\vec{B}$, onde:

$\vec{A}$: módulo = 14 - direção 0º - sentido____

$\vec{B}$: módulo = 20 - direção 0º - sentido____

$\vec{E}$: módulo =___- direção__ - sentido____

b) $\vec{E}=\vec{A}+\vec{B}$, onde:

$\vec{A}$: módulo = 14 - direção 0º - sentido____

$\vec{B}$: módulo = 20 - direção 180º - sentido____

$\vec{E}$: módulo =___- direção____ - sentido____

c. $\vec{E}=\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}$, onde:

$\vec{A}$: módulo = 27 - direção 270º - sentido____

$\vec{B}$: módulo = 35 - direção 90º - sentido____

$\vec{C}$: módulo = 9 - direção 90º - sentido____

$\vec{E}$: módulo =__ - direção____ - sentido____

2. Depois da realização das simulações acima, como poderiam ser definidos vetores colineares?

3. O que pode ser observado na simulação com a direção e sentido do vetor, quando tornamos a intensidade do vetor negativo?

4. Como podemos chamar o vetor $\vec{E}$ em relação aos vetores $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$?

Adição e subtração – Vetores perpendiculares entre si

5. Utilizando os botões de rotação e as caixas de seleção, determinar as somas dos vetores conforme as situações abaixo anotando os resultados do vetor $\vec{E}$.

Representar com um desenho, utilizando a escala 1cm na régua = 10 unidades no gráfico, o sentido dos vetores.

a) $\vec{E}=\vec{A}+\vec{B}$, onde:

$\vec{A}$: módulo = 21 - direção 0º - sentido____

$\vec{B}$: módulo = 46 - direção 90º - sentido____

$\vec{E}$: módulo = __ - direção ___- sentido____

b) $\vec{E}=\vec{A}+\vec{B}$, onde:

$\vec{A}$: módulo = 14 - direção 180º - sentido____

$\vec{B}$: módulo = 20 - direção 90º - sentido____

$\vec{E}$: módulo = __ - direção __ - sentido____

c) $\vec{E}=\vec{A}+\vec{C}$, onde:

$\vec{A}$: módulo = 39 - direção 0º - sentido____

$\vec{C}$: módulo = 15 - direção 270º - sentido____

$\vec{E}$: módulo =___- direção____ - sentido____

d) $\vec{E}=\vec{B}+\vec{C}$, onde:

$\vec{B}$: módulo = 27 - direção 180º - sentido____

$\vec{C}$: módulo = 35 - direção 270º - sentido____

$\vec{E}$: módulo = __ - direção____ - sentido____

6. Tomando como base o sistema de eixos cartesianos, como podemos chamar os vetores $\vec{A}$, $\vec{B}$ e $\vec{C}$em relação ao vetor $\vec{E}$?

7. Como podemos chamar o vetor $\vec{E}$ em relação aos vetores $\vec{A}$, $\vec{B}$ e $\vec{C}$?

8. Realize novamente a simulação da letra a da questão 5, monte um triângulo retângulo com os vetores $\vec{A}$, $\vec{B}$ e $\vec{E}$ e os ângulos descritos. Relacione os vetores com os elementos desse triangulo (catetos e hipotenusa). Calcule a hipotenusa desse triângulo e compare com os valores da simulação. Qual conclusão se pode tirar?

ROTEIRO DE APLICAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL - PLANILHAS ELETRÔNICAS – INTRODUÇÃO A OPERAÇÃO COM VETORES – ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO – MÉTODO DO POLÍGONO

Tema: Vetores – Adição e subtração de vetores utilizando o método dos polígonos.

Aluno: ____ data: ____

Objetivos:
- Realizar adição e subtração de vetores utilizando o método dos polígonos.
- Resolver situações problemas utilizando o método dos polígonos.

Vídeo: Hoje é dia de se orientar.

https://www.youtube.com/watch?v=cW7FvjaTgn4

1. Após assistir ao vídeo, pudemos verificar algumas relações com os vetores. Que aspectos relacionados aos vetores foram mencionados no vídeo?

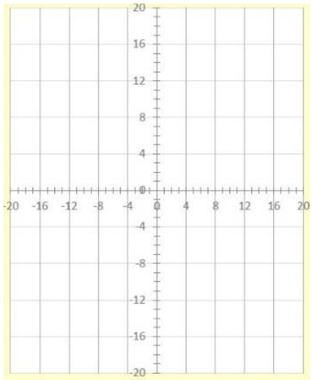
2. Você sabe o que é azimute? Pesquise utilizando a internet sobre azimute e descreva resumidamente abaixo.

No vídeo, os competidores utilizam um mapa e uma bússola para participar na competição. Utilizando o endereço https://www.cbo.org.br/homeo, podemos observar um exemplo de um mapa de competição de orientação.

3. No mapa de Orientação, podemos observar os pontos onde os competidores devem passar durante a competição. Como podemos chamar as linhas que unem esses pontos? __________________________.

Será que essas linhas possuem módulo direção e sentido? ________________.

4. Observamos no mapa que está em destaque o ponto cardeal Norte (N), a qual auxilia na orientação no mapa. Num plano cartesiano, podemos também destacar os 4 pontos cardeais (N,S,L,O). No plano cartesiano abaixo destaque esses pontos e descreva os ângulos que representam cada um desse pontos.



Utilizando o simulador.

Agora, utilizando a planilha vetores, método do polígono, iremos resolver alguns casos específicos de adição e subtração de vetores.

5. Com o auxílio dos botões de rotação realize a adição de vetores da situação descrita abaixo e complete o quadro abaixo com os dados do vetor resultante:

Vetor	***Módulo***	***Ângulo***	***Pontos Cardeais***
$\vec{A}$	*21*	*30º*	*Leste para Norte*
$\vec{B}$	*43*	*22º*	*Leste para Norte*
$\vec{C}$	*10*	*50º*	*Leste para Norte*
$\vec{D}$	*60*	*90º*	*Norte*
$\vec{R}$			

Uma das formas de se representar uma adição de dois ou mais vetores, é dispormos da seguinte forma **no final do primeiro vetor colocar o início do segundo vetor, e daí por diante para os outros vetores.** A resultante é o vetor que irá ligar o início do primeiro vetor com o final do último vetor, formando dessa forma um polígono.

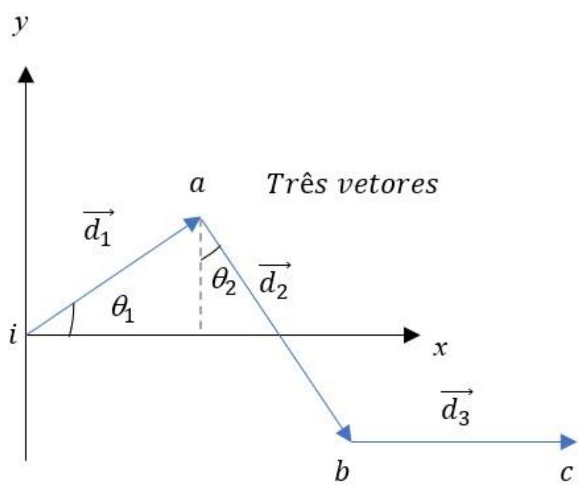
Vamos agora utilizar o simulador Método dos polígonos para resolver algumas situações problemas:

6. Você caminha 3 km para leste e, em seguida 4km para o norte. Qual o seu deslocamento resultante (módulo e ângulo)? Utilize no simulador para cada 1Km = 10 unidades.

7. Um avião voa 20,0 Km numa direção 60º norte do leste (nordeste), em seguida 30,0Km para leste e, então, 10,0 km para o norte. A que distância do ponto de partida e em que direção se encontra o avião?

8. Você está trabalhando como guia em um hotel tropical. Foi dado a você um mapa, e lhe foi solicitado que seguisse as direções ali indicadas e enterrasse o “tesouro” em uma localização específica. Você não quer perder tempo caminhando em torno da ilha, porque deseja terminar cedo seu trabalho e ainda ir a praia. os trajetos a serem seguidos, pelo mapa, são: caminhar 3km no sentido oeste e, em seguida, 4km a 60º a nordeste. Em que posição você estará ao final da caminhada e qual a distância que você deverá caminhar de forma a terminar rapidamente o seu trabalho? 1km = 10 unidades

9. O labirinto de sebes (cerca viva) é um labirinto formado por sebes bem altas. Depois de entrar no labirinto, você deve encontrar o ponto central e em seguida, descobrir a saída. A figura abaixo mostra o percurso correspondente aos três deslocamentos necessários para escapar do labirinto:



onde:

$d1 = 6{,}00m$ - $\theta_1 = 40^o$

$d2 = 8{,}00m$ - $\theta_2 = 30^o$ (na planilha utilizar 360^0 - θ_2)

d3 = 5,00m - $\theta_3 = 0^o$

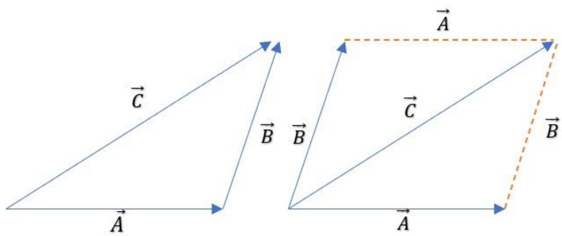
em que o último deslocamento é paralelo ao eixo x. Qual é o módulo e qual o ângulo do deslocamento total $\vec{d}tot$ em relação ao ponto i quando você chega ao ponto c?

1m = 10 unidades na planilha.

Depois de realizado as simulações e verificado as particularidades do método dos polígonos, vamos voltar ao mapa de uma competição de orientação, para a determinação do deslocamento resultante.

ROTEIRO DE APLICAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL – INTRODUÇÃO A OPERAÇÃO COM VETORES – ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO – MÉTODO DO PARALELOGRAMO

Tema: Vetores – Adição e subtração de vetores utilizando o método dos polígonos.
Alunos: ____ data: _____________
Objetivos:
-Realizar adição e subtração de vetores utilizando o método do paralelogramo.
-Resolver situações problemas utilizando planilhas eletrônicas - método do paralelogramo.
Observe a figura abaixo:



$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ | $\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A} = \vec{C}$

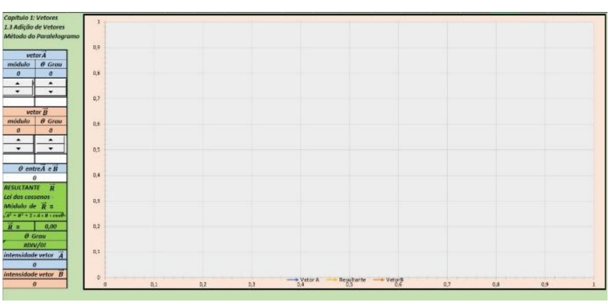
Método geométrico de soma de vetores | Método paralelogramo de soma de vetores

O **método do paralelogramo** é uma forma equivalente de somar vetores, movendo o vetor $\vec{B}$ de forma que sua origem coincida com a origem do vetor $\vec{A}$. A diagonal do paralelogramo formado por $\vec{A}$ *e* $\vec{B}$ será, assim, igual ao vetor $\vec{C}$.

Agora realize uma pesquisa, utilizando a internet, sobre a lei cossenos, anotando nas linhas abaixo suas características.

Utilizando o simulador.

Agora, utilizando a planilha vetores, método do paralelogramo, iremos resolver alguns casos específicos desta forma de adição e subtração de vetores.



Com o auxílio dos botões de rotação realize a adição de vetores da situação descrita abaixo e complete o quadro abaixo com os dados do vetor resultante:

Para realizar o simulador, os ângulos dos vetores $\vec{A}\ e\ \vec{B}$, deverão ser diferentes de zero.

1.

<table>
<tr><td>Vetor</td><td>Módulo</td><td>Ângulo entre $\vec{\boldsymbol{A}}$ e $\vec{\boldsymbol{B}}$</td></tr>
<tr><td>$\vec{\boldsymbol{A}}$</td><td>21</td><td rowspan="2">30º</td></tr>
<tr><td>$\vec{\boldsymbol{B}}$</td><td>43</td></tr>
<tr><td></td><td>Módulo</td><td>Direção e Sentido</td></tr>
<tr><td>$\vec{\boldsymbol{R}}$</td><td></td><td></td></tr>
</table>

2.

<table>
<tr><td>Vetor</td><td>Módulo</td><td>Ângulo entre $\vec{\boldsymbol{A}}$ e $\vec{\boldsymbol{B}}$</td></tr>
<tr><td>$\vec{\boldsymbol{A}}$</td><td>39</td><td rowspan="2">56º</td></tr>
<tr><td>$\vec{\boldsymbol{B}}$</td><td>16</td></tr>
<tr><td></td><td>Módulo</td><td>Direção e Sentido</td></tr>
<tr><td>$\vec{\boldsymbol{R}}$</td><td></td><td></td></tr>
</table>

3.

<table>
<tr><td>Vetor</td><td>Módulo</td><td>Ângulo entre $\vec{\boldsymbol{A}}$ e $\vec{\boldsymbol{B}}$</td></tr>
<tr><td>$\vec{\boldsymbol{A}}$</td><td>14</td><td rowspan="2">17º</td></tr>
<tr><td>$\vec{\boldsymbol{B}}$</td><td>29</td></tr>
<tr><td></td><td>Módulo</td><td>Direção e Sentido</td></tr>
<tr><td>$\vec{\boldsymbol{R}}$</td><td></td><td></td></tr>
</table>

4. Se invertermos o sentido do vetor $\vec{A}$ $(-\vec{A})$ na simulação da questão 3, o que acontecerá com o ângulo entre $\vec{A}$ e $\vec{B}$? Qual o seu novo valor?

Vamos agora utilizar o simulador Método do paralelogramo para resolver algumas situações problemas:

5. Qual o módulo, direção e sentido da resultante da adição do vetor $\vec{A}$ de 30 unidades com um vetor $\vec{B}$ com 40 unidades, os quais formam entre si um ângulo de 60^0.

6. Dois vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ de módulos 12 e 10 unidades respectivamente, formam entre si um ângulo de 49º. Qual o módulo, direção e sentido da resultante da soma dos vetores $\vec{A}$ e -$\vec{B}$.

7. Os vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ fazem entre si um ângulo de 126º. Seus módulos são respectivamente 17 e 35 unidades. Determine a resultante da soma desses dois vetores.

8. Um vetor $\vec{A}$ de 21 unidades de comprimento faz um ângulo de 33º com um vetor $\vec{B}$ de 15 unidades de comprimento. Achar o módulo do vetor $\vec{A} + \vec{B}$ e o ângulo que ele faz com o vetor $\vec{A}$.

9. Agora utilizando a lei dos cossenos, apresentado acima, realize o cálculo da resultante da questão 1.

ROTEIRO DE APLICAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL – PLANILHAS ELETRÔNICAS - INTRODUÇÃO A OPERAÇÃO COM VETORES – ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO – COMPONENTES VETORIAIS

Tema: Vetores – Adição e subtração de vetores utilizando o método das componentes vetoriais.

Alunos: ____ data: ____________

Objetivos:

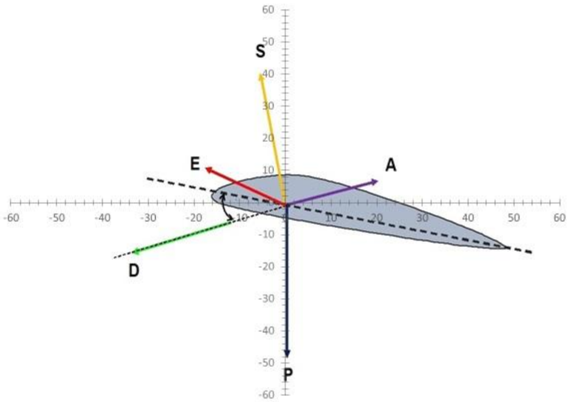
- Realizar adição e subtração de vetores utilizando o método das componentes.
- Resolver situações problemas utilizando a planilha eletrônica - método das componentes vetoriais

Vídeo:

Globo Ciência - Por que o avião, que pesa toneladas, pode voar?

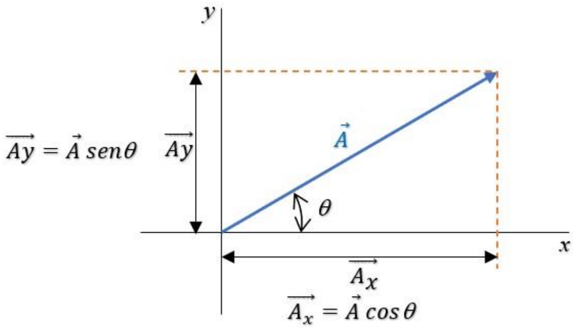
vídeo: https://www.youtube.com/watch?v=WI-_I1cZbqQ

Observe a figura abaixo:



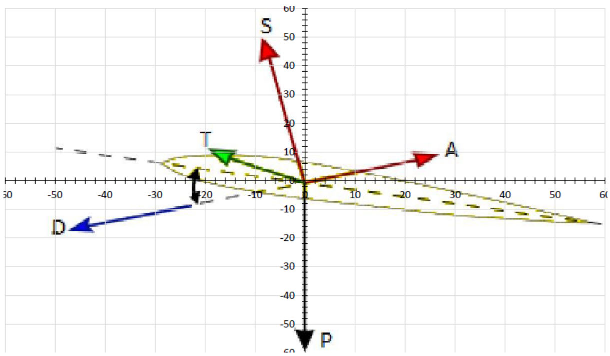
Na figura acima podemos observar os vários vetores que representam as forças que atuam nas asas de um avião. cada um desses vetores, se representados em um eixo de coordenadas cartesianas xy, possuem uma componente vetorial em cada eixo, conforme já estudamos na aula anterior.

A adição e subtração de vetores são muito facilitadas com o uso das **componentes vetoriais.** Qualquer vetor no plano xy pode ser representado com uma soma deum vetor paralelo ao eixo x e um vetor paralelo ao eixo y, conforme a figura abaixo.



Os vetores $\overrightarrow{\boldsymbol{Ax}}$ e $\overrightarrow{\boldsymbol{Ay}}$ são denominados componentes retangulares do vetor $\overrightarrow{\boldsymbol{A}}$ nas direções dos eixos x e y.

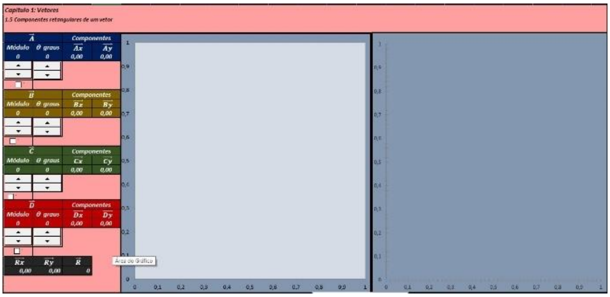
Tomando como base a definição e o exemplo da figura acima, desenhe as componentes vetoriais dos vetores em destaque no gráfico abaixo. Determine também o módulo de cada componente utilizando as unidades de cada eixo. Para essa atividade deverá ser utilizada uma régua.



Utilizando o simulador.

Agora, utilizando a planilha vetores, aba Método das componentes, iremos resolver alguns casos específicos desta forma de adição e subtração de vetores.

Nessa simulação possuem dois gráficos, o primeira mostra as componentes dos vetores $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$ e $\vec{D}$ e o segundo as Resultantes $\overrightarrow{Rx}$, $\overrightarrow{Ry}$ e $\vec{R}$.



1. Com o auxílio dos botões de rotação realize a adição e subtração de vetores da situação descrita abaixo e complete o quadro abaixo com os dados das componentes dos vetores $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$ e $\vec{D}$ e do vetor resultantes $\overrightarrow{Rx}$, $\overrightarrow{Ry}$ e $\vec{R}$

$\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$ - $\vec{D}$

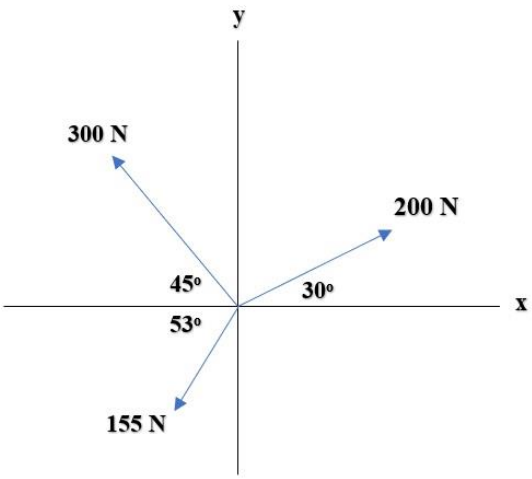
Vetor	**Módulo**	**Ângulo**
$\vec{A}$	*56*	*65º*
$\vec{B}$	*67*	*99º*
$\vec{C}$	*35*	*32º*
$\vec{D}$	*29*	*195º*
	Módulo	
$\overrightarrow{Ax}$		
$\overrightarrow{Ay}$		
$\overrightarrow{Bx}$		
$\overrightarrow{By}$		
$\overrightarrow{Cx}$		
$\overrightarrow{Cy}$		
$\overrightarrow{Dx}$		
$\overrightarrow{Dy}$		
$\overrightarrow{Rx}$		
$\overrightarrow{Ry}$		
$\vec{R}$		

2. Observando a simulação acima, o que podemos concluir das Resultantes $\overrightarrow{Rx}\ e\ \overrightarrow{Ry}$? Monte a expressão matemática que representa essas componentes.

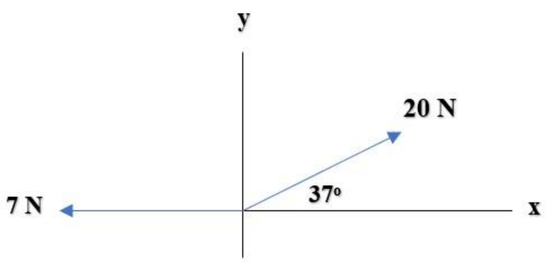
3. Observando o resultado da simulação, o que podemos dizer da resultante $\vec{R}$? Como podemos calculá-la matematicamente?

Vamos agora utilizar a planilha eletrônica método das componentes para resolver algumas situações problemas:

4. Obter a intensidade e a direção das componentes e das resultantes das três forças representas na figura abaixo:

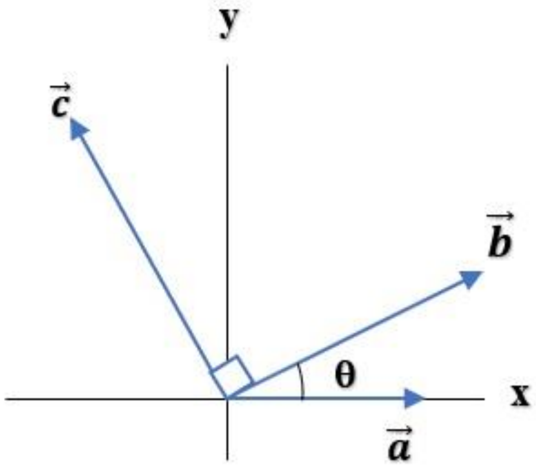


5. Obter o vetor soma $\vec{A}+\vec{B}$ e o vetor diferença $\vec{A}$ - $\vec{B}$, dos vetores representados na figura abaixo:



6. Um pequeno avião decola de um aeroporto em um dia nublado e é avistado mais tarde a 215 km de distância, em um curso que faz um ângulo de 22º a leste do norte. A que distância a leste e ao norte do aeroporto está o avião quando é avistado?

7. Os três vetores da figura têm módulos $\vec{a}$= 3,00 m, $\vec{b}$ = 4,00 m e $\vec{c}$ = 10,0 m; θ = 30,0º.



Sendo 1m igual a 10 unidades no simulador, determine:

(a) a componente *x* e a componente *y* de $\vec{a}$;
(b) a componente *x* e a componente *y* de $\vec{b}$;
(c) a componente x e a componente *y* de $\vec{c}$;
(d) a resultante do sistema.

8. Depois de realizarmos as simulações utilizando as componentes vetoriais para determinar a adição e subtração de vetores, vamos voltar aos vetores das forças que atuam na asa de um avião, para calcularmos utilizando agora as relações matemáticas a resultante de todas essas forças.

ROTEIRO DE APLICAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL –LANÇAMENTO DE PROJÉTEIS

Tema: Vetores – Lançamento de projéteis
Aluno(a): ____ data: __

Objetivos:
- Conhecer as principais características dos Lançamento de projéteis.

Iniciando a atividade, iremos assistir aos vídeos dos links abaixo sobre os lançamentos de projéteis:
- Vídeo - Lançamentos:
https://www.youtube.com/watch?v=PhFMecIogl4
https://www.youtube.com/watch?v=l3I1AZYPszM&list=PLUzk4mleqG7RB9W-NE2zFsIB8E50BGHqo&index=26
- Vídeo - Tempo de Queda:
https://www.youtube.com/watch?v=PHHt2UwqwKM
- Vídeo - Lançamento de foguetes de garrafas PET:
https://www.youtube.com/watch?v=e-wHm_v7i2A
https://www.youtube.com/watch?v=7h2mHQMKaIk

Após assistirmos aos vídeos, e de acordo com o conhecimento que cada um tem sobre o assunto, vamos responder algumas perguntas relacionadas aos lançamentos de projéteis.

1. A queda dos corpos pode ser entendida como uma atração?

2. Qual é o fator que provoca as quedas dos corpos?

3. Observando o vídeo 1 por que ocorreu a diferenciação ? no lançamento do projétil?

4. Ao observar o vídeo 2 por que as bolinhas caíram ao mesmo tempo?

5. Ao observar os 2 vídeos podemos dizer que o movimento de um projétil é composto de 2 movimentos? Quais são esses movimentos?

6. No vídeo 2 Se você fosse utilizar os conhecimentos adquiridos sobre os vetores, como você representaria esse movimento utilizando os vetores?

Aula expositiva sobre do assunto.

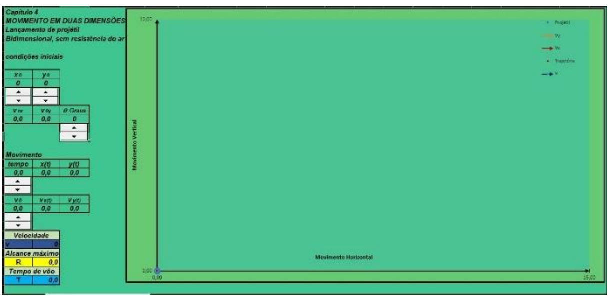
ROTEIRO DE APLICAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL – PLANILHAS ELETRÔNICAS - LANÇAMENTO DE PROJÉTEIS

Tema: Vetores – lançamento de projéteis
Aluno: ____ data:________

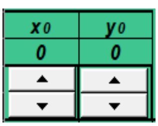
Objetivos:
- Realizar simulações utilizando a planilha eletrônica lançamento de projéteis.

Depois de assistirmos aos vídeos e da explicação realizada pelo professor sobre o assunto, vamos realizar algumas atividades sobre o lançamento de projéteis utilizando a planilha eletrônica lançamento de projéteis.

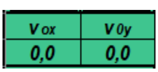
Apreendendo a utilizar a planilha lançamento de projéteis.



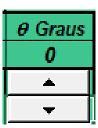
A esquerda estão a tela dos comandos e dados da simulação as quais vamos definir abaixo:



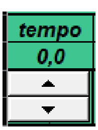
x_0 *e* y_0 são as posições iniciais de lançamento, inicialmente estão na posição 0,0; mas podem ser alteradas pelos botões de rotação.



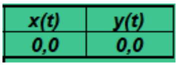
Componente horizontal e vertical da velocidade



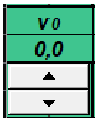
Ângulo de lançamento em graus, pode ser modificado pelo botão de rotação



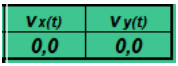
tempo de duração do lançamento, modificado pelo botão



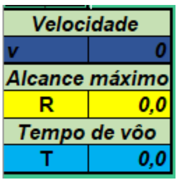
Indicador da posição horizontal após lançamento, distância alcançada, x(t) e da posição vertical após o lançamento, altura, y(t)



Velocidade inicial de lançamento v_o , modificado pelo botão de rotação



Componentes horizontal v(x) e vertical v(y) da velocidade, após o lançamento.



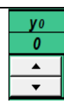
Indicadores do alcance máximo (R), tempo de voo (T) e da velocidade do projétil

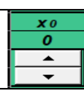
Utilizando o simulador planilha eletrônica – lançamento de projétil.

Agora, que já sabemos as funções do simulador planilha eletrônica – lançamento de projétil, vamos simular e analisar alguns lançamentos de projéteis e responder algumas questões sobre os movimentos de projéteis. Ressaltando que nossa simulação não considera os efeitos da resistência do ar.

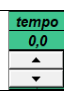
Vamos agora simular os lançamentos de queda livre e horizontal de um projétil, utilizando a planilha eletrônica lançamento de projétil. Para isso siga as orientações abaixo:

Para o lançamento de queda livre, siga as seguintes instruções:

a) Utilizando a ferramenta botão de rotação da célula:		posicione o projétil até uma altura de 50m.

b) Utilizando o botão de rotação da célula:		posicione o projétil a 1 m da origem.

c) Mantenha a célula do ângulo em 0º.

d) Utilizando a ferramenta botão de rotação da célula:		, deixar a altura, y(t) seja 0 ou muito próxima de 0.

Anote no espaço ao lado o valor, em segundos, do tempo de queda do projétil________

Para o Lançamento horizontal, siga as seguintes instruções:

e) Posicione novamente o projetil em 50m, de mesma forma utilizada no item a e zere a célula do tempo através do botão de rotação.

f) Utilizando o botão de rotação da célula		, retorne aposição x_0 para 0m.

g) Utilizando a ferramenta botão de rotação da célula:		, coloque a velocidade inicial em 15m/s.

h) Repita a operação da letra *d* e anote o tempo de queda. _______.

i) Repita as operações *e f* para uma velocidade inicial de 42 m/s.

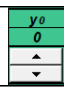
j) Repita a operação da letra *d* e anote o tempo de queda. _______.

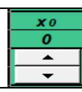
De acordo com a simulação realizada e os dados obtidos, podemos concluir:

1. Em qual dos lançamentos o projétil chegou primeiro ao solo?

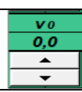
2. A que se deve este fato?

Utilizando o Simulador a planilha eletrônica lançamento de projétil, complete a tabela abaixo com os dados do simulador. Para isso os alunos deverão observar as seguintes orientações:

a) Deixar a célula		, na posição 0m.

b) Deixar a célula		, na posição 0m.

c) Utilizando o botão de rotação da célula		, deixar a altura y(t) for igual a 0 ou muito próximo de zero.

d) Adote a velocidade inicial de 40m/s utilizando o botão de rotação da célula	

e) Utilizando os botões de rotação da célula:		, zerar o valor do tempo, antes de cada lançamento

f) Observar com atenção todo o movimento, realizando as anotações necessárias.

g) completar os dados da tabela.

Ângulos de Lançamento	*Velocidade de lançamento v_o m/s*	*Alcance máximo (m)*	*Altura máxima (m)*	*Tempo de voo (s)*	*Velocidades m/s*		
					V(x)	*V(y)*	*V*
15º	***40***						
30º	***40***						
45º	***40***						
60º	***40***						
75º	***40***						

De acordo com os dados obtidos dos lançamentos na tabela acima, podemos concluir:

3. Qual o lançamento atingiu a maior altura?

4. Qual lançamento atingiu o maior alcance?

5. Qual lançamento teve maior duração de voo?

6. Com relação aos vetores velocidade, o que acontecem com eles durante o movimento?

7. Por que o componente vertical vy da velocidade de um projétil varia com o tempo, enquanto o correspondente componente horizontal vx não varia?

SÉRIE
PRODUTOS EDUCACIONAIS EM ENSINO DE FÍSICA

VOLUME 1 – ***Automatização de Experimentos de Física Moderna com o Kit Lego NXT Mindstorms***
Wanderley Marcílio Veronez, Gelson Biscaia de Souza, Luiz Américo Alves Pereira

VOLUME 2 – ***O Arduino na Programação de Experiências em Termodinâmica e em Física Moderna***
Marilene Probst Novacoski, Luiz Américo Alves Pereira, Gelson Biscaia de Souza

VOLUME 3 – ***Do Magnetismo à Lei da Indução Eletromagnética de Faraday***
Marlon Labas, Fábio Augusto Meira Cássaro

VOLUME 4 – ***Estudando Astronomia, Aprendendo Física: Atividades Práticas de Observação do Sol***
Ana Caroline Pscheidt, Marcelo Emílio

VOLUME 5 – ***Simulador Didático de Acomodação do Olho Humano***
Gustavo Trierveiler Anselmo, Júlio Flemming Neto, Antônio Sérgio Magalhães de Castro

VOLUME 6 – ***Ensino dos Conceitos de Movimento e Inércia na Mecânica, a partir de uma Concepção de Ciência que não Utiliza a Lógica Binária***
Luiz Alberto Clabonde, Luiz Antônio Bastos Bernardes, Jeremias Borges da Silva

VOLUME 7 – ***Uma Proposta de Utilização de Mídias Sociais no Ensino de Física com Ênfase à Dinâmica de Newton***
Heterson Luiz De Lara, Alexandre Camilo Junior, Jeremias Borges da Silva

VOLUME 8 – ***O Eletromagnetismo e a Física Moderna através de Atividades Experimentais***
Ademir Krepki Henisch, Jeremias Borges da Silva

VOLUME 9 – ***Física Nuclear e Sociedade***
Tomo I – ***Caderno do Professor***
Tomo II – ***Caderno do Aluno***
Josicarlos Peron, André Vitor Chaves de Andrade

VOLUME 10 – ***Conceituação e Simulação na Dinâmica do Movimento***
Tomo I – ***Caderno do Professor***
Tomo II – ***Caderno do Aluno***
Leandro Antonio dos Santos, Antônio Sérgio Magalhães de Castro

VOLUME 11 – ***Montagem de um Painel Didático e Atividades Experimentais em Circuitos de Corrente Contínua***
Renato Dalzotto, Sérgio da Costa Saab, André Maurício Brinatti

VOLUME 12 – ***Nas Cordas dos Instrumentos Musicais***
Luís Alexandre Rauch, André Maurício Brinatti, Luiz Fernando Pires

VOLUME 13 – ***O Fóton em Foco: Relações entre Cor, Frequência e Energia de Radiações Eletromagnéticas***
Romeu Nunes de Freitas, André Maurício Brinatti, Jeremias Borges da Silva

VOLUME 14 –
Tomo I -***Iniciação em Robótica e Programação com Algumas Aplicações em Física***
Tomo II – ***Tutorial: Tela Interativa com Controle do Nintendo Wii***
Hernani Batista da Cruz, Luiz Antônio Bastos Bernardes, Silvio Luiz Rutz da Silva

VOLUME 15 – ***O Uso do Software Tracker no Ensino de Física dos Movimentos***
Edenilson Orkiel, Silvio Luiz Rutz da Silva

VOLUME 16 – ***Acústica: Uma Nova Melodia de Ensino***
Elano Gustavo Rein, Luiz Antônio Bastos Bernardes

VOLUME 17 – ***Caderno de Orientação a Educadores para a Transformação da Horta como Eixo Norteador de Ensino e Aprendizagem***
Roberto Pereira Strapazzon Bastos, Silvio Luiz Rutz da Silva

VOLUME 18 – ***Proposta de Unidades de Ensino Potencialmente Significativas para o Ensino de MRU e MRUV Utilizando Experimentos Visuais***
Gustavo Miguel Bittencourt Morski, André Vitor Chaves de Andrade

VOLUME 19 – ***Cor à Luz da Física Moderna e Contemporânea***
Marcos Damian Simão, André Maurício Brinatti

VOLUME 20 – ***Aplicação do Experimento de Hertz Atualizado no Ensino de Ondas Eletromagnéticas***
Luis Carlos Menezes Almeida Júnior, Luiz Américo Alves Pereira

VOLUME 21 – ***Uma Proposta de Aplicação do Ensino de Termodinâmica no Ensino Fundamental I***
Cláudio Cordeiro Messias, Paulo César Facin

VOLUME 22 – ***Uma Proposta de Ensino dos Conceitos Fundamentais da Mecânica Quântica no Ensino Médio: Espectroscopia com Lâmpadas***
Evandro Luiz De Queiroz, Antônio Sérgio Magalhães de Castro, Jeremias Borges da Silva

VOLUME 23 – ***Produção de um Aparato Experimental para Medição de Campo Magnético Usando Arduino***
Ivonei Almeida, Luiz Américo Alves Pereira

VOLUME 24 – ***Um Pouco Sobre a Natureza das Coisas***
Robson Lima Oliveira, André Maurício Brinatti

VOLUME 25 – ***Equilibrium: Uma Abordagem Experimental e Contextualizada do Conceito de Equilíbrio dos Corpos***
Osni Daniel De Almeida, André Vitor Chaves de Andrade

VOLUME 26 – ***Como Medir a Temperatura do Sol? Inserindo Conceitos de Física Moderna no Ensino Médio***
Vilson Finta, Jeremias Borges da Silva

VOLUME 27 – ***Elaboração de um Produto Educacional para a Materialização de Conceitos no Aprendizado de Óptica Geométrica Aplicada às Anomalias da Visão***
Danilo Flügel Lucas, Gérson Kniphoff da Cruz

VOLUME 28 – ***Entendendo as Fases da Lua a Partir de um Material Instrucional Baseado no Método de Orientação Indireta***
Pâmela Sofia Krzsynski, Gérson Kniphoff da Cruz

VOLUME 29 – ***"PEPPER'S GHOST": Como Ensinar/Aprender Conceitos de Física Através de uma Simples Ilusão de Óptica***
Tomo I - ***Caderno do Professor***
Tomo II - ***Caderno do Aluno***
Gilvan Chaves Filho, Luiz Antônio Bastos Bernardes

VOLUME 30 – ***O Movimento: do Clássico ao Relativístico***
Josué Duda, André Maurício Brinatti

VOLUME 31 – ***Uma Sequência Didática Abordando a Eficiência Energética: Economizando Energia na Cozinha.***
Tomo I - ***Caderno de Ensino***
Tomo II - ***Caderno de Aprendizagem***
Rosivete Dos Santos Romaniuk, Julio Flemming Neto

VOLUME 32 – ***Armazenamento e Produção de Energia Elétrica: Uma Abordagem para seu Estudo no Ensino Médio***
Jairo Rodrigo Corrêa, Silvio Luiz Rutz da Silva, André Vitor Chaves de Andrade

VOLUME 33 – ***Palestras de Astronomia para a Educação Básica***
Sergio Freitas, Silvio Luiz Rutz da Silva

VOLUME 34 – ***Experimentos em Eletromagnetismo***
Lorena de Lima Auer, Gelson Biscaia de Souza, André Vitor Chaves de Andrade

VOLUME 35 –***Ensino de Termologia com a Utilização de Metodologias Ativas e Programação Neurolinguística***
Michel De Angelis Nunes, Silvio Luiz Rutz Da Silva

Mestrado Nacional Profissional em Ensio de Física

Universidade Estadual de Ponta Grossa

ensino de física

SÉRIE
Produtos Educacionais em Ensino de Física

UEPG - PROPESP