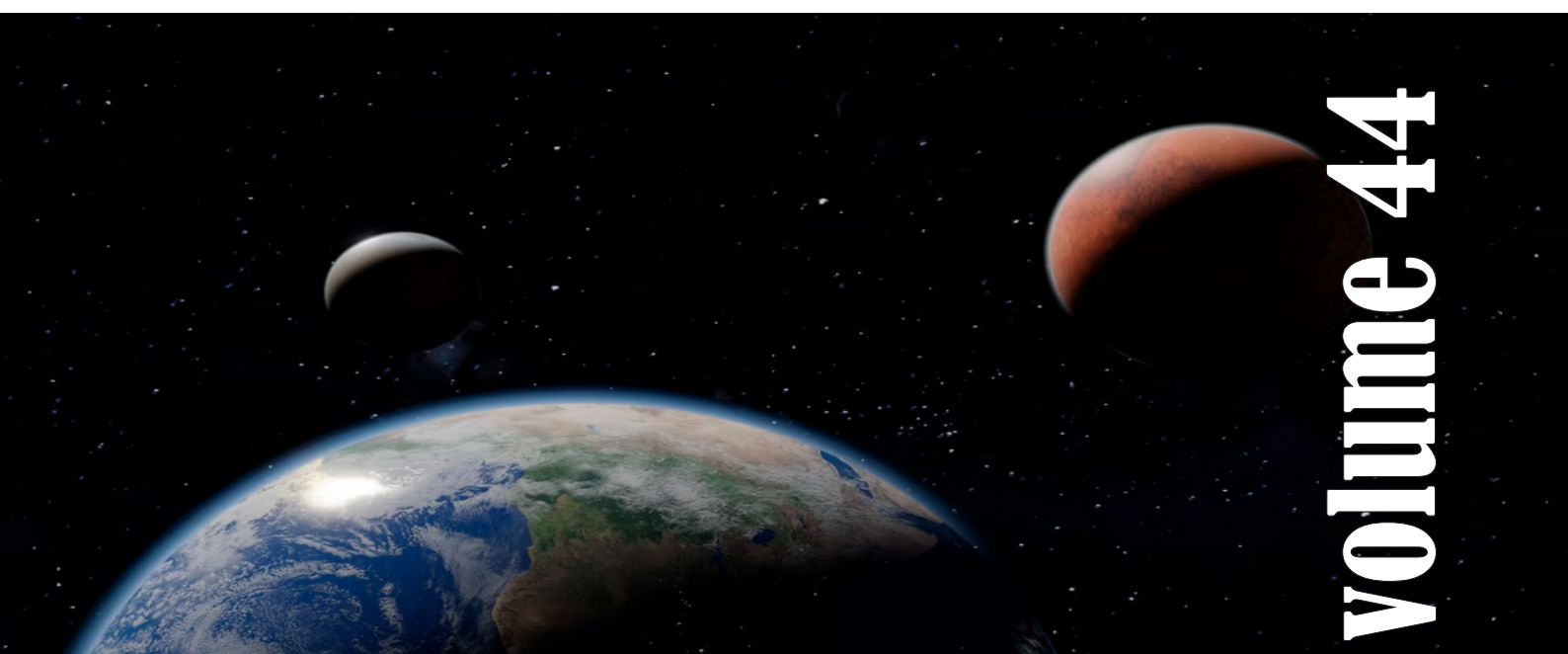


**Emerson Pereira Braz
André Vitor Chaves de Andrade
André Maurício Brinatti**



**Contribuições de uma Sequência de
Atividades no Processo de Ensino e
Aprendizagem de Tópicos de Gravitação
Universal na Educação Básica**

SÉRIE
Produtos Educacionais em Ensino de Física

SÉRIE:
PRODUTOS EDUCACIONAIS EM ENSINO DE FÍSICA

Volume 44

EMERSON PEREIRA BRAZ
ANDRÉ VITOR CHAVES DE ANDRADE
ANDRÉ MAURÍCIO BRINATTI

Contribuições de uma
Sequência de Atividades no
Processo de Ensino e
Aprendizagem de Tópicos de
Gravitação Universal na
Educação Básica

Silvio Luiz Rutz da Silva
André Maurício Brinatti
André Vitor Chaves de Andrade
Antônio Sérgio Magalhães de Castro
Jeremias Borges da Silva

(ORGANIZADORES)

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA

Prof. Dr. Miguel Sanches Neto

REITOR

Prof. Dr. Ivo Mottin Demiate

VICE-REITOR

Prof. Dr. Renê Francisco Hellman

PRÓ-REITOR DE PESQUISA E PÓSGRADUAÇÃO

PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE FÍSICA

MNPEF - POLO 35 – UEPG

MESTRADO NACIONAL PROFISSIONAL EM ENSINO DE FÍSICA

Colegiado

Prof. Dr. Paulo César Facin (Coordenador)

Prof. Dr. Jeremias Borges da Silva (*Vice-Coordenador*)

Prof. Dr. André Vitor Chaves de Andrade (*Titular*)

Prof. Dr. Antônio Sérgio Magalhães de Castro (*Titular*)

Prof. Dr. Lucas Stori de Lara (*Titular*)

Prof. Dr. Luiz Antônio Bastos Bernardes (*Suplente*)

Prof. Dr. Julio Flemming Neto (*Suplente*)

SÉRIE:

PRODUTOS EDUCACIONAIS EM ENSINO DE FÍSICA

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
AV. CARLOS CAVALCANTI, 4748
CEP 84030-900 – PONTA GROSSA – PARANÁ
ppgef.sites.uepg.br

CONSELHO EDITORIAL

SÉRIE:

PRODUTOS EDUCACIONAIS EM ENSINO DE FÍSICA

Prof. Dr. Ademar de Oliveira Ferreira (IFPR)
Prof. Dr. André Assmann (UNIOESTE)
Prof. Dr. André Maurício Brinatti (UEPG)
Prof. Dr. André Vitor Chaves de Andrade (UEPG)
Prof. Dr. Antonio Sérgio Magalhães de Castro (UEPG)
Prof. Dr. Celso Araújo Duarte (UFPR)
Prof. Dr. Danilo Augusto Ferreira de Jesuz (IFPR)
Prof. Dr. Gélson Biscaia de Souza (UEPG)
Prof. Dr. Gérson Kniphoff da Cruz (UEPG)
Prof. Dra. Hatsumi Mukai (UEM)
Prof. Dr. Hercília Alves Pereira de Carvalho (UFPR)
Prof. Dra. Jaqueline Pavelegine de Medeiros (SEED-PR)
Prof. Dr. Jeremias Borges Da Silva (UEPG)
Prof. Dr. João Amadeus Pereira Alves (UTFPR)
Prof. Dr. Júlio Flemming Neto (UEPG)
Prof. Dr. Lucas Stori de Lara (UEPG)
Prof. Dr. Luiz Américo Alves Pereira (UEPG)
Prof. Dr. Luiz Antônio Bastos Bernardes (UEPG)
Prof. Dr. Milton Thiago Schivani Alves (UFRN)
Prof. Dr. Paulo Cesar Facin (UEPG)
Prof. Dr. Romeu Miqueias Szmoski (UTFPR)
Prof. Dr. Sérgio da Costa Saab (UEPG)
Prof. Dra. Silvana Perez (UFPA)
Prof. Dr. Silvio Luiz Rutz Da Silva (UEPG)

Ficha catalográfica



Este trabalho está licenciado com uma Licença Creative Commons
Atribuição -Não Comercial- Compartilha Igual 4.0 Internacional.

PREFÁCIO

Durante as últimas décadas, no Brasil se tem conseguido avanços significativos em relação a alfabetização científica, em especial na área do Ensino de Física, nos diversos níveis de ensino, entretanto continua pendente o desafio de melhorar a qualidade da Educação em Ciências. Buscando superar tal desafio a Sociedade Brasileira de Física (SBF) implementou o Programa Nacional de Mestrado Profissional em Ensino de Física (MNPEF) que se constitui em um programa nacional de pós-graduação de caráter profissional, voltado a professores de ensino médio e fundamental com ênfase principal em aspectos de conteúdos na Área de Física, resultando em uma ação que engloba diferentes capacidades apresentadas por diversas Instituições de Ensino Superior (IES) distribuídas em todas as regiões do País.

O objetivo do MNPEF é capacitar em nível de mestrado uma fração muito grande de professores da Educação Básica quanto ao domínio de conteúdos de Física e de técnicas atuais de ensino para aplicação em sala de aula como, por exemplo, estratégias que utilizam recursos de mídia eletrônica, tecnológicos e/ou computacionais para motivação, informação, experimentação e demonstrações de diferentes fenômenos físicos.

A abrangência do MNPEF é nacional e universal, ou seja, está presente em todas as regiões do País, sejam elas localizadas em capitais ou estejam afastadas dos grandes centros. Fica então clara a necessidade da colaboração de recursos humanos com formação adequada localizados em diferentes IES. Para tanto, o MNPEF está organizado em Polos Regionais, hospedados por alguma IES, onde ocorrerem as orientações das dissertações e são ministradas as disciplinas do currículo.

A Universidade Estadual de Ponta Grossa, por meio de um grupo de professores do Departamento de Física, faz parte do MNPEF desde o ano de 2014 tendo nesse período proporcionado a oportunidade de aperfeiçoamento para quarenta e cinco professores de Física da Educação Básica, sendo que desses quinze já concluíram o programa tornando-se Mestres em Ensino de Física.

A Série: **Produtos Educacionais em Ensino de Física**, que ora apresentamos, consta de vários volumes que correspondem aos produtos educacionais derivados dos projetos de dissertação de mestrado defendidos. Alguns desses volumes são constituídos de mais de um tomo.

Com essa série o MNPEF - Polo 35 - UEPG, não somente busca entregar materiais instrucionais para o Ensino de Física para professores e estudantes, mas também pretende disponibilizar informação que contribua para a identificação de fatores associados ao Ensino de Física

a partir da proposição, execução, reflexão e análise de temas e de metodologias que possibilitem a compreensão do processo de ensino e aprendizagem, pelas vias do ensino e da pesquisa, resultado da formação de docentes pesquisadores.

A série é resultado de atividade reflexiva, crítica e inovadora aplicada diretamente à atuação profissional do docente, na produção de conhecimento diretamente associado à prospecção de problemas e soluções para o ensino-aprendizagem dos conhecimentos em Física, apresentando estudos e pesquisas que se propõem com suporte teórico para que os profissionais da educação tenham condições de inovar sua prática em termos de compreensão e aplicação da ciência.

A intenção é que a Série: **Produtos Educacionais em Ensino de Física** ofereça referências de propostas de Ensino de Física coerentes com as estruturas de pensamento exigidas pela ciência e pela tecnologia, pelo exemplo de suas inserções na realidade educacional, ao mesmo tempo que mostrem como se pode dar tratamento adequado à interdependência de conteúdo para a formação de visão das interconexões dos conteúdos da Física.

Prof. Dr. Silvio Luiz Rutz da Silva

Prof. Dr. André Maurício Brinatti

Prof. Dr. André Vitor Chaves de Andrade

Prof. Dr. Antônio Sérgio Magalhães de Castro

Prof. Dr. Jeremias Borges da Silva

Organizadores

Sumário

Capítulo 1 Introdução	9
Capítulo 2 Planejamento	11
2.1 Planos de aula	12
2.1.1 Plano de aula 1	12
2.1.2 Plano de aula 2	15
2.1.3 Plano de aula 3	24
2.1.4 Plano de aula 4	29
2.2 Questionários e Roteiros Experimentais	34
2.2.1 Questionário Diagnóstico	34
2.2.2 Roteiro da Primeira Atividade Experimental	40
2.2.3 Roteiro da Segunda Atividade Experimental	50
2.2.4 Roteiro da Terceira Atividade Experimental	56
2.2.5 Questionário Final	63
2.3 Possíveis respostas aos questionamentos presentes nos roteiros experimentais e Orientações ao Professor	69
Capítulo 3 Texto de apoio ao Professor	78
3.1 A lei da Gravitação Universal de Newton	79
3.2 As três Leis do movimento	85
3.2.1 A primeira Lei de Newton (Lei da Inércia)	85
3.2.2 A segunda Lei de Newton (Princípio Fundamental da Dinâmica)	86
3.2.3 A terceira Lei de Newton (Princípio da Ação e Reação)	89
3.3 A dinâmica do movimento circular	91
3.4 As três Leis de Kepler	93
3.4.1 A primeira Lei de Kepler (Lei das Órbitas)	94
3.4.2 A segunda Lei de Kepler (Lei das Áreas)	96
3.4.3 A terceira Lei de Kepler (Lei dos Períodos)	98
Capítulo 4 Slides Produzidos	101
Capítulo 5 Considerações Finais	102
Referências Bibliográficas	103

¹ Os Fundamentos Teóricos em Física abordados nesse capítulo foram reproduzidos integralmente no Capítulo 4 da dissertação intitulada “ENSINO INVESTIGATIVO: CONTRIBUIÇÕES DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE TÓPICOS DE GRAVITAÇÃO UNIVERSAL NA EDUCAÇÃO BÁSICA”, que relata a aplicação deste Produto Educacional em sala de aula.

Capítulo 1 Introdução

Este produto educacional foi elaborado por um professor e para professores, que assim como eu, buscam a cada dia melhorar o processo de ensino e aprendizagem a partir da reflexão de sua própria prática. Neste trabalho propomos uma sequência didática para o ensino de Gravitação, que pode ser aplicada tanto nos anos finais do ensino fundamental como no Ensino Médio.

Os desafios para o ensino de Física são muitos, e boa parte deles é devido a um sistema de ensino historicamente construído que valoriza a memorização mecânica de equações, definições e respostas para serem reproduzidas em provas e que logo em seguida são esquecidas (MOREIRA, 2021). Segundo este autor, ensinar e aprender Física vai muito além,

[...] Aprender Física não é decorar fórmulas para resolver problemas ou definições e leis para dar respostas corretas nas provas. É muito mais do que isso. Ensinar e aprender Física envolve conceitos e conceitualização, modelos e modelagem, atividades experimentais, competências científicas, situações que façam sentido, aprendizagem significativa, dialogicidade e criticidade [...] (MOREIRA, 2021, p.1)

Assim, para promover uma aprendizagem significativa devemos dar ênfase nos conceitos, pois não tem cabimento decorar uma equação sem compreender os conceitos nela existentes. Nesse sentido, o papel do professor é promover situações que levem os estudantes a aquisição de novos conceitos, favorecendo a compreensão da Física e do desenvolvimento cognitivo dos nossos discentes.

Em busca da superação das dificuldades encontradas por professores e estudantes no processo de ensino e aprendizagem, nos últimos 50 anos de ensino de Física no Brasil surgiram várias vertentes, dentre as quais podemos citar a “experimentação de baixo custo”, “ciência, tecnologia e sociedade”, “história e filosofia da ciência”, “Física Contemporânea e novas tecnologias”, dentre outras (MOREIRA, 2000). Ainda segundo este autor,

Julgo que é um erro ensinar Física sob um único enfoque, por mais atraente e moderno que seja. Por exemplo, ensinar Física somente sob a ótica da Física do cotidiano é uma distorção porque, em boa medida, aprender Física é, justamente, libertar-se do dia-a-dia. De modo semelhante, ensinar Física apenas sob a perspectiva histórica, também não me parece uma boa metodologia porque para adquirir/construir conhecimentos o ser humano, normalmente, não precisa descobri-los, nem passar pelo processo histórico de sua construção. Tampouco o microcomputador será um bom recurso metodológico, se for usado com exclusividade, dispensando a interação

pessoal, a troca, ou negociação, de significados que é fundamental para um bom ensino de Física. (MOREIRA, 2000, p. 95)

Tendo em vista essas proposições, o presente trabalho propõe uma sequência de atividades teóricas e experimentais sobre o conteúdo de Gravitação. A Tabela 1.1 apresenta os temas e a carga horária de cada atividade.

Tabela 1.1: Etapas do produto Educacional

Etapa	Tema da Etapa	Duração da Etapa
1ª Atividade	Apresentação da proposta e aplicação do questionário diagnóstico	50 min
2ª Atividade	Exibição do filme e debate	2h10 min
3ª Atividade	Aula expositiva dialogada sobre a evolução do modelo do Sistema Solar	1h
4ª Atividade	Atividade experimental (“ A ELIPSE E A PRIMEIRA LEI DE KEPLER ”)	2h
5ª Atividade	Atividade experimental (“ VERIFICAÇÃO DA SEGUNDA LEI DE KEPLER ”)	3h
6ª Atividade	Atividade experimental (SIMULADOR “GRAVIDADE E ÓRBITAS”)	2h
7ª Atividade	Aplicação do questionário final e síntese integradora	1h

Fonte: O Autor

Além deste capítulo (Introdução), no capítulo 2 deste produto Educacional encontram-se os planos de aula, questionários, roteiros experimentais relacionados a cada etapa, dicas e orientações para a aplicação das mesmas em sala de aula, bem como os gabaritos dos questionários diagnóstico e final. O capítulo 3 é constituído por textos de apoio ao professor, no qual abordamos os principais conceitos Físicos presentes nas atividades. No capítulo 4 disponibilizamos os slides utilizados na aula expositiva dialogada e no capítulo 5 fazemos as considerações finais.

Capítulo 2 Planejamento

Neste capítulo disponibilizamos os planos de aula, questionários e roteiros experimentais elaborados durante o planejamento das atividades presentes na sequência didática.

Mas o que envolve o planejamento? Já diz o ditado que quando as pessoas falham em planejar, elas planejam falhar. O planejamento de ensino envolve o desenvolvimento de uma estratégia organizada e sistemática das aulas, isto é, o professor precisa decidir o que e como ensinar antes de começar a fazê-lo. Embora alguns momentos espontâneos de ensino sejam importantíssimos, as aulas devem ser cuidadosamente planejadas, pois o planejamento dará ao professor confiança e orientação na abordagem dos assuntos mais importantes, propiciando uma ação mais efetiva em relação às metas que o professor deseja que os alunos alcancem (SANTROCK, 2009, p. 406) .

De acordo com Middleton e Goepfert (1996), se o professor planejar de modo eficiente, este não precisará manter todos os detalhes de uma aula em mente o tempo todo. O planejamento permite que ele se concentre em como transmitir o ensino aos estudantes e orienta o aspecto interativo do mesmo. Assim ressaltamos a importância do planejamento das ações a serem desenvolvidas para obtermos o resultado que esperamos e que os roteiros que se encontram neste capítulo ajudem a fomentar discussões e experimentações e, portanto, não devem ser utilizados com o rigor de uma receita culinária, isto é, a experimentação livre do estudante deve ser incentivada a todo momento. Dessa forma, os roteiros constituem objetos de ensino com a finalidade de conduzir os estudantes a realizarem algumas experimentações, e com base no observado, eles devem propor hipóteses, variar parâmetros, testar modelos e descobrir relações entre as grandezas Físicas presentes no fenômeno observado.

2.1 Planos de aula

Seguem os planos de aula que foram desenvolvidos para a aplicação da proposta na escola onde desempenham atividades docentes. Vale aqui ressaltar que estes planos devem ser adaptados de forma a atender as necessidades da comunidade escolar.

2.1.1 Plano de aula 1

1ª e 2ª Atividade: Apresentação da proposta, aplicação do questionário diagnóstico, Exibição do filme e debate

PLANO DE AULA		
IDENTIFICAÇÃO		
Professor(a):		
Tema: Gravitação	Área de atuação: Física	Número de aulas: 01
Disciplina: Física	Carga horária: 180'	Data:
OBJETIVOS		
• Verificar a capacidade de resolução de exercícios sobre o tema “Gravitação” antes da realização das atividades teóricas e experimentais; • Introduzir o tema “Gravitação”, buscando associar os conceitos existentes na teoria com os fenômenos retratados no filme; • Ilustrar aplicações tecnológicas que foram possíveis com o desenvolvimento das Ciências; • Motivar os estudantes ao estudo da Gravitação;		
PRÉ-REQUISITOS		
• Conhecimentos básicos de mecânica (posição, velocidade, aceleração, força, Leis de Newton).		

CONTEÚDO MINISTRADO

- A ação da Gravidade;

MATERIAIS E MÉTODOS

- Duração a realização da aula serão utilizados os seguintes recursos de ensino: Quadro e Giz, Computador, projetor, questionário diagnóstico e o filme “Gravidade”, dirigido por Alfonso Cuarón;
- A aula será dividida em quatro momentos: No primeiro momento, irei apresentar a proposta aos estudantes, comentando brevemente as atividades que iremos realizar, enfatizando que a participação efetiva nas discussões, a negociação de significados e a realização das atividades teóricas e práticas serão os instrumentos avaliativos. No segundo momento, os estudantes receberão um questionário diagnóstico, seja impresso ou no formato digital (google formulário, por exemplo), contendo dez questões de múltipla escolha que versam sobre os temas a serem estudados na sequência. Aos dois primeiros momentos serão reservados no total de 50 minutos de aula, aproximadamente. No terceiro momento, iremos assistir ao filme “Gravidade”, que possui duração de aproximadamente 1h30min, e para finalizar a aula, faremos a discussão dos fenômenos que mais chamaram a atenção dos estudantes.

AVALIAÇÃO

- O processo de ensino e aprendizagem será avaliado por meio de Análise do envolvimento e participação dos alunos durante o desenvolvimento da aula.

BIBLIOGRAFIA

BÔAS, Newton Villas; DOCA, Ricardo Helou; BISCUOLA, Gualter José. **Tópicos de Física 1**. 21ª ed. São Paulo: Saraiva, 2012.

GASPAR, A. **Física 1**. 2. ed. São Paulo: Ática, 2011.

HALLIDAY, David; WALKER, Jearl; RESNICK, Robert. **Fundamentos de Física, volume 2: Gravitação, Ondas e Termodinâmica**. / David Halliday , Robert Resnick , Jearl Walker ; tradução Ronaldo Sérgio de Biasi. – 10. ed. – Rio de Janeiro : LTC, Vol.2; 2016.

HEWITT, Paul G. **Física Conceitual** – Brookman, 2015, 12º ed.

MEDEIROS, Alexandre. **Entrevista com Tycho Brahe**. Física na Escola, v. 2, nº 2, p. 19 - 30, 2001.

MEDEIROS, Alexandre. **Entrevista com Kepler: Do seu nascimento à descoberta das duas primeiras leis**, Física na Escola, v. 3, nº 2, p. 20 - 33, 2002.

MEDEIROS, Alexandre. **Continuação da entrevista com Kepler: A descoberta da terceira lei do movimento planetário**. Física na escola, v. 4, n. 1, p. 19-24, 2003.

PSSC (Physical Science Study Committee). Física. Vol. III. Brasília: Universidade de Brasília, 1966.

ROCHA, J. F. **Origens e Evolução das Ideias da Física**. Salvador: EDUFBA, 2002.

VÁLIO, Adriana B. Marques. **Ser Protagonista: física, 1º ano**. 3 ed. São Paulo: SM 2016.

YOUNG, Hugh D. FREEDMAN, Roger A. **Física II, Sears e Zemansky: termodinâmica e ondas** / Hugh D. Young, Roger A. Freedman; colaborador A. Lewis Ford; tradução Daniel Vieira; revisão técnica Adir Moysés Luiz. – 14. ed. – São Paulo: Pearson Education do Brasil Ltda, Vol.2; 2016.

2.1.2 Plano de aula 2

3ª e 4ª Atividade: Discussão sobre os modelos do Sistema Solar e realização do experimento "A Elipse e a primeira Lei de Kepler"

PLANO DE AULA

IDENTIFICAÇÃO

Professor:

Tema: Gravitação

Área de atuação: Física

**Número
de aulas:**

Disciplina: Física

Carga horária: 180'

Data:

OBJETIVOS

- Conhecer os modelos planetários para o Sistema Solar, partindo dos primeiros modelos primitivos concebidos para compreender o “céu” até o modelo heliocêntrico que conhecemos atualmente;
- Tomar conhecimento das Leis de Kepler e da Lei da atração das massas;
- Compreender a evolução das Ciências como um constructo humano;
- Fazer com que os estudantes se familiarizem às elipses, de forma que eles possam identificá-las em alguns contextos, consigam representar alguns de seus elementos e conheçam sua definição formal, com o propósito de que associem à trajetória dos astros do sistema solar essa curva pouco trabalhada em sala de aula.
- Construir elipses com diferentes excentricidades.
- Tomar conhecimento da primeira Lei de Kepler, das excentricidades das órbitas dos planetas do Sistema Solar, associando cada valor ao formato da órbita.

PRÉ-REQUISITOS

- Conhecimentos básicos de geometria plana (círculo) e espacial (cilindro).
- Conhecimentos básicos de cinemática (posição, trajetória, velocidade, aceleração) e de dinâmica (Força, Leis de Newton);

CONTEÚDO MINISTRADO

- Evolução dos modelos Planetários do Sistema Solar;
- As contribuições de Tycho Brahe e Kepler para o desenvolvimento da Gravitação;
- As Leis de Kepler;
- Conhecendo a Elipse;
- A Lei de Newton da atração das massas;

MATERIAIS E MÉTODOS

- O conteúdo proposto será desenvolvido por meio de uma aula dialogada, expositiva, prática e demonstrativa, com aproximadamente 180 minutos de duração, na qual utilizarei de recursos instrucionais como: Giz, quadro-negro, computador, projetor, roteiro e materiais para realização do experimento Físico (A Elipse e a primeira Lei de Kepler); A aula será desenvolvida em dois momentos: No primeiro momento, farei uma discussão acerca dos modelos planetários do Sistema Solar, de um ponto vista histórico e evolutivo, ressaltando as principais contribuições de cientistas que provocaram mudanças importantes nos modelos aceitos em cada época, como por exemplo as contribuições de Copérnico, Tycho Bahe e Kepler. Em seguida, trarei para a discussão as três Leis de Kepler e a Lei da atração das massas, culminando em algumas aplicações tecnológicas da teoria e seu impacto na sociedade, como

por exemplo o posicionamento de satélites artificiais. Os estudantes serão incentivados a participarem ativamente da discussão, resgatando conhecimentos prévios. No segundo momento, os estudantes farão a atividade experimental intitulada " A Elipse e a primeira Lei de Kepler".

- Para o experimento físico serão necessários os seguintes materiais:
 - 1 copo cilíndrico;
 - Água com corante (anelina);
 - 1 Garrafa PET cilíndrica transparente;
 - 1 Cartolina;
 - 1 Pincel;
 - 1 Tesoura
 - Barbante
 - 1 Lápis
 - 3 alfinetes de bolinhas
 - 1 Folha de isopor;
 - Roteiro para orientação e anotações;
- A turma será dividida em grupos de dois a três estudantes para a realização das atividades. Em um primeiro momento os estudantes serão levados a identificar o formato da superfície de um líquido (água + corante) em um copo cilíndrico transparente em duas posições: colocado na vertical e após ser inclinado.



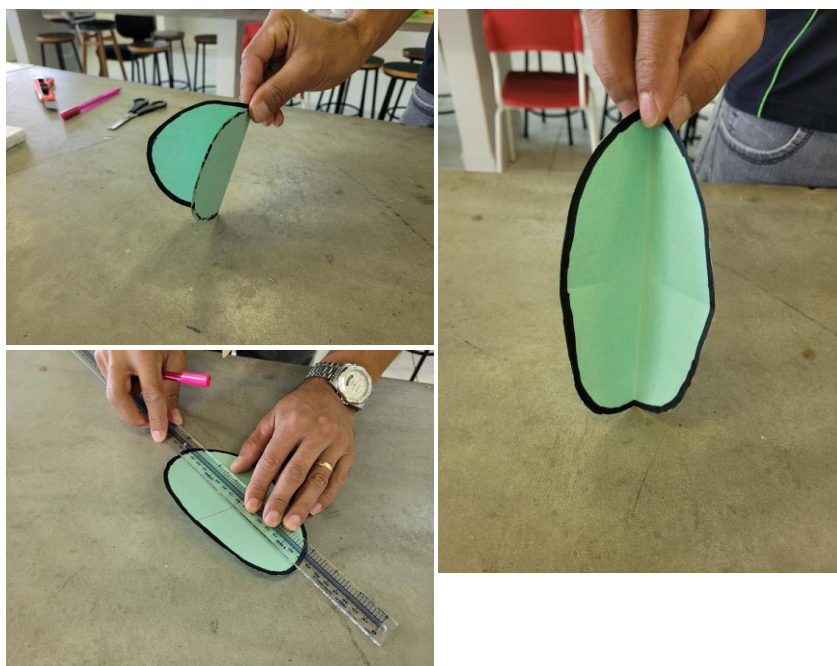
Ao inclinar o copo, o aluno será levado a observar um alongamento dessa superfície circular e que este contorno nos remete a uma elipse. Em seguida, com o auxílio de

uma garrafa PET, um canetão, uma tesoura e uma cartolina, os alunos serão instigados a obterem a figura da elipse no plano, como sugere as seguintes figuras:

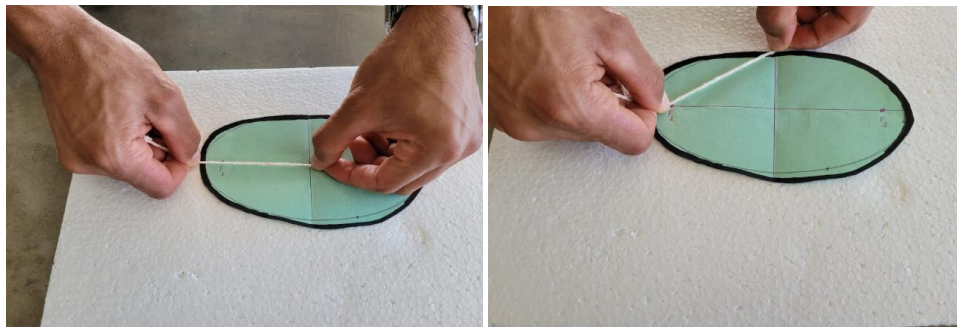




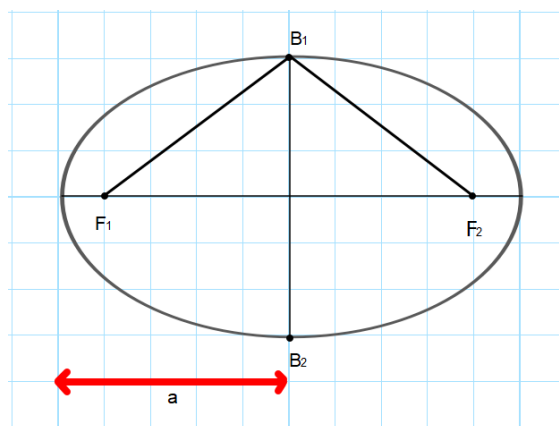
- Em seguida os estudantes serão levados a construção dos elementos “eixo maior” e “eixo menor” de uma elipse. Para tal, os estudantes dobrarão a região cortada no sentido do menor comprimento e depois no sentido do maior comprimento, buscando a simetria entre as partes. Com o auxílio de uma caneta, irão fazer uma marca na região das dobras e observarão os dois vincos, sendo que o de menor comprimento é chamado “eixo menor da elipse” e o vinco de maior comprimento de “eixo maior da elipse”. É importante notar que os dois eixos devem ser perpendiculares.



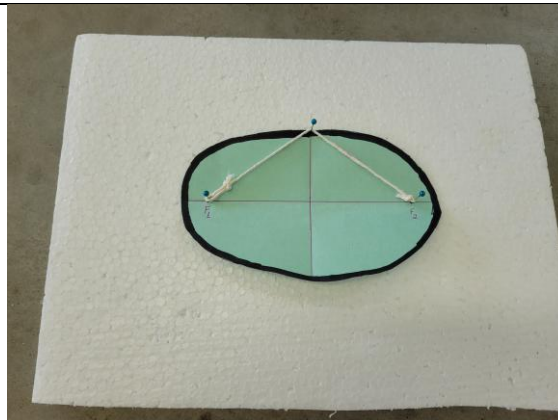
- Em seguida os alunos serão levados a identificarem os focos de uma elipse com o auxílio de barbante. Os alunos irão medir a metade do eixo maior e com essa medida, fazer duas marcas sobre esse eixo equidistantes à extremidade do eixo menor (F_1 e F_2).



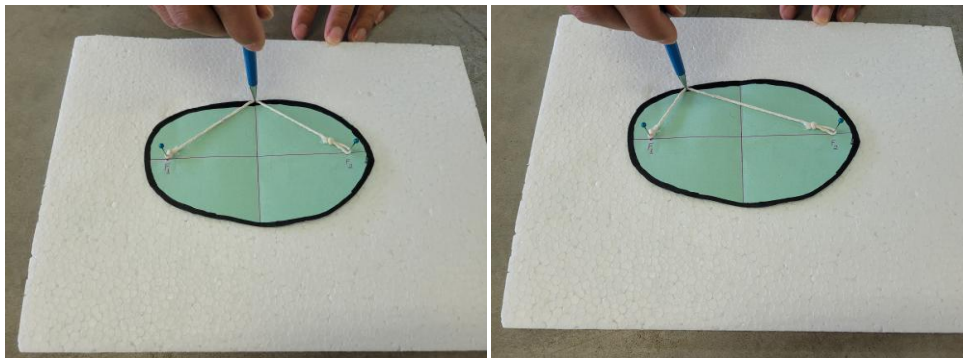
- Nessa etapa é importante que o estudante perceba que a distância entre o ponto B da figura seguinte e cada um dos focos é a metade do eixo maior ($BF_1 = BF_2 = a$).



- Em seguida, coloque um alfinete em cada foco e um terceiro no ponto B , interligados por um barbante fixo nos focos, como mostrado na figura seguinte:



- Substitua o palito de cabeça azul por um lápis e, contornando a curva, sempre observe que o tamanho do barbante não muda.



- O estudante será levado a concluir que a curva desenhada coincide, por construção, com aquela obtida no início, quando foi cortado o cilindro de plástico. Além disso, essa curva possui a seguinte propriedade: a soma das distâncias de um ponto qualquer da curva aos dois focos (alfinetes) é sempre a mesma, constante e igual ao comprimento do eixo maior (comprimento do barbante). Esta é a condição que define a elipse: Elipse é uma curva constituída pelo conjunto de todos os pontos de um plano cuja soma das distâncias a dois pontos fixos desse plano é constante.
- Em seguida, instruirei os estudantes a construir diferentes tamanhos de Elipses, e em especial, irão explorar dois casos especiais: 1º) Quando os focos

coincidem, que chegamos a um círculo; 2º) Quando a distância entre os focos for igual ao comprimento do barbante, que chegamos a um segmento de reta;

- Na sequência, os estudantes tomarão conhecimento das excentricidades das órbitas de cada planeta do Sistema Solar. O professor deverá provocar a turma sobre o formato das órbitas, relacionando com o enunciado da primeira Lei de Kepler;
- Para finalizar a aula, os estudantes deverão fazer uma síntese do que haviam compreendido e cada grupo compartilhar com a turma;
- A aula será desenvolvida com a participação efetiva do aluno, sempre o estimulando a resgatar os conhecimentos prévios que este pode ter adquirido, promovendo assim, um conhecimento contextualizado através da percepção da importância desse campo de estudo da física no mundo vivencial, nos equipamentos e procedimentos tecnológicos atuais;

AVALIAÇÃO

- O processo de ensino e aprendizagem será avaliado por meio de Análise do envolvimento e participação dos alunos durante o desenvolvimento da aula.
- Análise das respostas dos estudantes aos questionários presentes no roteiro experimental;

BIBLIOGRAFIA

BÔAS, Newton Villas; DOCA, Ricardo Helou; BISCUOLA, Gualter José. **Tópicos de Física 1**. 21ª ed. São Paulo: Saraiva, 2012.

GASPAR, A. **Física 1**. 2. ed. São Paulo: Ática, 2011.

HEWITT, Paul G. **Física Conceitual** – Brookman, 2015, 12º ed.

PSSC (Physical Science Study Committee). Física. Vol. III. Brasília: Universidade de Brasília, 1966.

Que curva é essa chamada Elipse. Disponível em:
https://m3.ime.unicamp.br/dl/1-EHXLb4wNQ_MDA_a8345 . Acessado em 16/06/2019.

ROCHA, J. F. **Origens e Evolução das Ideias da Física**. Salvador: EDUFBA, 2002.

VÁLIO, Adriana B. Marques. **Ser Protagonista: física, 1º ano**. 3 ed. São Paulo: SM 2016.

Fonte: O autor

2.1.3 Plano de aula 3

5ª Atividade: Prática experimental intitulada "Verificação da segunda Lei de Kepler "

PLANO DE AULA

IDENTIFICAÇÃO

Professor:

Tema: Gravitação

Área de atuação: Física

Número de aulas: 01

Disciplina: Física

Carga horária: 180'

Data:

OBJETIVOS

- Levar o aluno a compreender a segunda Lei de Kepler através da verificação experimental dessa lei (lei das áreas).
- Determinar o período de um objeto em uma trajetória elíptica;
- Medir a massa de farinha que cai sobre uma determinada região da órbita elíptica;
- Identificar e calcular a área varrida pelo vetor posição do objeto em relação ao centro da órbita;

PRÉ-REQUISITOS

- As leis de Newton.
- Conhecimentos básicos de cinemática (posição, trajetória e velocidade).
- Cálculo da área de um triângulo.

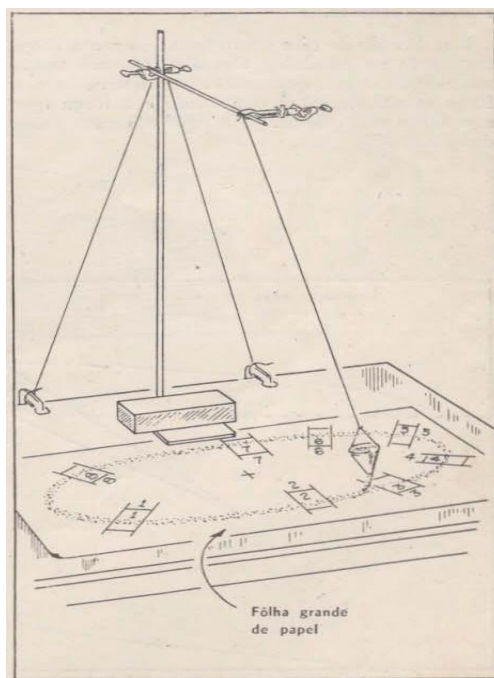
CONTEÚDO MINISTRADO

- Lei das áreas;

MATERIAIS E MÉTODOS

- O conteúdo proposto será desenvolvido por meio de uma aula expositiva, prática e demonstrativa, com aproximadamente 180 minutos de duração, na qual utilizarei de recursos instrucionais como: Giz, quadro-negro, roteiro experimental impresso e demais materiais necessários para a realização do experimento Físico (Lei das áreas);
- Para a realização do experimento físico, serão necessários os seguintes materiais:
 - Barbante ou linha inextensível;
 - 1 Funil maior e outro menor;
 - 1 kg de Farinha de mandioca;
 - Fita Crepe;
 - Cronômetro (celular);
 - Calculadora (opcional);
 - Folha grande de papel (1m x 1m);
 - Balança digital;
 - 1 régua;
 - Pincel atômico (canetão);
 - 4 pedaços de cartolina;
 - 4 copos;
- Os estudantes serão divididos em pequenos grupos de três a quatro integrantes para realização da atividade prática.
- Nessa atividade, os estudantes serão levados a compreenderem a segunda Lei de Kepler. Kepler descobriu que os planetas seguem trajetórias elípticas, e que uma linha reta imaginária traçada do Sol a um planeta, varreria áreas iguais em intervalos de tempo iguais. Não podemos realizar experiências com os planetas, mas podemos experimentar com um pêndulo cujo movimento seja elíptico. A extremidade de um pêndulo que oscile num pequeno arco, move-se de um lado para outro, ao longo de uma linha aproximadamente horizontal. Quando um pêndulo deste tipo é impulsionado lateralmente, sua extremidade descreve uma elipse. O estudante descobrirá, nesta experiência, se a extremidade do pêndulo varre, também, áreas iguais em intervalos iguais de tempo. O pêndulo é, também, nosso aparelho medidor de tempo, consistindo de um funil cheio de farinha de mandioca, suspenso à extremidade de um fio, no qual uma pequena abertura no fundo permite uma vazão de farinha razoavelmente constante. Quando o funil se

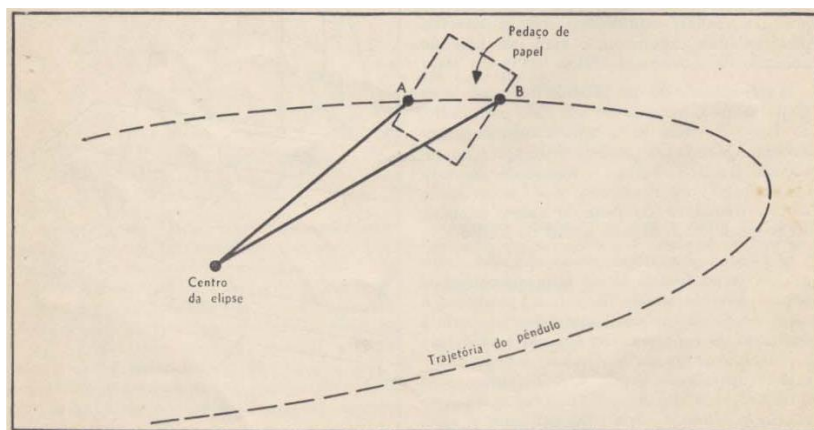
movimenta em uma trajetória elíptica, a massa de farinha depositada em qualquer arco da elipse será proporcional ao tempo que leva o copo para percorrer o arco. Cada pedaço de papel disposto ao longo do trajeto do funil, coletará, portanto, uma massa de farinha proporcional ao tempo necessário para o funil passar sobre este papel, conforme mostra a figura ao lado.



- Os estudantes deverão colocar uma grande folha de papel debaixo do pêndulo, centralizada em relação à posição de repouso do pêndulo. Essa posição de repouso deverá ser marcada no papel.
- Diversas oscilações deverão ser ensaiadas usando o funil carregado de farinha, estando vedado o orifício de seu fundo, para obter a órbita aproximada antes da oscilação definitiva.
- Em um dos lançamentos, os estudantes serão instigados a medir o intervalo de tempo necessário para que o funil carregado execute 5 revoluções em uma órbita elíptica e obtenham o período orbital.
- Serão dispostos pedaços de cartolina em volta da órbita, como indica a figura anterior e desobstruído o orifício, faremos o pêndulo oscilar várias vezes.
- Ao longo do trajeto elíptico, os estudantes marcarão com um par de pontos, a posição de cada pedacinho de papel. As linhas traçadas do centro da elipse a um par de pontos (pontos “A” e “B” da figura seguinte) e o arco AB da elipse, delimitam a área varrida pelo pêndulo à medida que ele se move ao longo deste arco.
- Os estudantes serão instigados a descobrir os tempos necessários para que o pêndulo atravessasse cada pedaço de papel, medidos em termos de massa de farinha e a área varrida pelo pêndulo ao atravessar cada pedaço de papel, e por fim,

verificarem se são varridas áreas iguais em tempos iguais por uma linha que vai da extremidade do pêndulo ao centro da elipse.

- Os estudantes deverão repetir a experiência com uma elipse de tamanho diferente.
- Ao final da atividade, os estudantes serão questionados sobre a força resultante no pêndulo, em que sentido se assemelham a força resultante sobre o pêndulo e a força que age sobre um planeta e em que diferem essas duas forças.



- A aula será desenvolvida com a participação efetiva do aluno, sempre o estimulando a resgatar os conhecimentos prévios que este pode ter adquirido, promovendo assim, um conhecimento contextualizado através da percepção da importância desse campo de estudo da física no mundo vivencial, nos equipamentos e procedimentos tecnológicos atuais;
- Nota: As duas figuras presentes nesse plano de aula foram extraídas do PSSC – Vol. 3, cuja referência encontra-se no final deste plano de aula.

AVALIAÇÃO

- O processo de ensino e aprendizagem será avaliado por meio de Análise do envolvimento e participação dos alunos durante o desenvolvimento da aula.
- Análise das respostas dos estudantes aos questionários presentes no roteiro experimental;

BIBLIOGRAFIA

BÔAS, Newton Villas; DOCA, Ricardo Helou; BISCUOLA, Gualter José. **Tópicos de Física 1**. 21ª ed. São Paulo: Saraiva, 2012.

GASPAR, A. **Física 1**. 2. ed. São Paulo: Ática, 2011.

HEWITT, Paul G. **Física Conceitual** – Brookman, 2015, 12º ed.

PSSC (Physical Science Study Committee). Física. Vol. III. Brasília: Universidade de Brasília, 1966.

ROCHA, J. F. **Origens e Evolução das Ideias da Física**. Salvador: EDUFBA, 2002.

VÁLIO, Adriana B. Marques. **Ser Protagonista: física, 1º ano**. 3 ed. São Paulo: SM 2016.

Fonte: O autor

2.1.4 Plano de aula 4

6ª e 7ª atividade: Atividade experimental com o Simulador “Gravidade e Órbitas” e aplicação do questionário final

PLANO DE AULA

IDENTIFICAÇÃO		
Professor:		
Tema: Gravitação	Área de atuação: Física	Número de aulas: 01
Disciplina: Física	Carga horária: 180'	Data:

OBJETIVOS
• Visualizar diferentes órbitas; • Medir o período orbital de um astro; • Visualizar a alteração dos vetores velocidade e força gravitacional em diferentes posições e para diferentes tipos de órbitas; • Levar os alunos a compreenderem como a gravitação atua nos corpos celestes naturais e artificiais. • Visualizar os fatores que alteram a intensidade da força gravitacional entre dois astros e as diferentes órbitas obtidas; • Fazer com que os alunos visualizem a dinâmica do movimento orbital; • Compreender as Leis de Kepler e a Lei da atração das massas;

PRÉ-REQUISITOS
• As leis de Newton. • Conhecimentos básicos de cinemática (posição, velocidade, aceleração); • Trajetória circular e elíptica;

- Dinâmica do movimento circular;

CONTEÚDO MINISTRADO

- Período orbital;
- Força Gravitacional;
- Dinâmica orbital;

MATERIAIS E MÉTODOS

- A aula será dividida em dois momentos: Durante o primeiro momento os estudantes realizarão a atividade experimental utilizando o simulador “Gravidade e Órbitas” e no segundo momento, responderão ao questionário final contendo dez questões de múltipla escolha, similar ao questionário diagnóstico. Deve ficar claro para o estudante que a sua nota/conceito não será atribuída observando apenas a quantidade de acertos no questionário, e sim a sua evolução no processo de ensino e aprendizagem, considerando para tal todos os aspectos envolvidos (participação nas discussões, colaboração com os colegas, realização ativa das atividades experimentais, socialização das observações com os colegas). O conteúdo proposto será desenvolvido no primeiro momento por meio de uma aula dialogada e cooperativa, na qual os estudantes realizarão a atividade experimental e socializarão os resultados com os colegas. Serão utilizados os seguintes recursos instrucionais: Giz, quadro-negro, questionário impresso ou digital (google formulário, por exemplo), computador, projetor e experimento Virtual (Simulação computacional gratuita do PHET “Gravidade e Órbitas”) e o roteiro impresso para o estudante;
- Essa aula será realizada em um laboratório de informática, onde cada estudante contará com um computador conectado à internet. Por prevenção, a simulação computacional a ser utilizada na aula já estará baixada em todos os computadores.
- Os estudantes formarão pequenos grupos (duplas ou trios) para discutirem/socializarem as respostas de cada item do roteiro, levantarem

questionamentos, proporem modelos e elaborar explicações a respeito do que irão observar. Ao final da atividade, os grupos promoverão uma discussão dos principais conceitos abordados na atividade e dos fenômenos observados a partir das experimentações realizadas no simulador.

- O professor irá caminhar pela sala, fazendo observações, fornecendo estímulos verbais, solucionando dúvidas e propondo novas experimentações. O professor irá atuar como um indivíduo mais experiente do grupo, fazendo apontamentos e discutindo o experimento. Em todos os momentos serão levados em conta a participação efetiva do aluno, sempre o estimulando a resgatar os conhecimentos prévios que este possa ter adquirido, promovendo assim, um conhecimento contextualizado através da percepção da importância desse campo de estudo da física no mundo vivencial, nos equipamentos e procedimentos tecnológicos atuais;
- A aula foi elaborada de forma que:
 - Durante a Atividade 1 do roteiro do estudante, os alunos serão levados a conhecer os recursos e parâmetros que podem ser alterados na simulação.
 - Em seguida, os primeiros dados a serem extraídos da simulação é o período orbital da Terra e da Lua. Os alunos serão instigados a refletirem sobre os resultados obtidos.
 - Em seguida, no item 1.3 do roteiro do aluno, os estudantes irão visualizar o vetor força gravitacional no sistema terra-lua. Serão levados a refletirem sobre a aplicação das leis de Newton na descrição do modelo utilizado na simulação.
 - No item 1.4, o estudante observará o vetor velocidade durante a dinâmica orbital da Terra, o formato de sua órbita e anotar sobre a constância ou não dos vetores força gravitacional e velocidade no roteiro, e sua relação com o tipo de órbita descrita pelo astro.
 - Durante as Atividades 2 e 3, além de aplicar alguns conceitos trabalhados na dinâmica do movimento circular e na aplicação das leis de Newton, o estudante será levado a modificar alguns parâmetros da simulação e com base em sua observação, responder alguns

questionamentos que o levarão a compreender os fatores que modificam a dinâmica dos astros e que justificam a sua órbita.

- Por fim, os estudantes serão instruídos a determinar uma órbita estável para um satélite cujo período seja de 500 min. Eles deverão modificar os valores do Raio e da velocidade orbital e visualizar os efeitos que cada parâmetro produz no período orbital. Neste momento, o professor irá questionar sobre o enunciado da terceira Lei de Kepler. Caso os estudantes não recordem, estes serão incentivados a buscarem em páginas confiáveis da internet, como sites de Universidades e de Centros de Pesquisas.

AVALIAÇÃO

- Os estudantes serão avaliados quanto a sua interação com os demais colegas e com o objeto em estudo (simulação), dando ênfase às descobertas a partir das experiências realizadas, reforçando os conceitos corretos e promovendo mudanças conceituais;
- Análise das respostas dos estudantes aos questionários presentes no roteiro experimental e no questionário final;

BIBLIOGRAFIA

BÔAS, Newton Villas; DOCA, Ricardo Helou; BISCUOLA, Gualter José. **Tópicos de Física 1**. 21ª ed. São Paulo: Saraiva, 2012.

GASPAR, A. **Física 1**. 2. ed. São Paulo: Ática, 2011.

HEWITT, Paul G. **Física Conceitual** – Brookman, 2015, 12º ed.

PSSC (Physical Science Study Committee). Física. Vol. III. Brasília: Universidade de Brasília, 1966.

ROCHA, J. F. **Origens e Evolução das Ideias da Física**. Salvador: EDUFBA, 2002.

VÁLIO, Adriana B. Marques. **Ser Protagonista: física, 1º ano**. 3 ed. São Paulo: SM 2016

Simulação Computacional do PHET, disponível em: https://phet.colorado.edu/sims/html/gravity-and-orbits/latest/gravity-and-orbits_pt_BR.html; Acessado em 07/06/2022.

MOREIRA, Marco Antônio. **Interfaces entre teorias de aprendizagem e Ensino de Ciências/Física [recurso eletrônico]** / Marco Antonio Moreira, Neusa Teresinha Massoni. – Porto Alegre: UFRGS, 2015. 42 p. ; il. (Textos de apoio ao professor de física / Marco Antonio Moreira e Eliane Angela Veit, ISSN 2448-0606; v. 26 , n.6)

Fonte: O autor

2.2 Questionários e Roteiros Experimentais

Seguem os questionários diagnóstico e final, bem como os gabaritos de cada um e os roteiros utilizados nas atividades experimentais. Novamente, ressaltamos que estes devem ser modificados a fim de propiciar melhores condições de realização das atividades.

2.2.1 Questionário Diagnóstico

IDENTIFICAÇÃO	
Escola: _____	Turma: _____
Estudante: _____	Data: __/__/__
<u>Questionário diagnóstico</u> 1. Na linha de uma tradição antiga, o astrônomo grego Ptolomeu (100-170 d.C.) afirmou a tese do geocentrismo, segundo a qual a Terra seria o centro do universo, sendo que o Sol, a Lua e os planetas girariam em seu redor em órbitas circulares. A teoria de Ptolomeu resolvia de modo razoável os problemas astronômicos da sua época. Vários séculos mais tarde, o clérigo e astrônomo polonês Nicolau Copérnico (1473-1543), ao encontrar inexactidões na teoria de Ptolomeu, formulou a teoria do heliocentrismo, segundo a qual o Sol deveria ser considerado o centro do universo, com a Terra, a Lua e os planetas girando circularmente em torno dele. Por fim, o astrônomo e matemático alemão Johannes Kepler (1571-1630), depois de estudar o planeta Marte por cerca de trinta anos, verificou que a sua órbita é elíptica. Esse resultado generalizou-se para os demais planetas. A respeito dos estudiosos citados no texto, é correto afirmar que: a) Ptolomeu apresentou as ideias mais valiosas, por serem mais antigas e tradicionais. b) Copérnico desenvolveu a teoria do heliocentrismo inspirado no contexto político do Rei Sol. c) Copérnico viveu em uma época em que a pesquisa científica era livre e amplamente incentivada pelas autoridades.	

d) Kepler estudou o planeta Marte para atender às necessidades de expansão econômica e científica da Alemanha.

e) Kepler apresentou uma teoria científica que, graças aos métodos aplicados, pôde ser testada e generalizada.

2. Adotando o Sol como referencial, aponte a alternativa que condiz com a 1ª Lei de Kepler da Gravitação (Lei das órbitas):

a) As órbitas planetárias são quaisquer curvas, desde que fechadas.

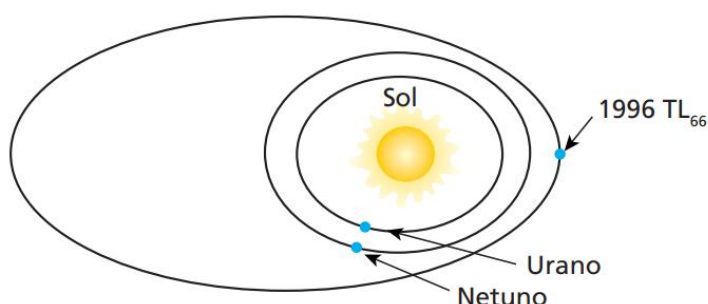
b) As órbitas planetárias são espiraladas.

c) As órbitas planetárias não podem ser circulares.

d) As órbitas planetárias são elípticas, com o Sol ocupando o centro da elipse.

e) As órbitas planetárias são elípticas, com o Sol ocupando um dos focos da elipse.

3. A figura abaixo representa o Sol, três astros celestes e suas respectivas órbitas em torno do Sol: Urano, Netuno e o objeto na década de 1990, descoberto, de nome 1996TL₆₆.



Análise as afirmativas a seguir:

I. Essas órbitas são elípticas, estando o Sol em um dos focos dessas elipses.

II. Os três astros representados executam movimento uniforme em torno do Sol, cada um com um valor de velocidade diferente dos outros.

III. Dentre os astros representados, quem gasta menos tempo para completar uma volta em torno do Sol é Urano.

Indique:

a) se todas as afirmativas são corretas.

b) se todas as afirmativas são incorretas.

c) se apenas as afirmativas I e II são corretas.

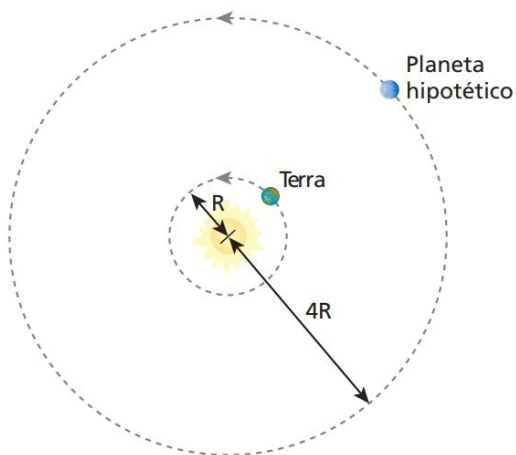
d) se apenas as afirmativas II e III são corretas.

e) se apenas as afirmativas I e III são corretas.

4. A 2ª Lei de Kepler (Lei das áreas) permite concluir que:

- a) as áreas varridas pelo vetor-posição de um planeta em relação ao centro do Sol são diretamente proporcionais aos quadrados dos respectivos intervalos de tempo gastos;
- b) a intensidade da velocidade de um planeta ao longo de sua órbita em torno do Sol é máxima no periélio;
- c) a intensidade da velocidade de um planeta ao longo de sua órbita em torno do Sol é máxima no afélio;
- d) o intervalo de tempo gasto pelo planeta em sua translação do afélio para o periélio é maior que o intervalo de tempo gasto por ele na translação do periélio para o afélio;
- e) o movimento de translação de um planeta em torno do Sol é uniforme, já que sua velocidade areolar é constante.

5. Considere um planeta hipotético gravitando em órbita circular em torno do Sol. Admita que o raio da órbita desse planeta seja o quádruplo do raio da órbita da Terra. Nessas condições, qual o período de translação do citado planeta, expresso em anos terrestres?

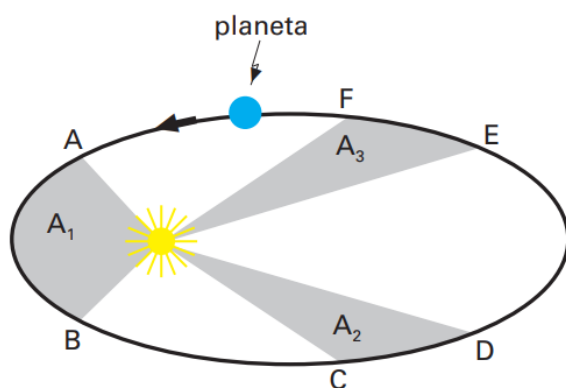


- a) $T_h = 0,5$ ano terrestre;
- b) $T_h = 2$ anos terrestres;
- c) $T_h = 4$ anos terrestres;
- d) $T_h = 8$ anos terrestres;
- e) $T_h = 16$ anos terrestres;

6. Os lançamentos de satélites, as imagens obtidas do universo por telescópio, o envio de sondas a Marte, entre outros, são fatos que tendem a popularizar os conceitos sobre a Lei da Gravitação Universal. Com base nestes conhecimentos, assinale a proposição correta:

- a) A força de atração gravitacional deve existir não apenas entre o Sol e os planetas, ou entre a Terra e a Lua, mas deve se manifestar entre todos os corpos materiais do universo.
- b) A constante gravitacional seria diferente, se fosse medida em outro planeta.
- c) Um corpo, afastando-se da superfície terrestre, ao atingir uma posição fora da atmosfera, deixa de ser atraído pela Terra.
- d) Um newton de arroz, tanto no polo sul quanto no equador terrestre, contém a mesma quantidade de arroz.
- e) O peso de um corpo independe do local onde ele se encontra.

7. A figura ilustra o movimento de um planeta em torno do Sol.



Se os tempos gastos para o planeta se deslocar de A para B, de C para D e de E para F são iguais, então as áreas – A_1 , A_2 e A_3 – apresentam a seguinte relação:

- a) $A_1 = A_2 = A_3$.
- b) $A_1 > A_2 = A_3$.
- c) $A_1 < A_2 < A_3$.
- d) $A_1 > A_2 > A_3$.
- e) Não há dados suficientes para estabelecer uma relação entre as áreas.

8. Um satélite estacionário possui órbita circular equatorial, a 1 600 km da superfície da Terra. Sabendo que o raio do equador terrestre é $6,4 \cdot 10^3$ km, podemos dizer que nesta altura:

- a) o peso do satélite é praticamente zero, devido à ausência de gravidade terrestre no local.
- b) o peso do satélite é igual ao peso que ele teria na superfície do nosso planeta.
- c) o peso do satélite é igual a 80% do peso que ele teria na superfície do nosso planeta.

- d) o peso do satélite é igual a 64% do peso que ele teria na superfície do nosso planeta.
- e) o peso do satélite é igual a 25% do peso que ele teria na superfície do nosso planeta.

9. As quatro estações do ano podem ser explicadas:

- a) pela rotação da Terra em torno de seu eixo.
- b) pela órbita elíptica descrita pela Terra em torno do Sol.
- c) pelo movimento combinado de rotação e translação da Terra.
- d) pela inclinação do eixo principal da Terra durante a translação.
- e) pelo movimento de translação da Terra.

10. No sistema solar, o planeta Saturno tem massa cerca de 100 vezes maior do que a da Terra e descreve uma órbita, em torno do Sol, a uma distância média 10 vezes maior do que a distância média da Terra ao Sol (valores aproximados). A razão $\left(\frac{F_{Sat}}{F_T}\right)$ entre a força gravitacional com que o Sol atrai Saturno e a força gravitacional com que o Sol atrai a Terra é de aproximadamente:

- a) 1 000.
- b) 10.
- c) 1.
- d) 0,1.
- e) 0,001.

Gabarito do questionário diagnóstico:

Nº da Questão	Resposta	Nº da Questão	Resposta
01	E	06	A
02	E	07	A
03	E	08	D
04	B	09	D
05	D	10	C

2.2.2 Roteiro da Primeira Atividade Experimental

IDENTIFICAÇÃO

Escola: _____ Turma: _____

Estudante: _____ Data: __/__/__

Roteiro da Atividade Prática (A ELIPSE E A PRIMEIRA LEI DE KEPLER)

1. OBJETIVOS

Fazer com que os estudantes se habituem às elipses, de forma que eles possam identificá-las em alguns contextos, consigam representar alguns de seus elementos e conheçam sua definição formal, com o propósito de que associem à trajetória dos astros do sistema solar essa curva pouco trabalhada em sala de aula.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

- 01 recipiente cilíndrico (pode ser um copo ou Béquer, por exemplo);
- Água;
- Corante (anilina);
- 1 Garrafa PET cilíndrica transparente;
- 1 Cartolina;
- 1 Pincel;
- 1 Régua;
- 1 Tesoura;
- 1 Estilete;
- Barbante;
- 1 Lápis;
- 3 alfinetes de bolinhas;
- 1 Folha de isopor;

2. CONCEITOS PRÉVIOS

1. Você já conhecia a figura geométrica denominada elipse antes das atividades do produto educacional? Você associa algo do dia-dia a uma elipse?

3. ATIVIDADE 1 – Identificação do formato de uma elipse

Procedimento:

3.1- Coloque água da torneira até aproximadamente metade do copo ou béquer;

3.2- Acrescente o corante(anilina);

3.3- Identifique o formato da superfície do líquido (água + corante) em duas situações: com o copo cilíndrico transparente colocado na vertical e após ser inclinado, como sugerem as imagens a seguir:



Copo na vertical: O formato da superfície livre do líquido é uma _____.

Copo inclinado: O formato da superfície livre do líquido é uma _____.

4. ATIVIDADE 2 – Planificação da elipse

Com o auxílio de uma garrafa PET, um canetão, um estilete, uma tesoura e uma cartolina, os alunos serão instigados a obterem a figura da elipse no plano

4.1- Transfira o líquido (água + corante) do copo ou béquer para a garrafa PET.

4.2- Acrescente água até aproximadamente metade de seu volume.

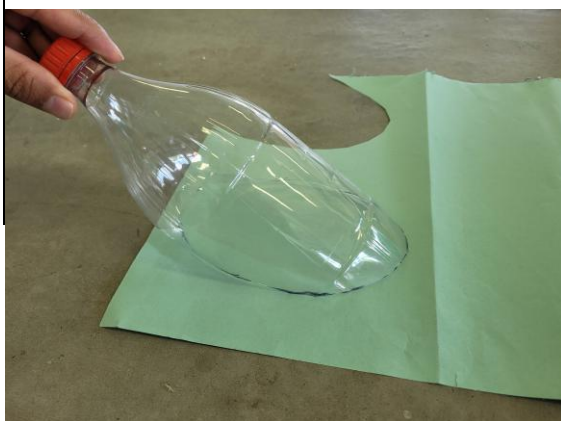
4.3- Coloque a garrafa em uma posição inclinada e com o auxílio de um canetão, contorne o formato da superfície do líquido, conforme mostrado nas figuras seguintes:



4.4- Com o auxílio de um estilete e uma tesoura, recorte a garrafa.



4.5- Transfira o formato do corte para a cartolina;

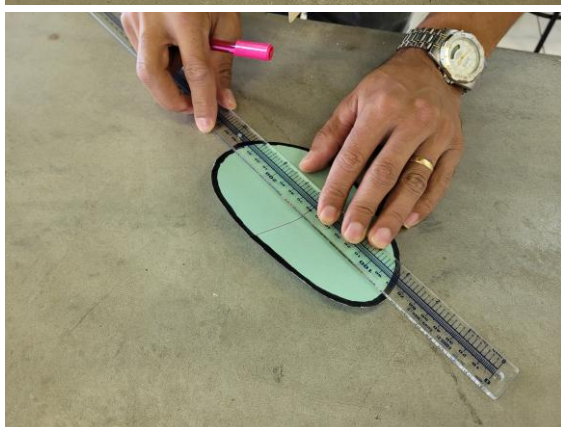
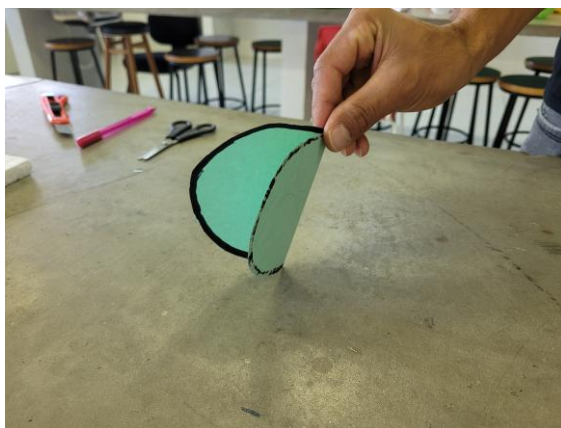


4.6- Recorte o formato da curva;

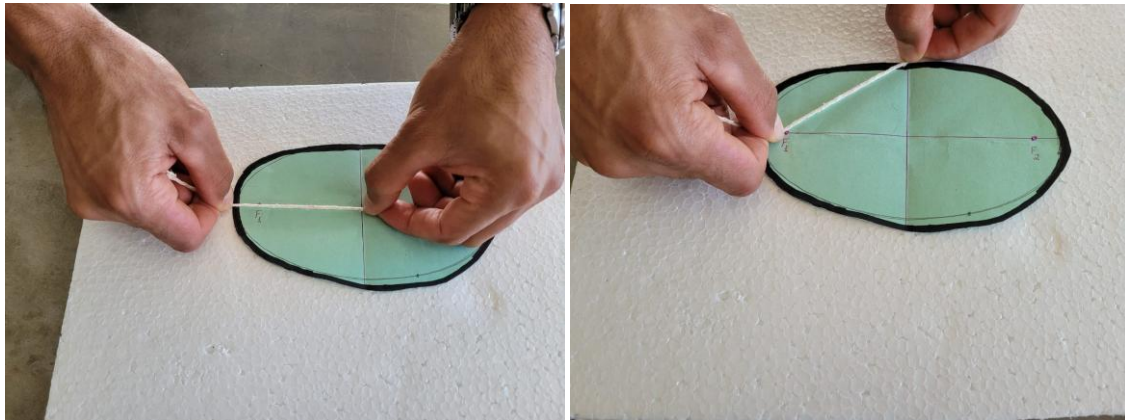


5. ATIVIDADE 3 – Alguns elementos da elipse

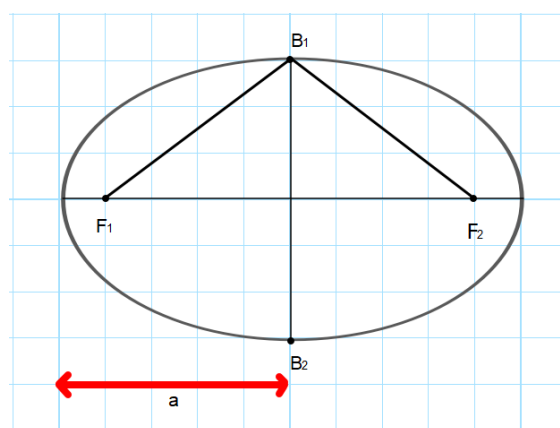
5.1- Dobre a região cortada no sentido do menor comprimento e depois no sentido do maior comprimento, buscando a simetria entre as partes. Com o auxílio de uma caneta, façam uma marca na região das dobras e observem os dois vincos, sendo que o de menor comprimento é chamado “eixo menor da elipse” e o vinco de maior comprimento de “eixo maior da elipse”. (É importante notar que os dois eixos devem ser perpendiculares).



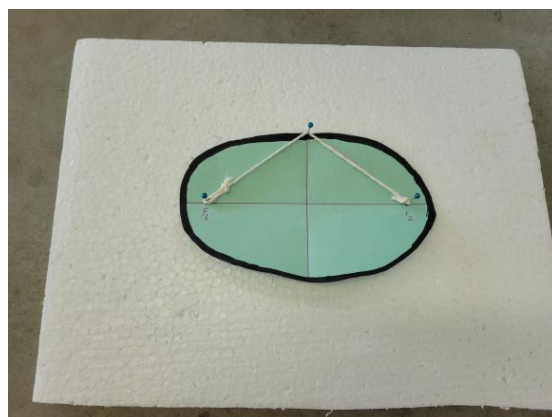
5.2- Com o auxílio de um barbante, meçam metade do eixo maior e com essa medida, façam duas marcas sobre esse eixo equidistantes à extremidade do eixo menor (F_1 e F_2), como indicam as figuras a seguir:



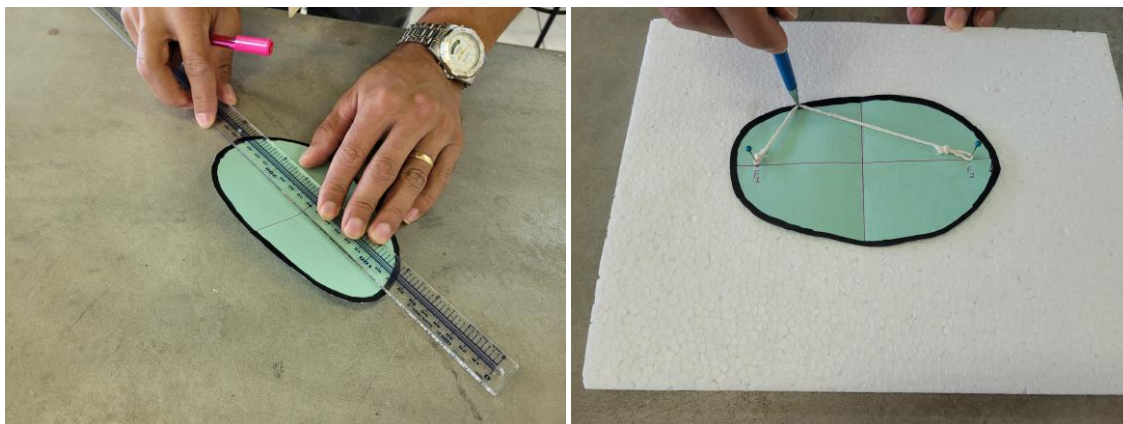
5.3- Nessa etapa é importante que você perceba que as distâncias entre os pontos B_1 e B_2 da figura seguinte e cada um dos focos é a metade do eixo maior ($B_1F_1 = B_1F_2 = B_2F_1 = B_2F_2 = a$).



5.4- Em seguida, com o auxílio de três alfinetes (um em cada foco e um terceiro no ponto B), fixe a figura planificada sobre o isopor. Com o uso de um barbante, interligue os alfinetes, como mostrado na figura seguinte:

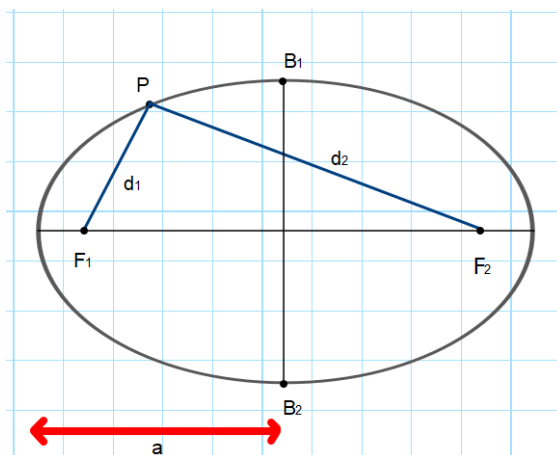


5.5- Substitua o alfinete do ponto B por um lápis e, contornando a curva, sempre observe que o tamanho do barbante não muda.



Aqui é importante que você perceba que essa curva possui a seguinte propriedade: a soma das distâncias de um ponto qualquer da curva aos dois focos (alfinetes) é sempre a mesma, constante e igual ao comprimento do eixo maior (comprimento do barbante). Esta é a condição que define a elipse: **“Elipse é uma curva constituída pelo conjunto de todos os pontos de um plano cuja soma das distâncias a dois pontos fixos desse plano é constante”**.

$$d_1 + d_2 = 2.a = \text{comprimento do barbante}$$



6. ATIVIDADE 4 – Construção de diferentes elipses

6.1 – Uma grandeza importante no estudo das elipses é a chamada **excentricidade (e)**, definida por:

$$e = \frac{f}{E} \quad (0 \leq e < 1)$$

Onde: f = distância do foco ao centro da elipse;

E = Comprimento do semieixo maior da elipse;

Por essa definição, podemos notar que quanto mais achatada for a elipse, mais próximo de 1 será o valor da excentricidade. Abaixo segue uma tabela com os valores da excentricidade de cada planeta do sistema solar:

Planeta	Excentricidade da elipse
Mercúrio	0,20
Vênus	0,07
Terra	0,02
Marte	0,09
Júpiter	0,05
Saturno	0,06
Urano	0,05
Netuno	0,009

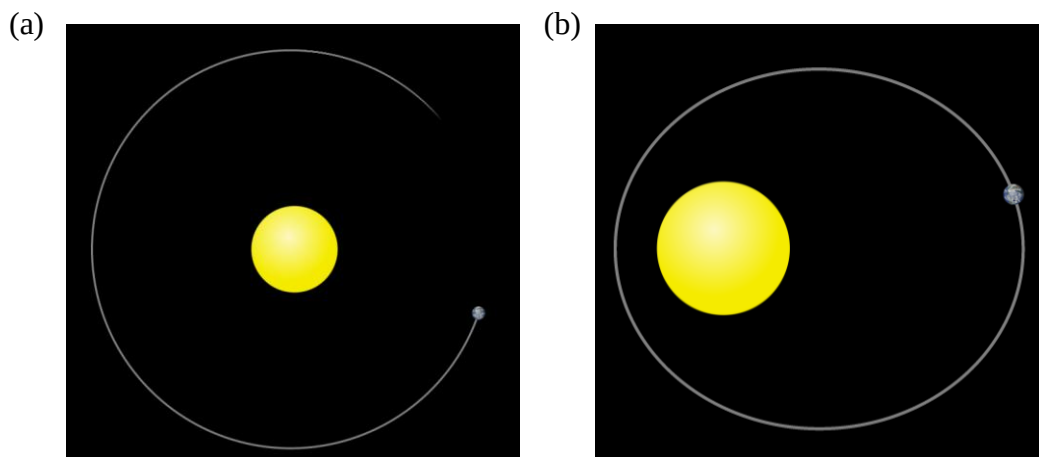
Segundo os dados da tabela e da definição acima, responda:

O planeta do Sistema Solar que possui órbita mais achatada é

_____.

O planeta do Sistema Solar que possui órbita mais próxima de uma circunferência é _____.

6.2- Analisando o valor da excentricidade da órbita do planeta Terra em torno do sol, assinale qual das órbitas a seguir está mais condizente com a realizada pelo nosso planeta?



6.3- Façam elipses de diferentes tamanhos, e em especial, irão explorar dois casos:

1º) Diminua a distância entre os focos até que estes coincidam em um mesmo ponto (aproximadamente). Ao contornarmos este ponto comum com o lápis, qual figura é formada? _____

Perceba que quando os focos coincidem, o valor da excentricidade “e” é igual a zero ($e=0$).

2º) Aumente a distância entre os focos até atingir o comprimento do barbante. Neste caso, a única figura formada pelo lápis é uma _____.

Neste caso, o valor da excentricidade é igual a 1.

7. ATIVIDADE 5 – Síntese Integradora

7.1- Discuta com seus colegas e com o professor sobre o enunciado da primeira lei de Kepler. Escreva de forma sucinta o que compreendeu.

2.2.3 Roteiro da Segunda Atividade Experimental

IDENTIFICAÇÃO

Escola:_____ Turma:_____

Estudante: _____ Data: __/__/__

Roteiro da Atividade Prática (VERIFICAÇÃO DA SEGUNDA LEI DE KEPLER)

1. OBJETIVOS

➤ Objetivo Geral:

- Levar o aluno a compreender a segunda Lei de Kepler através da verificação experimental dessa lei (lei das áreas).

➤ Objetivos específicos:

- Determinar o período de um objeto em uma trajetória elíptica;
- Medir a massa de farinha que cai sobre uma determinada região da órbita elíptica;
- Identificar e calcular a área varrida pelo vetor posição do objeto em relação ao centro da órbita;

2. MATERIAIS NECESSÁRIOS

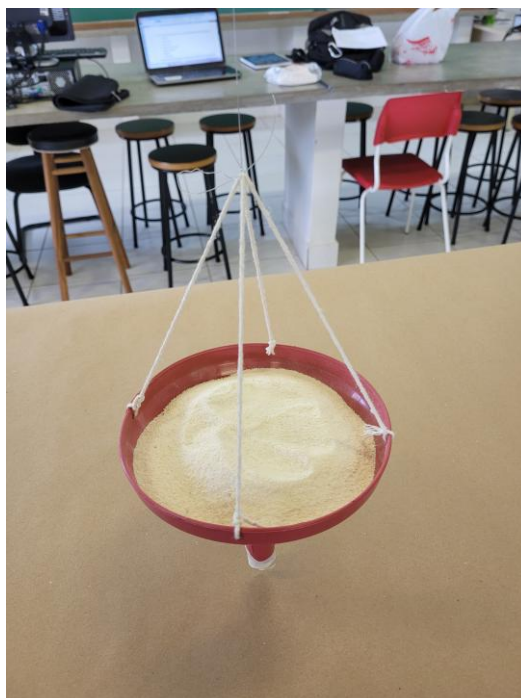
- Barbante ou linha inextensível;
- 1 Funil maior e outro menor;
- 1 kg de Farinha de mandioca;
- Fita Crepe;
- Cronômetro (celular);
- Calculadora (opcional);
- Folha grande de papel (1m x 1m);
- Balança digital;
- 1 régua;
- Pincel atômico (canetão);
- 4 pedaços de cartolina;
- 4 Béqueres;

3. PROCEDIMENTO

3.1- Faça uma divisão da base superior do funil maior em quatro partes aproximadamente iguais. (veja a figura seguinte)

3.2- Faça quatro furos e amarre dois barbantes afim de pendurar o funil. (veja a figura seguinte)

Obs: Os dois barbantes devem ter comprimentos aproximadamente iguais.



3.3- Prenda o fio de Nylon próximo ao teto e amarre a outra extremidade aos barbantes que foram presos ao funil.

3.4- Fixe a folha de papel pardo sobre a mesa com a fita crepe (Verifique se a mesma se encontra, aproximadamente, centralizada em relação a posição de equilíbrio do Funil maior;

3.5- Coloque o funil menor dentro do funil maior;

3.6- Verifique se as extremidades dos funis estão coincidindo. Caso seja necessário, com o uso de um estilete iguale as extremidades dos funis.

3.7 - Use uma fita crepe para vedar a extremidade do funil maior;

3.8- Despeje aproximadamente 1 kg de farinha de mandioca no funil. Certifique que a extremidade do funil maior esteja fechada com a fita crepe.

3.9- Faça uma marcação na folha de papel pardo correspondente à posição da extremidade do funil em repouso;

3.10- Desloque o funil carregado de sua posição de equilíbrio e o abandone a partir do repouso. Descreva a trajetória do funil projetada sobre a folha de papel.

3.11- Represente em uma figura o sistema (funil + fio de nylon) quando este se encontra deslocado de sua posição de equilíbrio. Represente no mesmo desenho as forças que atuam sobre o funil e a força resultante.

3.12- Analisando a força resultante no pêndulo, em que sentido esta se assemelha a força resultante que age sobre um planeta?

3.13- Em que ponto da órbita o objeto está mais rápido? Poderia associar com a palavra perigeu?

3.14- Em que ponto da órbita o objeto está mais devagar? Poderia associar com a palavra apogeu?

3.15- Deixe o funil carregado oscilar algumas vezes. O sistema é conservativo ou não?

3.16- Desloque o funil carregado de sua posição de equilíbrio e o impulsione lateralmente a partir do repouso. Descreva a trajetória do funil projetada sobre a folha de papel.

3.17- Desloque o funil carregado de sua posição de equilíbrio e o impulsione lateralmente várias vezes. A trajetória do funil projetada sobre a folha de papel é sempre a mesma figura geométrica?

3.18- Utilize um cronômetro (celular) para medir o intervalo de tempo necessário para que o funil complete 5 voltas. Anote esse intervalo de tempo Δt , faça uma média e obtenha o período T do funil em uma órbita elíptica.

Intervalo de tempo Total	$\Delta t =$
Período orbital	$T =$

3.19- Faça vários lançamentos com a extremidade fechada afim de obter uma órbita elíptica sobre o plano do papel.

3.20- Coloque quatro faixas de cartolina sobre a folha de papel em regiões da órbita esperada, conforme ilustra a figura a seguir. Enumere cada pedaço de cartolina e associe a cada posição deste no papel pardo.



3.21- Retire a fita crepe da extremidade do funil (Tome cuidado em fazer essa etapa fora da região das faixas cobertas pelos pedaços de cartolina) e faça um lançamento afim de obter uma órbita elíptica, conforma ilustra a figura a seguir.

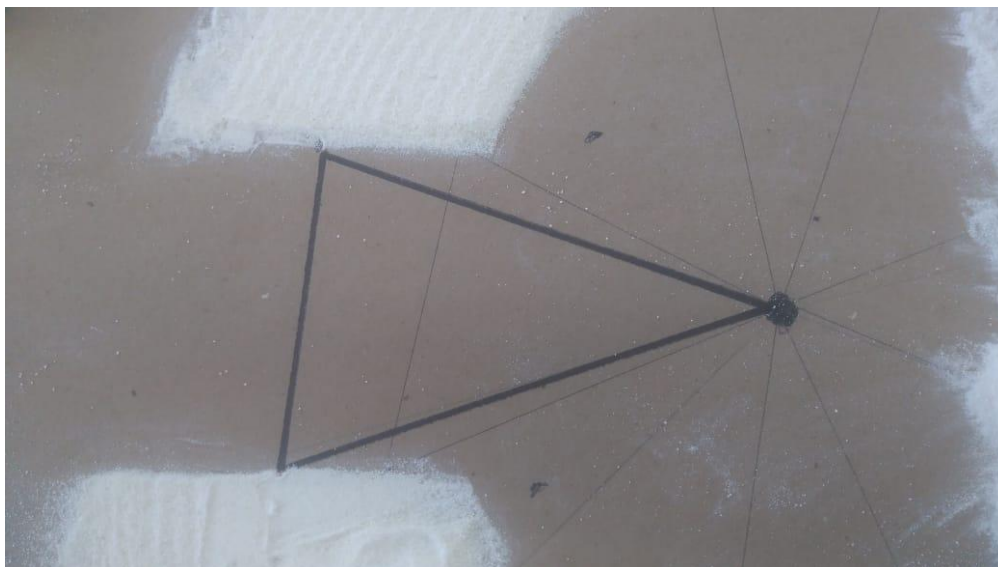


3.22- Após 5 voltas, pare o funil no mesmo ponto em que ele iniciou o movimento (fora da região dos pedaços de cartolina).

3.23- Transfira a massa de farinha que caiu sobre cada pedaço de cartolina para um recipiente(béquer), meça as respectivas massas em uma balança digital e anote os valores na tabela a seguir.

M1	M2	M3	M4

3.24- Determine o ponto médio da órbita e calcule a área aproximada em relação ao centro da trajetória, conforme ilustra a figura a seguir. Anote os valores das áreas em uma tabela.



A1	A2	A3	A4

3.25- Considerando que a abertura no fundo do funil permite a vazão de farinha a uma taxa razoavelmente constante, a massa de farinha depositada em qualquer arco da elipse será proporcional ao tempo que o corpo leva para percorrer o arco. Cada pedaço de papel disposto ao longo do trajeto coletará, portanto, uma massa de farinha proporcional ao tempo necessário para o copo passar sobre este papel. Tendo em vista essas informações, determine as velocidades areolares ($A/\Delta t$) em termos de massa sobre cada faixa de cartolina.

$A1/M1$	$A2/M2$	$A3/M3$	$A4/M4$

3.26- Discuta os resultados obtidos no item anterior. Os resultados da divisão A/M foram próximos?

3.27- Discuta com seus colegas estudantes, com o professor e enuncie a segunda lei de Kepler (Lei das áreas).

2.2.4 Roteiro da Terceira Atividade Experimental

IDENTIFICAÇÃO

Escola: _____ Turma: _____

Estudante: _____ Data: __/__/__

Roteiro da Atividade Prática (SIMULADOR “GRAVIDADE E ÓRBITAS”)

O que se pretende:

- Compreender como a gravitação atua nos corpos celestes naturais e artificiais;

Onde encontrar a simulação: Abra o seguinte link https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulations/gravity-and-orbits no seu navegador.

E agora? O que fazer?

➤ ATIVIDADE 1 (Conhecendo a simulação)

Primeiramente você irá escolher entre: *modelo* ou *escalar*. Clique na opção **modelo**

ATIVIDADE 1.1: Verificação do período orbital da Terra em torno do Sol.

- No alto da tela a esquerda modifique o zoom para o máximo possível;
- No alto da tela a direita selecione os itens (caminho e grade);
- Na parte de baixo a esquerda selecione (Rápido);
- Memorize o ponto de partida do planeta, e de o *play*;
- Quando o planeta estiver quase completando uma volta, pause a simulação e coloque em câmera normal ou lenta no menu inferior esquerdo (lento).
- Quando o planeta retornar a posição inicial, pause a simulação e anote o valor do período orbital (tempo necessário para que o planeta complete uma volta):

$T =$ _____;

ATIVIDADE 1.2: Verificação do período orbital da Lua em torno da Terra.

- Clique no botão laranja na parte inferior à direita, para reiniciar o simulador;
- No menu superior a direita selecione a terceira opção, sistema Terra-Lua;
- No alto da tela a esquerda modifique o zoom para o máximo possível;
- No alto da tela a direita selecione os itens (caminho e grade);
- Na parte de baixo a esquerda selecione Rápido (câmera acelerada);
- Memorize o ponto de partida da Lua, e dê o *play*;
- Quando a lua estiver quase completando uma volta, pause a simulação e coloque em câmera normal ou lenta no menu inferior esquerdo (lento).
- Quando a Lua retornar à posição inicial, pause a simulação e anote o valor do período orbital:

$T =$ _____;

ATIVIDADE 1.3 Verificação dos valores da força gravitacional

- Clique no botão laranja na parte inferior à direita, para reiniciar o simulador;
- No menu superior a direita selecione a terceira opção, sistema Terra-Lua;
- No alto da tela a esquerda modifique o zoom para o máximo possível;
- No alto da tela a direita selecione os itens (caminho, grade e força da gravidade);
- Na parte de baixo a esquerda selecione (câmera acelerada);
- Dê o *play*;

A intensidade da força gravitacional (indicada pelo comprimento do vetor) varia durante o movimento da lua? Justifique sua resposta com base na lei da gravitação universal de Newton.

ATIVIDADE 1.4: Verificação dos valores da velocidade orbital

- Clique no botão laranja na parte inferior à direita, para reiniciar o simulador;
- No alto da tela a direita selecione os itens (caminho, grade e velocidade);
- Na parte de baixo a esquerda selecione (câmera acelerada);
- Dê o *play*;

A intensidade do vetor velocidade varia durante o movimento da Terra? Justifique sua resposta com base no movimento observado.

- Clique no botão laranja na parte inferior à direita para reiniciar o simulador.
- Selecione os itens (caminho, grade, velocidade e força da Gravidade) no alto da tela a direita.
- No alto da tela a esquerda modifique o zoom para o máximo possível;
- Clique, segure e arraste o botão do mouse sobre o vetor velocidade para diminuir sua intensidade (diminuir seu comprimento), mas mantendo sua direção e sentido.
- Repita esse último, alterando apenas o valor da velocidade inicial do planeta Terra e visualize as órbitas geradas. Caso o planeta venha a colidir com o sol, reinicie a simulação.

O fato da intensidade dos vetores força gravitacional e velocidade variar ou não, tem relação com o tipo de órbita (circular ou elíptica)? Justifique sua resposta com base no observado.

➤ **ATIVIDADE 2(Gravidade e órbitas)**

- Clique no botão laranja na parte inferior à direita, para reiniciar o simulador;
- No alto da tela a direita selecione os itens (caminho, grade, força de gravidade e velocidade);
- Na parte de baixo a esquerda selecione (câmera acelerada);
- Dê o play;

Responda as questões:

1. A direção do vetor velocidade se altera? Em caso afirmativo, qual o *tipo* de aceleração a qual o objeto está submetido, (centrípeta ou tangencial)? Qual a causa dessa aceleração?

- No menu a direita ao lado do sistema Sol-Terra reinicie a simulação;
- No menu a direita, diminua a massa da estrela a 0,5.

2. Se a massa do Sol diminuir pela metade, o que acontece com o planeta? Justifique a sua resposta.

- No menu a direita ao lado do sistema Sol-Terra reinicie a simulação;
- No menu a direita, aumente a massa da estrela a 2,0.

3. Se a massa do Sol duplicar, o que acontece com a órbita do Planeta? Justifique sua resposta.

- No menu a direita ao lado do sistema Sol-Terra reinicie a simulação;
- No menu a direita, aumente a massa da Terra a 2,0.

4. Se a massa da Terra duplicar, o que acontece com o Planeta? A força gravitacional sofreu alteração? E a aceleração do planeta Terra, alterou? Justifique sua resposta.

5. Se as massas do Sol e da Terra diminuïrem pela metade, o que acontece com o Planeta? Justifique sua resposta.

- No menu a direita ao lado do sistema Sol-Terra reinicie a simulação;
- Com a simulação em movimento selecione a opção “sem gravidade”.

6. Se não houvesse a Força Gravitacional sobre a Terra, qual seria a trajetória do Planeta? Justifique a resposta.

- No menu a direita selecione a quarta opção sistema Terra-Satélite;
- Selecione a opção “com gravidade”;
- Reinicie a simulação (a direita do sistema Terra-Satélite) e dê o Play;

7. Qual seria a trajetória de um satélite em torno da Terra? Quais forças atuam sobre o satélite? Escreva a expressão matemática para essa força. Essa força gera aceleração centrípeta ou tangencial? Qual é a expressão matemática para a velocidade do satélite nessa situação? E qual é a expressão matemática para o período orbital do satélite nessa

situação?

8. Se a massa da Terra diminuir pela metade, o que acontece com a força gravitacional? E o que acontece com o satélite?

9. Se a massa do satélite duplicar, o que acontece com a força gravitacional? E o que acontece com o satélite? Justifique.

➤ **ATIVIDADE 3 (Ampliando os conhecimentos)**

- Clique no botão laranja na parte inferior à direita, para reiniciar o simulador;
- No alto da tela a direita selecione os itens (caminho, grade, força de gravidade e velocidade);
- Na parte de baixo a esquerda selecione (câmera acelerada);
- De o *play*;

3.1- Pause a simulação, diminua o zoom e aumente a distância Terra-Sol. O que acontece com o planeta Terra?

3.2- Reinicie a partir do botão ao lado do sistema Terra-Sol. Altere o módulo da velocidade do planeta sua velocidade, obtenha uma órbita estável. O que ocorre com as intensidades dos vetores força gravitacional e velocidade orbital nesta nova órbita?

- Clique no botão laranja na parte inferior à direita, para reiniciar o simulador;
- No menu a direita selecione a quarta opção sistema Terra-Satélite Artificial;
- No alto da tela a direita selecione os itens (caminho, grade, força de gravidade e velocidade);
- De o *play*;

3.3- Modificando os parâmetros velocidade e distância do Satélite ao planeta, obtenha uma órbita estável com período de aproximadamente 500 min. Justifique o resultado observando os novos valores de velocidade e distância.

R = _____

V = _____

2.2.5 Questionário Final

IDENTIFICAÇÃO

Escola: _____ Turma: _____

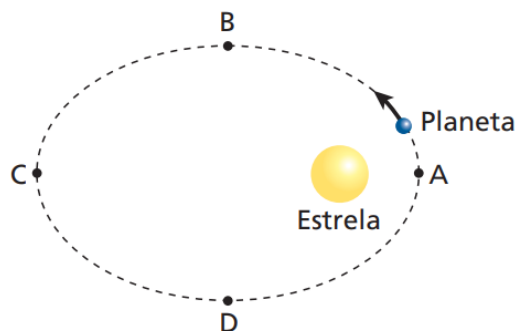
Estudante: _____ Data: __/__/__

Questionário Final: Com base em seus conhecimentos, responda as seguintes questões.

1. Fundamentado na teoria de Nicolau Copérnico e com base nos dados obtidos por Tycho Brahe, Johannes Kepler documentou as leis que regem o movimento dos planetas. Sobre essas leis, assinale a alternativa correta.

- a) O período de revolução de um planeta é proporcional ao raio de sua órbita.
- b) Em intervalos de tempos iguais, a área varrida por um planeta é maior quanto maior for a distância em relação ao Sol.
- c) A primeira lei de Kepler estabelece que os planetas se movem em órbitas circulares em torno do Sol.
- d) O movimento de um planeta é uniforme (velocidade constante).
- e) As leis de Kepler são válidas para quaisquer sistemas em que corpos gravitam em torno de um corpo central.

2. Um planeta descreve trajetória elíptica em torno de uma estrela que ocupa um dos focos da elipse, conforme indica a figura abaixo. Os pontos A e C estão situados sobre o eixo maior da elipse e os pontos B e D, sobre o eixo menor.



Se t_{AB} e t_{BC} forem os intervalos de tempo para o planeta percorrer os respectivos arcos de elipse, e se $\mathbf{F}_A$ e $\mathbf{F}_B$ forem, respectivamente, as forças resultantes sobre o planeta nos pontos A e B, pode-se afirmar que:

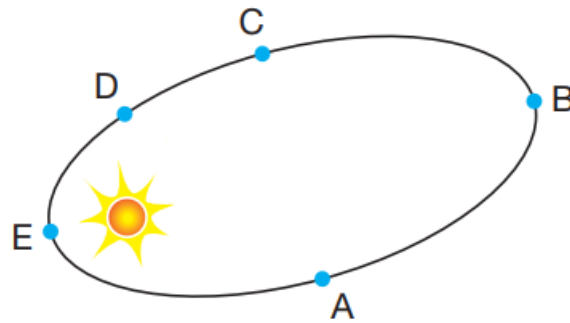
- a) $t_{AB} < t_{BC}$ e que $\mathbf{F}_A$ e $\mathbf{F}_B$ apontam para o centro da estrela.
- b) $t_{AB} < t_{BC}$ e que $\mathbf{F}_A$ e $\mathbf{F}_B$ apontam para o centro da elipse.
- c) $t_{AB} = t_{BC}$ e que $\mathbf{F}_A$ e $\mathbf{F}_B$ apontam para o centro da estrela.
- d) $t_{AB} = t_{BC}$ e que $\mathbf{F}_A$ e $\mathbf{F}_B$ apontam para o centro da elipse.
- e) $t_{AB} > t_{BC}$ e que $\mathbf{F}_A$ e $\mathbf{F}_B$ apontam para o centro da estrela.

3. Aproximadamente, durante um período de quase dois mil anos, a humanidade aceitou a teoria geocêntrica, isto é, a Terra como centro do Universo. Graças ao trabalho de grandes cientistas, entre eles Johannes Kepler, estabeleceu-se a verdade em relação ao Sistema Solar, a teoria heliocêntrica tendo o Sol como o centro do Sistema Solar e os planetas girando ao seu redor. Com relação às leis enunciadas por Kepler, assinale a alternativa correta.

- a) Um planeta em órbita em torno do Sol não se move com velocidade constante, mas de tal maneira que uma linha traçada do planeta ao Sol varre áreas iguais em intervalos de tempo iguais.
- b) Todos os planetas do Sistema Solar, incluindo a Terra, giram em torno do Sol em órbitas circulares, tendo o Sol como centro.
- c) Periélio é a aproximação entre os planetas e o Sol, enquanto que afélio é o afastamento entre os planetas e o Sol. No inverno ocorre o periélio.
- d) A segunda lei de Kepler prova que a maior velocidade de translação dos planetas, no periélio, é menor que nos pontos mais afastados, no afélio.

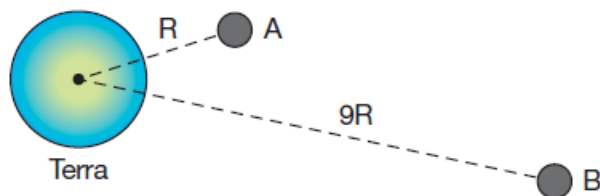
e) As leis enunciadas por Kepler são válidas apenas para o Sistema Solar.

4. Na figura a seguir, que representa esquematicamente o movimento de um planeta em torno do Sol, a velocidade do planeta é maior em:



- a) A
- b) B
- c) C
- d) D
- e) E

5. Um satélite artificial A se move em órbita circular em torno da Terra com um período de 25 dias. Um outro satélite B possui órbita circular de raio 9 vezes maior do que A. Calcule o período do satélite B.

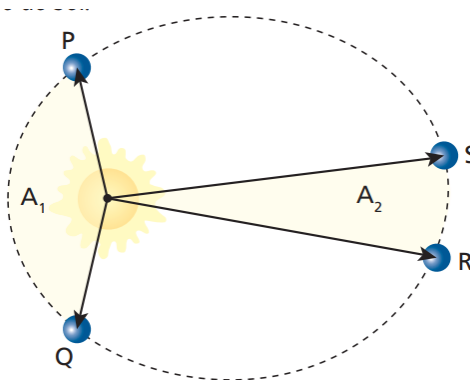


- a) 75 dias;
- b) 225 dias;
- c) 625 dias;
- d) 675 dias;
- e) 2025 dias;

6. Um astronauta flutua no interior de uma nave em órbita em torno da Terra. Isso ocorre porque naquela altura:

- a) não há gravidade.
- b) a nave exerce uma blindagem à ação gravitacional da Terra.
- c) existe vácuo.
- d) o astronauta e a nave têm aceleração igual à da gravidade, isto é, estão numa espécie de “queda livre”.
- e) o campo magnético terrestre equilibra a ação gravitacional.

7. Na figura a seguir, está representada a órbita elíptica de um planeta em torno do Sol:



Se os arcos de órbita PQ e RS são percorridos em intervalos de tempo iguais, qual a relação entre as áreas A1 e A2?

- a) $A_1 = A_2$.
- b) $A_1 \cong A_2$
- c) $A_1 > A_2$
- d) $A_1 < A_2$
- e) Não há dados suficientes para estabelecer uma relação entre as áreas.

8. “Que graça pode haver em ficar dando voltas na Terra uma, duas, três, quatro... 3 000 vezes? Foi isso que a americana Shannon Lucid, de 53 anos, fez nos últimos seis meses a bordo da estação orbital russa Mir...” Revista Veja, 2/10/96.

Em órbita circular, aproximadamente 400 km acima da superfície, a Mir move-se com velocidade escalar constante de aproximadamente 28 080 km/h, equivalente a $7,8 \cdot 10^3$ m/s. Utilizando-se o raio da Terra como $6 \cdot 10^6$ m, qual é, aproximadamente, o valor da aceleração da gravidade nessa órbita?

- a) zero.
- b) $1,0 \text{ m/s}^2$.
- c) $7,2 \text{ m/s}^2$.
- d) $9,5 \text{ m/s}^2$.
- e) $11,0 \text{ m/s}^2$.

9. O módulo da força gravitacional entre duas pequenas esferas iguais de massa m , cujos centros estão separados por uma distância d , é F . Aumentando a separação entre as esferas para $2d$, qual será o módulo da força gravitacional entre elas?

- a) $2F$
- b) F
- c) $F/2$
- d) $F/4$
- e) $4F$

10. A Estação Espacial Internacional, que está sendo construída num esforço conjunto de diversos países, deverá orbitar a uma distância do centro da Terra igual a $1,05$ do raio médio da Terra. A razão $R = F_e / F$, entre a força F_e com que a Terra atrai um corpo nessa Estação e a força F com que a Terra atrai o mesmo corpo na superfície da Terra, é aproximadamente de:

- a) $0,02$
- b) $0,05$
- c) $0,10$
- d) $0,90$
- e) $1,1$

Gabarito do Questionário Final:

Nº da Questão	Resposta	Nº da Questão	Resposta
01	E	06	D
02	A	07	A
03	A	08	D
04	E	09	D
05	D	10	D

2.3 Possíveis respostas aos questionamentos presentes nos roteiros experimentais e Orientações ao professor

1ª Atividade: Apresentação da proposta e aplicação do questionário diagnóstico

Os estudantes deverão receber as informações gerais sobre as atividades a serem desempenhadas nas próximas aulas, e o professor deve deixar claro os critérios avaliativos. Sugere-se que a participação efetiva nas discussões, a negociação de significados e a realização das atividades teóricas e práticas sejam instrumentos avaliativos. Caso o questionário diagnóstico seja aplicado no formato digital, utilizando plataformas como por exemplo o Google Formulário, isso pode facilitar o feedback aos estudantes (que pode ser imediato), a visualização da porcentagem de acertos em cada questão e a porcentagem de acertos de cada estudante. O formulário pode ser disponibilizado no Google Sala de Aula ou por e-mail, e ser respondido em sala de aula utilizando o celular do próprio estudante.

2ª Atividade: Exibição do filme e debate

Sugiro que o filme seja elemento motivador de discussões sobre o tema e, portanto, o professor deve tomar o cuidado de reservar um tempo ao final da exibição para fomentar a discussão. Temas como poluição espacial, corrida espacial e a Estação Espacial Internacional podem gerar um grande debate ao final da exibição. Durante a aplicação deste produto, cujo relato encontra-se na dissertação intitulada “Atividades Teóricas e Experimentais para o Ensino e Aprendizagem de Tópicos de Gravitação Universal na Educação Básica”, foi exibido o filme “Gravidade”, dirigido por Alfonso Cuarón, mas também considero como boas opções os filmes “Interestelar” e “Perdido em Marte”. Ambos são encontrados em Plataformas de streaming ou em DVD.

3ª Atividade: Aula expositiva dialogada sobre a evolução do modelo do Sistema Solar

O professor deve provocar uma discussão acerca dos modelos planetários do Sistema Solar, de um ponto vista histórico e evolutivo, ressaltando as principais contribuições de cientistas que provocaram mudanças importantes nos modelos aceitos em cada época, como por exemplo as contribuições de Copérnico, Tycho Bahe e Kepler. Os estudantes deverão ser incentivados a participarem ativamente da discussão, resgatando os conhecimentos prévios que eles possam ter sobre o assunto e relacionando com os novos conceitos. Deve ser enfatizado que a compreensão das três Leis de Kepler e da Lei da

atração das massas de Newton são essenciais para o entendimento da cinemática e da dinâmica dos astros sob ação da Gravidade. Por fim, deve-se discutir algumas aplicações tecnológicas da teoria e seu impacto na sociedade, como por exemplo o posicionamento de satélites geoestacionários e seu uso nas telecomunicações.

4ª Atividade: Atividade experimental (“A ELIPSE E A PRIMEIRA LEI DE KEPLER”)

Possíveis respostas aos questionamentos presentes no roteiro experimental e orientações gerais:

Item 2.1: Você já conhecia a figura geométrica denominada elipse antes das atividades do projeto? Você associa algo do dia-dia a uma elipse?

R: Resposta individual de cada estudante. Muitos estudantes associam ao formato de um ovo.

Item 3.3: Copo na vertical: O formato da superfície livre do líquido é uma circunferência. Copo inclinado: O formato da superfície livre do líquido é uma elipse.

Item 5.2: Com o auxílio de um barbante, meçam metade do eixo maior e com essa medida, façam duas marcas sobre esse eixo equidistantes à extremidade do eixo menor (F_1 e F_2), como indicam as figuras a seguir.

R: Alguns grupos tiveram dificuldade na determinação dos focos. O professor deverá acompanhar os grupos e orientar caso a discussão entre os estudantes não levar à conclusão correta para a determinação dos focos.

Item 6.1: O planeta que possui órbita mais achatada é Mercúrio.

Quanto maior for o valor da excentricidade da órbita, mais achatada ela será.

Item 6.1: 1º) Quando os focos coincidem ($e=0$), obtemos uma circunferência.

2º) Já quando a distância entre os focos for igual ao comprimento do barbante, percebemos a formação de uma linha reta; neste caso, o valor da excentricidade é igual a 1.

Item 7.1: Discuta com seus colegas e com o professor sobre o enunciado da primeira lei de Kepler. Escreva de forma sucinta o que compreendeu.

R: A resposta será individual de cada estudante, mas devem seguir na linha de raciocínio de que as órbitas dos planetas do Sistema Solar, em relação ao Sol, não são círculos perfeitos, são elipses, nas quais o Sol ocupa um dos focos.

5ª Atividade: Atividade experimental (“VERIFICAÇÃO DA SEGUNDA LEI DE KEPLER”)

Possíveis respostas aos questionamentos presentes no roteiro experimental e orientações gerais:

Item 3.10: Desloque o funil carregado de sua posição de equilíbrio e o abandone a partir do repouso. Descreva a trajetória do funil projetada sobre a folha de papel.

R: A trajetória no plano da folha será uma reta.

Item 3.11: Represente em uma figura o sistema (funil + fio de nylon) quando este se encontra deslocado de sua posição de equilíbrio. Represente no mesmo desenho as forças que atuam sobre o funil e a força resultante.

R: O estudante deverá representar as forças peso e tração atuando sobre o funil em seu centro de massa. A força peso possui direção vertical e sentido para o centro da Terra. Já a tração possui a mesma direção do fio de nylon que prende o funil e sentido apontando

para o centro do fio. A força resultante é a soma dessas duas forças, cujo módulo é proporcional ao peso do objeto e aponta para a posição de equilíbrio do sistema.

Item 3.12: Analisando a força resultante no pêndulo, em que sentido esta se assemelha a força resultante que age sobre um planeta?

R: A força resultante que atua sobre o funil possui módulo igual a componente da força gravitacional que age sobre ele.

Item 3.13: Em que ponto da órbita o objeto está mais rápido? Poderia associar com a palavra perigeu?

R: No ponto de equilíbrio, onde o objeto se encontra mais próximo à Terra. Sim.

Item 3.14: Em que ponto da órbita o objeto está mais devagar? Poderia associar com a palavra apogeu?

R: No ponto mais alto, ou seja, no ponto da trajetória onde o objeto se encontra mais distante da Terra. Sim.

Item 3.15: Deixe o funil carregado oscilar algumas vezes. O sistema é conservativo ou não?

R: Não, pois devido às forças dissipativas, o sistema para de oscilar após várias oscilações.

Item 3.16: Desloque o funil carregado de sua posição de equilíbrio e o impulsione lateralmente a partir do repouso. Descreva a trajetória do funil projetada sobre a folha de papel.

R: A trajetória projetada no plano da folha é uma elipse.

Item 3.17: Desloque o funil carregado de sua posição de equilíbrio e o impulsione lateralmente várias vezes. A trajetória do funil projetada sobre a folha de papel é sempre a mesma figura geométrica?

R: A trajetória projetada no plano da folha é sempre uma elipse, cuja excentricidade depende do impulso lateral dado no lançamento.

Item 3.18: Utilize um cronômetro (celular) para medir o intervalo de tempo necessário para que o funil complete 5 voltas. Anote esse intervalo de tempo Δt , faça uma média e obtenha o período T do funil em uma órbita elíptica.

R: A resposta será individual de cada grupo. Cabe discutir com os estudantes nesse item o porquê de deixar o sistema completar cinco revoluções e não somente medir o intervalo de tempo de uma única volta.

Item 3.22: Após 5 voltas, pare o funil no mesmo ponto em que ele iniciou o movimento (fora da região dos pedaços de cartolina).

R: O número de voltas deverá ser alterado de acordo com o tamanho do funil utilizado e do diâmetro da abertura inferior através do qual a farinha de mandioca irá escoar.

Item 3.24: Determine o ponto médio da órbita e calcule a área aproximada em relação ao centro da trajetória, conforme ilustra a figura a seguir. Anote os valores das áreas em uma tabela.

R: As áreas foram calculadas por aproximação de triângulos. Durante a aplicação eu deixei os grupos discutirem como iriam calcular essas áreas. Caso veja necessidade, o professor deverá intervir como integrante mais experiente do grupo para auxiliar no cálculo de uma das áreas.

Item 3.26: Discuta os resultados obtidos no item anterior. Os resultados da divisão A/M foram próximos?

R: Os resultados provavelmente não serão exatamente iguais, mas serão próximos. O interessante é discutir com os estudantes o caráter qualitativo do experimento, pois as fontes de erro são muito grandes para querermos um resultado quantitativo com grande exatidão.

Item 3.27: Discuta com seus colegas estudantes, com o professor e enuncie a segunda lei de Kepler (Lei das áreas).

R: A resposta será individual de cada estudante. Esperamos encontrar respostas do tipo: “O vetor posição de um planeta em relação ao centro do Sol varre áreas iguais em intervalos de tempo iguais.”

6ª Atividade: Atividade experimental (SIMULADOR “GRAVIDADE E ÓRBITAS”)

Possíveis respostas aos questionamentos presentes no roteiro experimental e orientações gerais:

Item 1.1: Quando o planeta retornar à posição inicial, pause a simulação e anote o valor do período orbital (tempo necessário para que o planeta complete uma volta):

R: $T = \underline{365 \text{ dias Terrestres}};$

Item 1.2: Quando a Lua retornar à posição inicial, pause a simulação e anote o valor do período orbital:

R: $T = 27 \text{ dias Terrestres};$

Item 1.3: A intensidade da força gravitacional (indicada pelo comprimento do vetor) varia durante o movimento da lua? Justifique sua resposta com base na lei da gravitação universal de Newton.

R: Sim. Podemos ver que o comprimento do vetor força gravitacional representado no centro do planeta Terra possui um maior comprimento quando a Lua passa mais próximo à Terra, o que está de acordo com a Lei da atração das massas, pois essa lei afirma que o módulo da força gravitacional é inversamente proporcional ao quadrado da distância existente entre os centros de massa dos objetos em questão.

Item 1.4: A intensidade do vetor velocidade varia durante o movimento da Terra? Justifique sua resposta com base no movimento observado.

R: Não, pois não é possível observar mudança no comprimento do vetor velocidade durante o movimento da Terra.

O fato da intensidade dos vetores força gravitacional e velocidade variar ou não, tem relação com o tipo de órbita (circular ou elíptica)? Justifique sua resposta com base no observado.

R: Sim. Quanto mais excêntrica (mais achatada) for a trajetória elíptica, maior é variação da distância entre os astros e maior a variação observada nas intensidades da velocidade e força gravitacional durante a órbita.

Item 2.1: A direção do vetor velocidade se altera? Em caso afirmativo, qual o tipo de aceleração a qual o objeto está submetido, (centrípeta ou tangencial)? Qual a causa dessa aceleração?

R: A direção do vetor velocidade do planeta muda a todo momento, mas o seu módulo, representado pelo comprimento do vetor, é praticamente constante. Logo a aceleração do planeta é praticamente centrípeta, e a causa dessa aceleração é uma força, no caso, é a força gravitacional exercida pelo Sol sobre o planeta Terra.

Item 2.2: Se a massa do Sol diminuir pela metade, o que acontece com o planeta? Justifique a sua resposta.

R: O planeta escapa da atração gravitacional do Sol e não retorna mais. Isso acontece porque o módulo da força gravitacional que age sobre o planeta Terra é proporcional ao produto das massas dos dois astros em questão e, ao diminuirmos a massa do Sol à metade, a força de atração gravitacional que age em ambos irá reduzir à metade do valor inicial, produzindo uma aceleração cuja intensidade é metade do valor original. E ao afastar do Sol, o planeta Terra fica sujeito a uma força gravitacional ainda menor, de forma que o planeta se “liberta” da atração gravitacional do Sol.

Item 2.3: Se a massa do Sol duplicar, o que acontece com a órbita do Planeta? Justifique sua resposta.

R: A órbita do planeta Terra com uma excentricidade muito maior, uma vez que ao duplicarmos a massa do Sol, duplica-se a intensidade da força de atração gravitacional que age sobre o planeta, provocando uma aceleração maior.

Item 2.4: Se a massa da Terra duplicar, o que acontece com o Planeta? A força gravitacional sofreu alteração? E a aceleração do planeta Terra, alterou? Justifique sua resposta.

R: Nada, continua com a sua órbita inalterada. A força gravitacional dobra de intensidade. Isso pode ser visualizado através do comprimento do vetor força gravitacional ao duplicarmos a massa do planeta. O fato é justificado pela Lei de Newton da atração das massas, onde o módulo da força de atração gravitacional existente entre dois corpos é diretamente proporcional ao produto das respectivas massas desses objetos. Já a aceleração do planeta não sofreu nenhuma alteração. Isso pode ser justificado através da segunda Lei de Newton. Ao duplicarmos a massa do planeta, duplica-se a intensidade da força que age sobre ele e duplica-se a inércia do corpo, produzindo a mesma aceleração inicial.

Item 2.5: Se as massas do Sol e da Terra diminuïrem pela metade, o que acontece com o Planeta? Justifique sua resposta.

R: O planeta escapa da atração gravitacional e não retorna novamente. Ao diminuirmos cada uma das massas à metade do valor original, o módulo da força gravitacional exercida sobre o planeta diminui para um quarto do valor inicial e a aceleração adquirida pelo planeta cai pela metade, levando o planeta a se afastar do Sol.

Item 2.6: Se não houvesse a Força Gravitacional sobre a Terra, qual seria a trajetória do Planeta? Justifique a resposta.

R: A trajetória seria retilínea com velocidade constante (MRU), o que está de acordo com a primeira lei de Newton.

Item 2.7: Qual seria a trajetória de um satélite em torno da Terra? Quais forças atuam sobre o satélite? Escreva a expressão matemática para essa força. Essa força gera aceleração centrípeta ou tangencial? Qual é a expressão matemática para a velocidade do satélite nessa situação? E qual é a expressão matemática para o período orbital do satélite nessa situação?

R: Trajetória circular. Sobre o satélite atua apenas a força de atração gravitacional. O módulo dessa força é dado pela Lei da atração das massas. Essa é a força resultante que atua sobre o satélite e aponta para o centro da órbita circular. Portanto, a força gravitacional é a resultante centrípeta e produz apenas variação da direção da velocidade do satélite.

$$|\vec{F}_g| = F_g = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \rightarrow G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} = m \cdot \frac{v^2}{r} \rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T} \rightarrow T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

Item 2.8: Se a massa da Terra diminuir pela metade, o que acontece com a força gravitacional? E o que acontece com o satélite?

R: A força gravitacional tem sua intensidade reduzida à metade. O satélite sai de sua órbita e escapa da atração gravitacional da Terra.

Item 2.9: Se a massa do satélite duplicar, o que acontece com a força gravitacional? E o que acontece com o satélite? Justifique.

R: Dobra de intensidade. Já o satélite mantém a mesma órbita, pois está sujeito à mesma aceleração, uma vez que ao dobrarmos a massa do satélite, duplica-se a força que atua sobre ele, mas também sua inércia se torna duas vezes maior, mantendo constante a aceleração do satélite.

Item 3.1: Pause a simulação, diminua o zoom e aumente a distância Terra-Sol. O que acontece com o planeta Terra?

R: O planeta Terra fica em uma órbita cada vez mais elíptica à medida que vamos aumentando a distância Terra-Sol, até chegar na situação em que o planeta escape da

atração gravitacional do Sol e não volte mais. É interessante discutir com os estudantes o conceito de partícula livre, energia potencial gravitacional e energia cinética, com intuito de compreender a condição necessária para que um astro fique em órbita em um sistema.

Item 3.2: Reinicie a partir do botão ao lado do sistema Terra-Sol. Altere o módulo da velocidade do planeta sua velocidade, obtenha uma órbita estável. O que ocorre com as intensidades dos vetores força gravitacional e velocidade orbital nesta nova órbita?

R: A órbita fica com uma excentricidade maior e as intensidades da velocidade e da força gravitacional variam muito durante uma revolução completa.

Item 3.3: Modificando os parâmetros velocidade e distância do Satélite ao planeta, obtenha uma órbita estável com período de aproximadamente 500 min. Justifique o resultado observando os novos valores de velocidade e distância.

R: O período de revolução do satélite em sua órbita é cerca de 92 minutos e o raio de sua órbita é de uma unidade da malha quadriculada. O raio médio da órbita da Estação Espacial Internacional é próximo de 6800 km e seu período de revolução é aproximadamente 92 minutos. Logo, este satélite representado na simulação seria a Estação Espacial Internacional, que viaja a uma velocidade média de aproximadamente 27700 km/h. Utilizando esses dados da Estação Espacial Internacional, podemos aplicar a terceira Lei de Kepler e as equações do item 2.7, obtendo o raio e a velocidade da nova órbita.

$$R = 3,09 \times 6800 \text{ km} \approx 21000 \text{ km};$$

$$V = 0,57 \times 27700 \text{ km/h} \approx 15700 \text{ km/h};$$

Capítulo 3 Texto de apoio ao Professor¹

Este capítulo é dedicado à discussão dos principais conceitos abordados no tema gravitação, dentre os quais podemos destacar a lei da gravitação universal de Newton, o conceito de campo gravitacional, as três leis de Kepler, além de uma breve discussão acerca das leis de Newton e da dinâmica do movimento circular que considero importante para a aplicação do produto educacional.

Como sabemos, a gravitação é o estudo de uma das quatro interações fundamentais da natureza conhecidas até o momento, e foi a primeira a ser estudada extensivamente. Dentre as quatro interações, é a mais fraca, sendo perceptível somente em escalas astronômicas e por isso, todo o desenvolvimento da teoria da gravitação está relacionado ao desenvolvimento da astronomia (NUSSENZVEIG, 2013, p.110, p. 234).

Para iniciarmos, vamos discutir sobre aquele que foi considerado pelo filósofo David Hume como o maior gênio produzido pela espécie humana: Isaac Newton. Nasceu na noite de Natal do ano em que Galileu faleceu (1642) em Woolsthorpe, na atual Inglaterra, órfão de pai e prematuro, Newton foi criado pelos avós tendo herdado uma propriedade de seu pai e recebendo outra como dote de seu padrasto quando sua mãe se casou novamente. Na época as crianças eram educadas para cuidar dos negócios da família, porém Newton não demonstrou interesse nem talento para o trabalho na fazenda, pelo contrário, gostava de construir brinquedos de madeira e observar relógios solares (JUNIOR, 2021, p. 29). Segundo este autor, Newton se interessava pela leitura e pela ciência:

“Além do currículo oficial da escola, baseado na tradição aristotélica, Newton adquiria outros livros. Leu obras sobre a filosofia mecânica, leu também história, fonética e sobre as propostas para uma língua filosófica universal. Interessou-se pela cronologia e profecias bíblicas, e esse interesse perdurou por toda sua vida. Ele leu o Diálogo de Galileu, leu minuciosamente as obras de Descartes e fez várias anotações criticando a óptica. Estudou as leis do movimento planetário de Kepler, e muitos, muitos outros livros.” (FORATO, 2015)

Tendo conhecimento das descobertas de grandes nomes da ciência, tais como Copérnico, Galileu, Kepler e Descartes, Newton compilou esse conhecimento e fundiu às suas próprias descobertas em uma estrutura que ainda hoje é considerada uma das maiores

façanhas da ciência (PSSC, 1963, p. 59; FORATO, 2015). Dentre suas várias descobertas, vamos discutir a lei da gravitação universal que leva o seu nome.

3.1 A lei da Gravitação Universal de Newton

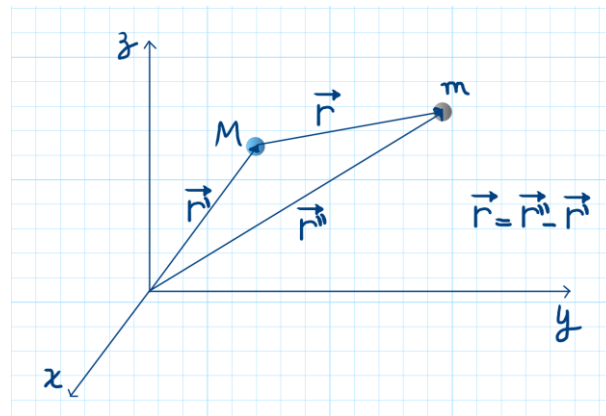
A lei de Isaac Newton para a força de atração gravitacional é a lei de força mais antiga que temos conhecimento e foi descoberta quando o físico inglês tinha entre 23 e 24 anos de idade, durante os anos de 1665 e 1666, período em que ficou isolado em um pequeno sítio da família devido a peste bubônica que assolava a Inglaterra na época (NUSSENZVEIG, 2013, p.113, p.244-245). Segundo este autor, o próprio Newton descreveu, cinquenta anos mais tarde, seus principais feitos nesse período de isolamento:

“No princípio de 1665, achei o método para aproximar séries e a regra para reduzir qualquer potência de um binômio a uma tal série” (binômio de Newton e série binomial). “No mesmo ano, em maio, achei o método das tangentes de Gregory e Slusius” (fórmula de interpolação de Newton) e em novembro o método direto das fluxões (cálculo diferencial); “no ano seguinte, em janeiro, a teoria das cores” (experiências com o prisma sobre decomposição da luz branca), “e em maio os princípios do método inverso das fluxões” (cálculo integral), “e no mesmo ano comecei a pensar na gravidade como se estendendo até a órbita da lua [...]” ((NUSSENZVEIG, 2013, p.244)

Em 1687 Newton publicou a lei da gravitação, que pode ser enunciada da seguinte forma: “Cada partícula do universo atrai qualquer outra partícula com uma força diretamente proporcional ao produto das respectivas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre as partículas.” (YOUNG, 2016, v.2, p. 2)

A fim de enunciarmos matematicamente a lei de Newton da gravitação universal, considere um sistema constituído de duas partículas separadas por uma distância r , de massas iguais a “ M ” e “ m ”, conforme ilustra a figura 3.1:

Figura 3.1: Ilustração de um sistema constituído por duas partículas em um referencial cartesiano.



Fonte: O Autor

Assim, podemos escrever o módulo da força de atração gravitacional “ F_g ” que uma partícula exerce sobre a outra da seguinte forma:

$$|\vec{F}_g| = F_g = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \quad (\text{eq. 3.1})$$

Vetorialmente, a força gravitacional exercida pela partícula de massa “ M ” sobre a partícula de massa “ m ” pode ser escrita como se segue:

$$\vec{F}_g = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r^3} \cdot \vec{r} \quad (\text{eq. 3.2})$$

Ou ainda, considerando $\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}$, podemos reescrever a equação 3.2 da seguinte forma:

$$\vec{F}_g = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \cdot \hat{r} \quad (\text{eq. 3.3})$$

Analisando a equação 3.3, gostaria de ressaltar as seguintes considerações:

- O sinal negativo presente na equação evidencia o caráter atrativo da interação gravitacional exercido pela partícula de massa “ M ” sobre a partícula de massa “ m ”, isto é, a força gravitacional exercida sobre “ m ” aponta no sentido “ $-\hat{r}$ ”;

- Note que “r” é a distância entre as partículas, e não a distância até a origem;
- A constante “G” é chamada de **constante gravitacional** e, em unidades do sistema internacional (S.I.), seu valor aceito atualmente é $G = 6,6739 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2$. Seu valor foi obtido pela primeira vez pelo físico e químico inglês Lorde Henry Cavendish em 1798, no qual utilizando-se uma balança de torção, pôde medir a força de atração entre dois pares de massas conhecidas e determinar o valor da constante. O valor de G encontrado por Cavendish foi $G = 6,71 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2$, que é um valor impressionantemente próximo do valor atual (menos de um por cento de diferença do atual) (NUSSENZVEIG, 2013, p. 252 - 253).
- A linha de ação da interação gravitacional atravessa as duas partículas e, portanto, trata-se de uma força central que satisfaz o princípio da ação e reação (3ª lei de Newton). Assim, a força de atração gravitacional que a partícula de massa “m” exerce sobre a partícula de massa “M”, denotada por $\vec{F}_{mM}$ é dada por: $\vec{F}_{mM} = -\vec{F}_{Mm} = +G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \cdot \hat{r}$
- A força gravitacional entre duas partículas não é alterada pela presença de outros objetos, mesmo que estejam situados entre as partículas. Em outras palavras, nenhum objeto é capaz de “blindar” uma das partículas da força gravitacional exercida por outra partícula (HALLIDAY, 2016, p.90).

Porém, nem sempre os objetos que estão interagindo gravitacionalmente podem ser considerados partículas. Por exemplo, como podemos calcular a força exercida pelo planeta Terra sobre uma partícula próxima à sua superfície? Isaac Newton se deparou com esse problema e desenvolveu a matemática necessária para a sua resolução, hoje denominada cálculo diferencial e integral (PSSC, 1963, p. 64). Nesse caso, claramente o planeta não pode ser considerado uma partícula, diferentemente de quando calculamos a interação gravitacional entre o planeta Terra e o Sol, que apesar de serem enormes

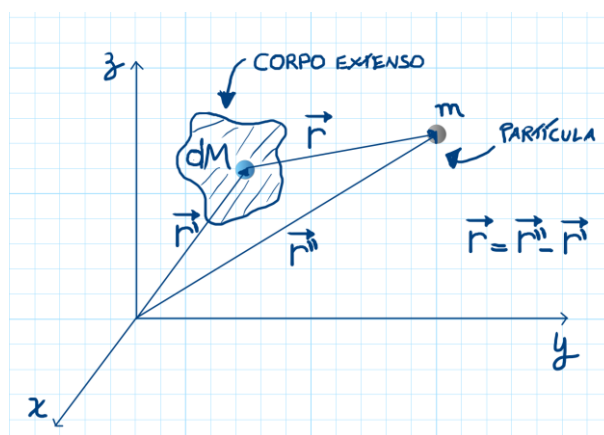
encontram-se muito afastados (cerca de 150 milhões de quilômetros), possibilitando tratá-los como duas partículas.

Para o caso no qual o objeto que exerce a força seja um corpo extenso de massa total “M”, não podemos aplicar diretamente a lei de Newton da Gravitação. Nesse caso devemos considerar que cada pedacinho infinitesimal de massa “dM” presente em um volume infinitesimal “dv” do objeto pode ser interpretado como uma partícula que gera uma força infinitesimal “ $d\vec{F}$ ” sobre a partícula de massa “m” e, portanto, podemos utilizar a equação 3.3 (THORNTON, 2011, p.161). Logo:

$$d\vec{F}_g = -G \cdot \frac{dM \cdot m}{r^2} \cdot \hat{r} \quad (\text{eq. 3.4})$$

Para ilustrar essa transposição, observe que a massa da partícula de massa “M” presente na figura 3.1 encontra-se distribuída no volume do objeto extenso e a partícula existente na mesma posição possui uma massa infinitesimal “dM”.

Figura 3.2: Ilustração para auxiliar a obtenção da força gravitacional exercida por um corpo extenso de massa “M” sobre uma partícula de massa “m”



Fonte: O Autor

Considerando que a força gravitacional seja linear, podemos determinar a força gravitacional resultante exercida pelo objeto extenso de massa “M” sobre a partícula de massa “m” fazendo uma soma vetorial de todas as forças infinitesimais geradas por cada elemento infinitesimal de massa “dM” do corpo extenso (THORNTON, 2011, p.161). Logo:

$$\vec{F}_g = \int d\vec{F}_g = -G \cdot m \cdot \int \frac{dM}{r^2} \cdot \hat{r} \quad (\text{eq. 3.5})$$

Utilizando o conceito de densidade volumétrica de massa $\rho(r') = \frac{dM}{dv'}$, obtemos:

$$\vec{F}_g = -G \cdot m \cdot \int \frac{\rho(r') \cdot dv'}{(|\vec{r}'' - \vec{r}'|)^2} \cdot \hat{r} \quad (\text{eq. 3.6})$$

$$\vec{F}_g = -G \cdot m \cdot \int \frac{\rho(r') \cdot dv'}{(|\vec{r}'' - \vec{r}'|)^3} \cdot (\vec{r}'' - \vec{r}') \quad (\text{eq. 3.7})$$

Vale ressaltar que a integral presente na equação 3.7 deve ser realizada sobre o volume do objeto extenso e para cada elemento infinitesimal de massa “dM” teremos um vetor $\vec{r}'$ diferente apontando em uma nova direção. Logo, r' é a variável de integração utilizada para “varrer” todo o objeto extenso e, portanto, somar todas as contribuições de força gravitacional exercida sobre a partícula de massa “m”. Já o vetor $\vec{r}''$ indica a posição da partícula de massa “m” no referencial cartesiano ilustrado na figura 3.2 e é constante caso a partícula esteja em repouso nesse referencial. Ao realizar a integral, a força gravitacional sobre a partícula ficará em função da constante da gravitação “G”, das massas “m” da partícula e “M” do corpo extenso e da posição da massa “m”.

Um cuidado importante que devemos tomar é verificar se a densidade volumétrica de massa $\rho(r')$ do corpo extenso é uniforme ao longo de seu volume, a fim de retirá-la da integral, pois a mesma pode variar ao longo do volume do corpo extenso. Como exemplo, podemos citar o caso do nosso planeta que através do estudo de ondas sísmicas descobrimos que a distribuição de massa do planeta está longe de ser uniforme e, portanto, a densidade de massa não pode ser retirada da integral presente na equação 3.7 (NUSSENZVEIG, 2013, p.264). Outro detalhe importante é caso o objeto de massa “m” também seja um corpo extenso, tornando assim o resultado obtido pela equação 3.6 um elemento infinitesimal “ $d\vec{F}$ ” de força gravitacional sobre um elemento infinitesimal de massa “dm” e, portanto, uma nova integral se faz necessária (THORNTON, 2011, p. 162).

Determinar a força gravitacional por esse processo geralmente é uma tarefa difícil e trabalhosa, mesmo para os casos mais simples, como por exemplo a força exercida por um objeto esférico homogêneo de massa “M” e raio “R” sobre uma partícula de massa

“m”. Hoje esse problema pode ser facilmente resolvido aplicando o teorema de Gauss para a gravitação (THORNTON, 2011, p. 170), mas no séc. XVII Newton enfrentou esse problema e teve que inventar a matemática necessária para a sua resolução (cálculo diferencial e integral), chegando à conclusão em 1685 que corpos com simetria esférica de massa atraem-se como se toda a sua massa estivesse concentrada em seus centros. Este resultado possui grande importância na análise do experimento de Cavendish no qual as esferas são colocadas muito próximas entre si que interagem como se fossem partículas, o que não seria verdade caso não fossem esféricas (PSSC, 1963, p. 64; NUSSENZVEIG, 2013, p. 259-266).

A partir da equação 3.7 podemos definir o campo gravitacional $\vec{g}$ gerado pelo objeto extenso de massa “M” no local onde se encontra a partícula de massa “m”, definido como sendo a força por unidade de massa naquela posição. Logo, campo gravitacional possui dimensão de força por unidade de massa, análogo à aceleração, e por isso muitas vezes essa grandeza é denominada aceleração gravitacional (THORNTON, 2011, p. 162). Matematicamente, temos:

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}_g}{m} \quad (\text{eq. 3.8})$$

Substituindo a expressão da força gravitacional exercida por um corpo extenso sobre uma partícula, dada pela equação 3.6, na equação 3.7, obtemos:

$$\vec{g} = -G \cdot \int \frac{\rho(r') \cdot dv'}{(r'' - r')^3} \cdot (\vec{r}'' - \vec{r}') \quad (\text{eq. 3.9})$$

Já o campo gravitacional gerado por um objeto pontual de massa “M” é dado por:

$$\vec{g} = -G \frac{M}{r^2} \hat{r} \quad (\text{eq. 3.10})$$

Note que as expressões (eq.3.9 e eq.3.10) representam o campo gravitacional do objeto de massa “M” e não tem nada a ver com a partícula de massa “m”. Assim, diferentes objetos colocados em um mesmo ponto do espaço sob influência do campo gravitacional produzido pela massa “M” serão sujeitos a diferentes forças gravitacionais,

porém, irão experimentar uma mesma aceleração $\vec{g}$. Outra observação importante é que o campo gravitacional gerado por um objeto depende da distância “r” e da posição relativa ($\hat{r}$) a este corpo. Como exemplo, podemos citar o campo gravitacional gerado pelo planeta Terra. Próximo à superfície da Terra este tem módulo aproximadamente constante, e seu valor numérico é $g_T \cong 9,8 \text{ m/s}^2$. Dessa forma, na ausência de forças de atrito, diferentes objetos abandonados nas proximidades da superfície do nosso planeta são atraídos para o centro da Terra com diferentes forças, mas sofrem uma mesma aceleração.

Além da lei da gravitação universal, em 1687 Newton publicou os princípios fundamentais da dinâmica (as três leis de Newton) em sua obra denominada “*Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*” (Os Princípios Matemáticos da Filosofia Natural), que é reconhecida por muitos como a obra científica mais importante e de maior influência escrita pela humanidade até os dias atuais (NUSSENZVEIG, 2013, p. 248).

3.2 As três Leis do movimento

Essa seção será dedicada para a discussão sobre as três leis de Newton, a saber: a primeira lei é a lei da inércia, a segunda é o princípio fundamental da dinâmica e a terceira é a lei da ação e reação.

3.2.1 A primeira Lei de Newton (Lei da Inércia)

No primeiro livro do “*Principia*”, Newton enuncia a lei da inércia que hoje é conhecida como a primeira lei de Newton e pode ser enunciada da seguinte forma: “Todo corpo persiste em seu estado de repouso, ou de movimento retilíneo uniforme, a menos que seja compelido a modificar esse estado pela ação de forças impressas sobre ele” (NUSSENZVEIG, 2013, p. 93). Dessa forma, a inércia é compreendida como uma característica própria da matéria e, portanto, tudo que possui matéria tem inércia, e mais, para vencer essa tendência inercial de um objeto, é necessária a intervenção de uma força resultante externa.

Neto (2004, p. 11) enuncia essa lei com as seguintes palavras: “Uma partícula livre (partícula que não está sujeita a nenhuma interação) ou está em repouso ou em movimento retilíneo com velocidade constante”. Este autor apresenta a lei da inércia tendo em vista uma partícula livre, que é um caso particular de força resultante nula e que

uma força é vista como resultado de uma interação entre dois objetos. Ainda segundo este autor, poderíamos pensar de forma ingênua e inadvertidamente que primeira a lei de Newton seria um caso particular da segunda lei e que, portanto, bastariam duas leis, o que de fato não é verdade, já que a primeira lei define um referencial inercial para o qual as outras duas leis são válidas, isto é, as três leis são complementares. Esse sentido fica claro no enunciado da primeira lei por Lemos (2007, p. 6): “Existem sistemas de referência, ditos inerciais, em relação aos quais toda partícula isolada descreve um movimento retilíneo uniforme”. Segundo este autor, está implícito nessa lei que o tempo é absoluto na visão newtoniana e que uma partícula isolada é aquela que se encontra suficientemente distante de qualquer objeto material.

Convém aqui destacar que esse princípio já havia sido publicado por Galileu em 1632, em sua obra intitulada “Diálogos Sobre os Dois Principais Sistemas do Mundo”, contrariando o pensamento aristotélico de que, para colocar um objeto em movimento e para manter esse objeto em movimento seria necessário aplicar uma força sobre ele constantemente. Galileu publicou que o movimento de uma esfera lançada sobre um plano horizontal sem atrito seria retilíneo e uniforme (MRU), ou seja, não há necessidade da ação de uma força para manter um objeto em MRU, pelo contrário, a ausência de forças na direção horizontal é que justifica o movimento da esfera ser retilíneo e uniforme (NUSSENZVEIG, 2013, p. 91-93).

3.2.2 A segunda Lei de Newton (Princípio Fundamental da Dinâmica)

A partir do enunciado da primeira lei notamos que, quando a velocidade vetorial de um objeto varia, seja em módulo e/ou direção, é porque este está interagindo com outro objeto. Dessa interação resulta uma grandeza física vetorial denominada força $\vec{F}$. A segunda lei de Newton estabelece uma proporcionalidade entre a resultante das forças $\vec{F}_R$ que agem sobre um objeto e a taxa com que a velocidade do mesmo varia, $\frac{d\vec{v}}{dt}$, que é denominada aceleração $\vec{a}$. Ainda mais, a constante de proporcionalidade entre essas duas grandezas é um coeficiente de inércia do objeto sobre o qual atua a força resultante. A esse coeficiente denominamos massa inercial “m” do objeto, que é uma medida da quantidade de matéria presente no corpo (NUSSENZVEIG, 2013, p. 94-95). Ainda sobre esse conceito, Neto (2004, p. 11) relata que a massa inercial presente na segunda lei de

Newton, a princípio, pode ter natureza diferente das massas presentes na lei da gravitação universal, denominadas massas gravitacionais. Este autor afirma que apesar de não termos evidências experimentais da verdadeira existência de alguma diferença entre elas, este é um ponto importante da física no que diz respeito ao “Princípio da equivalência de Einstein” (ponto de partida da teoria da Relatividade Geral).

Doca (2012, p. 142) enuncia o princípio fundamental da dinâmica da seguinte forma: “Se $\vec{F}$ é a resultante das forças que agem em uma partícula, então, em consequência de $\vec{F}$, a partícula adquire na mesma direção e no mesmo sentido da força uma aceleração $\vec{a}$, cujo módulo é diretamente proporcional à intensidade da força.” Este autor, escreve matematicamente a segunda lei de Newton da seguinte forma:

$$\vec{F}_R = m \cdot \vec{a} \quad (\text{eq. 3.11})$$

Na equação 3.11, $\vec{F}_R$ representa a resultante das forças que agem sobre uma determinada partícula e é obtida fazendo-se a soma vetorial de todas as forças oriundas de todas interações a que este objeto esteja acometido. Sua unidade, no Sistema Internacional (SI) de unidades é o newton (N), definido de forma que uma força de intensidade 1 N é tal que, quando aplicada sobre uma partícula de massa 1 kg, produz na sua direção e sentido uma aceleração de módulo 1 m/s² (NUSSENZVEIG, 2013, p. 96).

A unidade de massa no SI é o quilograma (kg), que era definida até 19 de maio de 2019 em termos da massa de um protótipo de platina iridiada (um objeto cilíndrico feito de uma liga de platina e irídio com 39 milímetros de diâmetro e 39 milímetros de altura, cuja massa devia ser igual a massa de 1 decímetro cúbico de água destilada a 4,44 °C). A partir de 20 de maio de 2019, o quilograma passou a ser definido em termos da constante de Planck $h = 6,62607015 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} = 6,62607015 \times 10^{-34} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. Dessa forma, o quilograma passou a ser definido em termos do metro (m) e do segundo (s), que já eram definidos em termos de propriedades físicas invariantes, como por exemplo, a velocidade da luz no vácuo. Essa mudança foi realizada durante a 26ª reunião da Conferência Geral de Pesos e Medidas (CGPM), ocorrida em novembro de 2018 e implantada a partir de 20 de maio de 2019 (WIKIPÉDIA-SI, 2022).

Segundo Nussenzveig (2013, p. 98), a equação 3.11 não retrata a forma com que Isaac Newton enunciou a segunda lei. Ele a definiu em termos da grandeza física por ele

denominada “quantidade de movimento”, que hoje é conhecida por momento linear $\vec{p}$. Newton definiu essa grandeza da seguinte forma: “A quantidade de movimento é a medida do mesmo, que se origina conjuntamente da velocidade e da massa”. Hoje dizemos que o momento linear de uma partícula é uma grandeza física vetorial definida pelo produto de sua massa “m” por sua velocidade $\vec{v}$. Em linguagem matemática, temos:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} \quad (\text{eq. 3.12})$$

Com base nessa grandeza (quantidade de movimento ou momento linear) Newton enunciou a segunda lei da seguinte forma: “A variação do momento é proporcional à força impressa, e tem a direção da força” (NUSSENZVEIG, 2013, p. 98). Segundo este enunciado, a força resultante em uma partícula é igual à taxa de variação temporal do momento linear da mesma, que pode ser expressa segundo a equação:

$$\vec{F}_R = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (\text{eq. 3.13})$$

Da definição de momento (equação 3.12), temos:

$$\vec{F}_R = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v} \cdot \frac{dm}{dt} \quad (\text{eq. 3.14})$$

Nussenzveig (2013, p. 98) afirma que essa forma de enunciar a segunda lei de Newton oferece vantagens em relação à expressa pela equação 3.11, como por exemplo, a equação 3.13 continua válida na mecânica relativística, evidencia o estudo de sistemas de massa variável, além de realçar a importância da grandeza física momento linear que possui uma lei de conservação. Sabemos que a limitação imposta pelas operações matemáticas envolvidas no formalismo da equação 3.13 impede, muitas vezes, que ela seja trabalhada no ensino médio. Uma alternativa apresentada por Doca (2012, p. 356) é trabalharmos a segunda lei de Newton escrita em termos do teorema do impulso e quantidade de movimento. De acordo com esse autor, “O impulso da resultante (impulso total) das forças sobre uma partícula é igual à variação de sua quantidade de movimento:

$\vec{l} = \Delta \vec{Q}$ ". Essa abordagem exhibe vantagens frente à descrita pela equação 3.11 ($\vec{F}_R = m \cdot \vec{a}$) no estudo de partículas sujeitas a forças variáveis.

3.2.3 A terceira Lei de Newton (Princípio da Ação e Reação)

A terceira lei, denominada lei da ação e reação, foi enunciada por Newton da seguinte forma: "A toda ação corresponde uma reação igual e contrária, ou seja, as ações mútuas de dois corpos um sobre o outro são sempre iguais e dirigidas em sentidos opostos" (NUSSENZVEIG, 2013, p. 104). Portanto, quando há interação entre dois objetos, designados por objetos 1 e 2, teremos sempre um par de forças denominadas ação e reação. Essas forças, de acordo com a terceira lei de Newton, sempre possuem a mesma intensidade, a mesma direção, são de mesma natureza (ambas forças são de contato ou de campo), atuam em corpos diferentes (uma força age sobre o corpo 1 e o seu par atua sobre o corpo 2) e em sentidos opostos.

Porém, Thornton (2012, p. 45) nos chama atenção para o fato de que a terceira lei não é uma lei geral da natureza, isto é, nem sempre ela é verdadeira. Por exemplo, a força entre cargas elétricas em movimento não satisfaz a terceira lei de Newton. De modo geral, o autor afirma que qualquer força que dependa das velocidades dos corpos em interação, a terceira lei de Newton não é satisfeita e, portanto, não pode ser aplicada. Isso é devido à finitude da velocidade de propagação da interação. No caso da interação entre cargas em movimento, a "informação" se propaga à velocidade da luz, que é finita. E em última análise, até a interação gravitacional entre dois corpos em movimento depende da velocidade dos corpos e, portanto, a terceira lei também não se aplica, "apesar dos efeitos serem muito pequenos e de difícil detecção".

Neto (2004, p.12) também chama a atenção para a velocidade de propagação das interações. Segundo o autor, fica subentendido nas leis de Newton que as interações se processam instantaneamente, o que de fato não é verdade. Outro ponto importante que o autor discute é o fato de que não existem reações de forças fictícias, forças essas existentes em referenciais não inerciais, e daí a importância da primeira lei de Newton. Assim, em referenciais não inerciais, a terceira lei não é válida para todas as forças existentes nesse referencial.

Segundo Lemos (2007, p. 6), a terceira lei de Newton pode ser enunciada, "em sua forma fraca", com as seguintes palavras: "A cada ação corresponde uma reação igual

e oposta, isto é, se $\vec{F}_{ij}$ é a força sobre a partícula “i” exercida pela partícula “j”, então $\vec{F}_{ij} = -\vec{F}_{ji}$. Segundo este autor, a forma forte da terceira lei afirma que o par de forças ação e reação são sempre dirigidas ao longo da reta que une as duas partículas que estão interagindo e, portanto, constituem forças de atração ou de repulsão. Este autor também chama a atenção para o caráter não universal da terceira lei de Newton e cita como exemplo a interação eletromagnética entre cargas em movimento, onde a velocidade finita de propagação da interação exige a introdução de um campo eletromagnético como mediador de tais interações. Por fim, Nussenzveig (2013, p. 107) afirma que devido aos casos nos quais as forças não são de contato e que, portanto, a terceira pode deixar de valer, é preferível analisarmos esses sistemas a partir da conservação generalizada do momento linear, pois este sempre permanece válido. Essa interpretação da terceira lei em termos da conservação do momento linear pode ser vista através do seguinte desenvolvimento (THORNTON, 2012, p. 46):

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \Rightarrow \frac{d\vec{p}_1}{dt} = -\frac{d\vec{p}_2}{dt} \Rightarrow \frac{d(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)}{dt} = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \text{constante}}$$

Além disso, sabemos que as leis de Newton possuem limitações fundamentais, de forma que seu regime de validade são sistemas com objetos de grande massa, comparada com as massas das partículas elementares e em baixas velocidades, comparada com a velocidade da luz (NETO, 2004, p. 14 -15). Tomando os devidos cuidados, a mecânica newtoniana pode ser aplicada para analisar e explicar um número imenso de fenômenos físicos, fazer previsões para o sistema solar e até mesmo além dele. E ao analisar o movimento da lua em sua órbita praticamente circular, Newton estabeleceu as bases para o desenvolvimento da lei da gravitação universal e foi o primeiro a compreender a dinâmica desse movimento. Assim, além de uma breve discussão das três leis de Newton vamos revisar alguns conceitos presentes no estudo da dinâmica do movimento circular.

3.3 A dinâmica do movimento circular

Em um movimento retilíneo, a aceleração é sempre na direção do vetor velocidade e, portanto, é responsável por alterar apenas o módulo da velocidade da partícula. A esse tipo de aceleração denominamos aceleração tangencial $\vec{a}_t$. Porém, em um movimento curvilíneo a aceleração promovida pela resultante das forças que agem sobre uma partícula, dada pela segunda lei de Newton, será responsável pela taxa de variação do vetor velocidade, alterando a direção do vetor velocidade além de poder modificar seu módulo. Desse modo, o movimento circular é comumente estudado em termos das componentes da aceleração da partícula, uma paralela à trajetória (denominada azimutal ou tangencial $\vec{a}_t$) e a outra normal à trajetória (denominada aceleração centrípeta $\vec{a}_c$, que sempre aponta para o centro de curvatura) (NUSSENZVEIG, 2013, p. 80-83). Matematicamente, temos:

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_c \quad (\text{eq. 3.15})$$

O módulo da componente tangencial é dado pela variação do módulo do vetor velocidade instantânea, isto é:

$$a_t = \frac{dv}{dt} \quad (\text{eq. 3.16})$$

A direção da aceleração tangencial coincide com a direção do vetor velocidade em cada ponto da trajetória. Já o sentido, depende se o movimento é acelerado (mesmo sentido do vetor velocidade instantânea) ou retardado (antiparalela à velocidade). Já a componente centrípeta é dada pela variação da direção do vetor velocidade e, portanto, quando há somente esse tipo de aceleração, o movimento é acelerado, mas o módulo da velocidade permanece constante. O módulo da aceleração centrípeta pode ser calculado através da seguinte equação (YOUNG, 2016, v.1, p. 166):

$$a_c = \frac{v^2}{r} \quad (\text{eq. 3.17})$$

A direção do vetor $\vec{a}_c$ é radial e aponta sempre para o centro de curvatura. Assim, em um movimento circular qualquer o vetor aceleração geralmente é escrito, por conveniência em coordenadas polares, da seguinte forma (NUSSENZVEIG, 2013, p. 83):

$$\vec{a} = a_t \hat{\theta} + a_c (-\hat{r}) \quad (\text{eq. 3.18})$$

O módulo da aceleração da partícula em um movimento circular, visto que as duas componentes são perpendiculares entre si, é dado por:

$$a = \sqrt{(a_t)^2 + (a_c)^2} \quad (\text{eq. 3.19})$$

No caso específico do movimento circular uniforme o módulo da velocidade do objeto é constante e, portanto, a aceleração é puramente centrípeta (ou radial). Vale aqui ressaltar que a importância do movimento circular em nosso estudo, visto que as excentricidades das órbitas dos principais astros do nosso sistema solar são muito pequenas e, portanto, suas trajetórias são quase círculos perfeitos. Levando em conta a simplicidade matemática que o movimento circular revela, geralmente somos levados a considerar o movimento de translação dos planetas em torno do sol ou o movimento dos satélites em torno da Terra como sendo circular (NUSSENZVEIG, 2013, p. 245). Dessa forma, o estudo de um sistema composto por duas partículas (dois corpos suficientemente distantes um do outro) sob interação gravitacional nos leva ao estudo do movimento circular, onde a lei de força gravitacional de Newton é a resultante das forças que atua sobre os objetos em interação. Aplicando a segunda lei de Newton ao corpo que está orbitando, temos:

$$\vec{F}_R = \vec{F}_g = m \cdot \vec{a} \quad (\text{eq. 3.20})$$

Utilizando a expressão da lei de Newton da gravitação universal (equação 3.3), obtemos:

$$G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \cdot (-\hat{r}) = m \cdot \vec{a} \quad (\text{eq. 3.21})$$

A igualdade presente na equação 3.21 exprime que a aceleração é puramente centrípeta e, portanto, o movimento circular é uniforme. Considerando a equação 3.17, obtemos (YOUNG, 2016, v.2, p. 13):

$$G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} = m \cdot \frac{v^2}{r} \quad (\text{eq. 3.22})$$

A partir da equação 3.22 obtemos uma expressão para a velocidade orbital em termos do raio da órbita, dada por:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \quad (\text{eq. 3.23})$$

A equação 3.23 nos diz que para cada órbita circular existe um valor definido para a velocidade orbital, ou seja, há uma relação estreita entre as grandezas físicas velocidade e raio orbital de forma que não podem assumir quaisquer valores. Vale ressaltar que “G”

representa a constante gravitacional e “M” a massa do astro central. Outro conceito importante a ser discutido é o período orbital T, definido como sendo o intervalo de tempo necessário para que o objeto execute uma revolução completa. Assim temos (YOUNG, 2016, v.2, p. 13):

$$v = \frac{2.\pi.r}{T} \quad (\text{eq. 3.24})$$

Utilizando a equação 3.23, obtemos uma expressão para o período orbital, dada por:

$$T = 2.\pi.\sqrt{\frac{r^3}{GM}} \quad (\text{eq. 3.25})$$

Como podemos observar pela equação 3.25, quanto maior for o raio orbital, maior será o período de revolução e isso se deve por dois fatores: quanto maior for o raio da órbita, maior será a distância a ser percorrida pelo astro até completar uma revolução (comprimento de uma circunferência = $2.\pi.r$) e menor será sua velocidade orbital. Vale ressaltar que a equação 3.25 é a expressão da terceira lei de Kepler. Reorganizando as grandezas presentes nessa equação, obtemos:

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4.\pi^2}{GM} \quad (\text{eq. 3.26})$$

Newton seguiu esse mesmo raciocínio, mas no sentido oposto, para chegar à expressão da lei de força gravitacional (PSSC, 1963, p. 60-61; NUSSENZVEIG, 2013, p. 245-246). Ele considerou o movimento dos planetas circular em torno do sol, aplicou o Princípio Fundamental da Dinâmica e a terceira lei de Kepler, chegando na expressão 3.1. Após a publicação dos “Principia”, Newton recebeu várias honrarias e ao se referir às contribuições de seus antecessores, ele disse: “Se fui capaz de ver mais longe, é porque me apoiei sobre os ombros de gigantes” (NUSSENZVEIG, 2013, p. 252). Nesse sentido, não há como deixar de discutir as três leis de Kepler, que além de influenciar Newton em suas descobertas, é uma física planetária de forma muito mais ampla do que uma simples cinemática dos astros do sistema solar (MEDEIROS, 2003, p. 24).

3.4 As três Leis de Kepler

Johannes Kepler (1571-1630) foi um Astrônomo, Astrólogo e Matemático alemão que mesmo vindo de família humilde deu grandes contribuições à astronomia, a

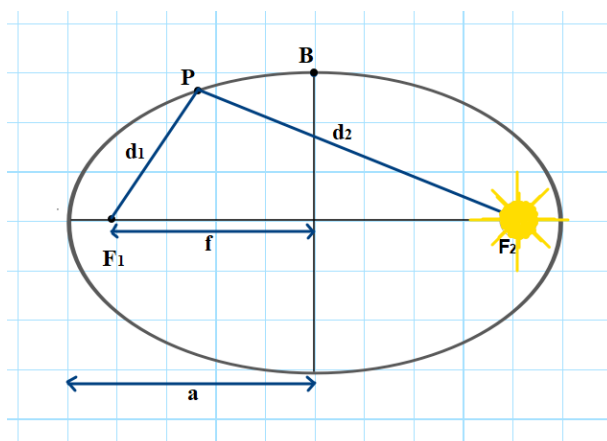
matemática, a óptica e ao estudo das ondas. Foi assistente de Tycho Brahe, considerado o melhor astrônomo observacional da era pré-telescópica, pois mesmo sem telescópio, ele conseguiu fazer medidas dez vezes mais precisas do que as melhores até então disponíveis em sua época. Obtendo posse de boa parte dos dados observacionais de Tycho Brahe, Kepler após anos de árduo trabalho conseguiu descrever a cinemática dos astros do sistema solar em três leis (MEDEIROS, 2001, p. 21, p.25-26). Assim, essa seção será dedicada para a discussão sobre as três leis de Kepler, a saber: a primeira lei é a lei das órbitas, a segunda é a lei das áreas e a terceira é a lei dos períodos.

3.4.1 A primeira Lei de Kepler (Lei das Órbitas)

Johannes Kepler, após abandonar qualquer preconceito a respeito da órbita de Marte e sabendo da extraordinária precisão das observações de Tycho Brahe, conseguiu depois de mais de dois anos de trabalho identificar que a órbita de Marte, não era circular, como determinava a ideia platônica, e sim oval, e que esta constatação valia para os demais planetas até então conhecidos. Dessa maneira, Kepler descobriu que a órbita de Marte era elíptica com o sol situado em um dos focos. Estava pronta então a primeira lei de Kepler, também conhecida como “Lei das Órbitas”, que pode ser enunciada da seguinte forma: “As órbitas descritas pelos planetas em redor do Sol são elipses com o Sol num dos focos” (NUSSENZVEIG, 2013, p. 240).

A figura 3.1 ilustra um planeta P em uma órbita elíptica em torno do Sol, bem como os principais elementos da elipse. Sabemos que a elipse é uma curva constituída pelo conjunto de todos os pontos de um plano cuja soma das distâncias a dois pontos fixos desse plano é constante. A esses dois pontos fixos denominamos focos, que foram denotados por F_1 e F_2 na figura, e o sol ocupa um dos focos e não o centro da elipse, estando assim de acordo com a lei das órbitas de Kepler (YOUNG, 2016, v.2, p. 16).

Figura 3.3: Representação de um planeta P em uma órbita elíptica em torno do Sol que ocupa um dos focos da elipse. São representados alguns elementos da elipse, como os focos, os eixos maior e menor, a semidistância focal “ f ” e semieixo maior “ a ”.



Fonte: O Autor

Note que, pela definição geométrica da elipse, qualquer que seja a posição do planeta P em sua órbita a soma das distâncias desse planeta aos dois focos é sempre constante ($d_1 + d_2 = 2.a = \text{constante}$) e que a distância de qualquer um dos focos (F_1 ou F_2 na figura 3.1) às extremidades do eixo menor (ponto B por exemplo) é igual à metade do eixo maior da elipse, isto é, $\overline{BF_1} = \overline{BF_2} = a$. Esse parâmetro denotado por " a " na figura 3.1 é um elemento importante no estudo das elipses, e é denominado semieixo maior, que representa metade do comprimento do eixo maior da elipse. A distância de cada foco ao centro da elipse (representada por " f " na figura 3.1) é igual a " $e.a$ ", onde " e " é a excentricidade da elipse. A excentricidade de uma elipse é uma grandeza adimensional e seu valor está compreendido entre zero e um ($0 \leq e \leq 1$), de forma que quando $e = 0$ os dois focos coincidem no centro da elipse e neste caso, temos uma circunferência. À medida que os dois focos vão se distanciando um do outro, a circunferência vai ficando cada vez mais achatada e o valor da excentricidade mais próximo de um. O máximo valor da excentricidade ($e = 1$) ocorre quando a distância entre os focos torna-se igual a " $2.a$ " e a figura torna-se um segmento de reta (CANALLE, 2003, p. 3-4).

Canalle (2003) chama a atenção para o formato da ilustração 3.1, pois apesar de ser muito didática para apresentar as leis das órbitas, a lei das áreas e até mesmo a lei dos períodos, ela passa uma ideia totalmente errada acerca da órbita da Terra e dos demais planetas do sistema solar, que é esse formato “demasiado achatado”. Na verdade, a órbita

de todos os planetas do sistema solar é praticamente circular. Apenas Mercúrio possui uma órbita um pouco mais achatada, o que pode ser verificado observando as excentricidades das órbitas na tabela 3.1. Além disso, esse formato fortemente achatado leva muitos estudantes e, até mesmo professores, à falsa conclusão de que a estação verão ocorre quando a Terra passa mais próxima do Sol.

Tabela 3.1: Na primeira linha estão os nomes dos planetas do sistema solar e na segunda linha os valores das excentricidades de suas órbitas.

Planeta	Mercúrio	Vênus	Terra	Marte	Júpiter	Saturno	Urano	Netuno
<i>e</i>	0,2056	0,0068	0,0167	0,0934	0,0484	0,0541	0,0472	0,0086

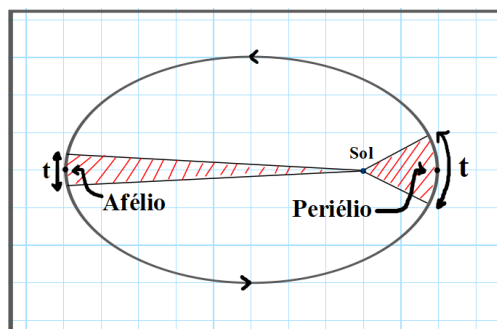
Fonte: Adaptado de WIKIPÉDIA-OE, 2022.

Segundo Nussenzveig (2013, p. 240-241), Kepler além de descobrir que a órbita de Marte é elíptica, ele descobriu que o módulo da velocidade orbital de um planeta não é constante ao longo de sua órbita, sendo maior quando está mais próximo do Sol. Ao tentar justificar os dados, Kepler supôs uma lei de força que variava com o inverso da distância, e com um modelo totalmente errado, Kepler realizou cálculos da área varrida pelo vetor posição que liga o planeta ao Sol (também errados), chegando “miraculosamente” em uma lei correta (lei das áreas).

3.4.2 A segunda Lei de Kepler (Lei das Áreas)

Nas palavras de Nussenzveig (2013, p. 241), a segunda lei de Kepler pode ser enunciada da seguinte forma: “O raio vetor que liga um planeta ao Sol descreve áreas iguais em tempos iguais”. Em outras palavras, essa lei diz que a taxa $\left(\frac{dA}{dt}\right)$ com a qual a área é varrida pelo vetor posição de um planeta em relação ao centro do Sol é constante. Convém ressaltar aqui que o fato dessa taxa, que é denominada velocidade areolar ou velocidade setorial, ser constante não quer dizer que o movimento orbital seja uniforme. A figura 3.2 ilustra a órbita elíptica de um astro em torno do Sol. Para fins didáticos, foi escolhida uma órbita mais achatada do que seria a representação da órbita real de um dos planetas do nosso sistema solar.

Figura 3.4: Ilustração da lei das áreas, no qual um planeta em órbita em torno do Sol percorre em dois intervalos de tempo “t” dois trechos de sua órbita.



Fonte: O Autor

De acordo com a lei das áreas de Kepler, se as áreas hachuradas são iguais, temos que o astro percorre em um dado intervalo de tempo “t”, uma porção maior de sua órbita quando está mais próximo do periélio (posição mais próxima do Sol) do que no afélio (posição mais afastada do Sol) (NUSSENZVEIG , 2013, p. 241). Isso é consequência de que os planetas do sistema solar são acelerados tangencialmente em seus movimentos do afélio ao periélio e é retardado enquanto ele se desloca do periélio ao afélio. Esse fato pode ser explicado observando o menor ângulo formado pelos vetores velocidade do planeta e força gravitacional que age sobre ele. Durante o deslocamento do planeta do afélio ao periélio o ângulo é menor ou igual a 90° (sendo igual a 90° nas posições denominadas periélio e afélio). Já no deslocamento do periélio ao afélio esse ângulo é maior ou igual a 90° e, portanto, teremos uma componente da força gravitacional que é perpendicular à velocidade, produzindo uma aceleração centrípeta e uma componente da força gravitacional antiparalela ao vetor velocidade, que é responsável pela desaceleração do planeta.

Segundo Young (2016, V.2, p. 17), o fato de a velocidade areolar ser constante é consequência direta da conservação do momento angular do planeta em sua órbita, uma vez que a velocidade areolar de um planeta de massa “m” em torno do Sol é diretamente proporcional ao módulo do momento angular $\vec{L}$ do planeta (veja a equação 3.27) e que o momento angular do planeta ao longo de sua órbita se conserva.

$$\frac{dA}{dt} = \frac{L}{2m} \quad (\text{eq. 3.27})$$

A conservação do momento angular do planeta em sua órbita pode ser comprovada observando que o torque devido à força gravitacional exercida pelo Sol sobre o planeta deve ser igual à taxa de variação do seu momento angular, isto é:

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad (\text{eq. 3.28})$$

Devido à força gravitacional ser uma força central ($\vec{F}_g = F(r)\hat{r}$), temos que o torque devido a essa força em relação ao centro do sol é sempre nulo, como mostra a equação 3.29:

$$\begin{aligned} \vec{\tau} &= \vec{r} \times \vec{F} \\ \vec{\tau} &= \vec{r} \times F(r)\hat{r} = 0 \end{aligned} \quad (\text{eq. 3.29})$$

Das equações 3.28 e 3.29 temos que o momento angular $\vec{L}$ do planeta é constante durante sua órbita e, conseqüentemente, a velocidade areolar também é constante.

Segundo Medeiros (2002, p. 29-30), Kepler descobriu primeiro a lei das áreas em 1602 e somente em 1605 ele descobriu a lei das órbitas, que por questão de lógica para a compreensão do sistema veio a se tornar a primeira lei de Kepler. Em 1609, Kepler publicou as suas duas primeiras leis em uma obra intitulada “Astronomia Nova”, e somente depois de nove anos, já perto do fim de sua vida, que ele descobriu a relação existente entre os raios médios das órbitas e seus períodos de revolução (terceira lei de Kepler) (MEDEIROS, 2003, p. 19).

3.4.3 A terceira Lei de Kepler (Lei dos Períodos)

De acordo com Nussenzveig (2013, p. 241), a terceira lei de Kepler pode ser enunciada da seguinte forma: “Os quadrados dos períodos de revolução de dois planetas quaisquer estão entre si como os cubos de suas distâncias médias ao Sol”. Assim, considerando dois planetas orbitando em torno do Sol, de tal forma que T_1 e T_2 representam os períodos de revolução de suas órbitas cujos raios médios sejam dados por R_1 e R_2 , respectivamente, temos:

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3 \quad (\text{eq. 3.30})$$

Vale ressaltar que essa relação vale para qualquer sistema nos quais os dois corpos orbitem em torno de uma mesma massa central, como por exemplo, dois planetas do sistema solar, ou dois satélites naturais de Júpiter ou a nossa lua e um satélite artificial em torno da Terra. A tabela 3.2 mostra o teste realizado por Kepler com os dados de Copérnico e o resultado com os dados atuais.

Tabela 3.2. Teste de validação da terceira lei de Kepler a partir dos dados obtidos por Copérnico e o resultado com os dados atuais. Na primeira coluna constam os nomes dos cinco planetas visíveis a olho nu que são conhecidos desde a antiguidade. Os períodos são dados em anos terrestres e os raios médios em unidades astronômicas (U.A.), definida como sendo a distância média entre a Terra e o Sol.

Planeta	Valores de Copérnico			Valores Atuais		
	T (anos)	R (U.A.)	T^2/R^3	T (anos)	R (U.A.)	T^2/R^3
Mercúrio	0,241	0,38	1,06	0,241	0,387	1,00
Vênus	0,614	0,72	1,01	0,615	0,723	1,00
Marte	1,881	1,52	1,01	1,881	1,524	1,00
Júpiter	11,8	5,2	0,99	11,862	5,203	1,00
Saturno	29,5	9,2	1,12	29,457	9,539	1,00

Fonte: Adaptado de NUSSENZVEIG (2013, p. 242).

Não foi citado na tabela 3.2, mas por definição, o período de revolução da Terra é de um ano e o raio médio da órbita é de uma unidade astronômica e, portanto, $T^2/R^3 = 1$. Como podemos observar na quarta coluna da tabela 3.2, embora com dados observacionais da era pré-telescópica, Kepler encontrou valores para a razão do quadrado do período pelo cubo do raio médio da órbita dos cinco planetas até então conhecidos muito próximos de um. Segundo Nussenzveig (2013, p. 241-242), após dezessete anos de trabalho sobre os dados de Tycho Brahe, em 15 de maio de 1618, Kepler pensou estar sonhando ao perceber tamanha concordância entre os dados e a relação dada pela terceira lei.

Segundo Medeiros (2003, p. 21-22), Kepler descobriu a lei dos períodos enquanto buscava uma harmonia logarítmica celeste, pois acreditava que os planetas em movimento executavam uma espécie de música celestial e, portanto, não escreveu a sua terceira lei da forma dada pela equação 3.30. Ele a escreveu da seguinte forma: “Eu percebi, após muitas tentativas baseadas na busca das harmonias, que a razão entre os logaritmos do período e da distância média ao Sol para um determinado planeta estava na razão de $3/2$ ” (MEDEIROS, 2003, p. 22). Em linguagem matemática, pode-se escrever esse enunciado da seguinte forma:

$$\frac{\log T_1}{\log R_1} = \frac{3}{2} \quad (\text{eq. 3.31})$$

Ou seja,

$$\frac{2 \cdot \log T_1}{3 \cdot \log R_1} = 1$$

Que é equivalente dizer que:

$$\frac{\log(T_1)^2}{\log(R_1)^3} = 1$$

Como essa relação é válida para quaisquer planetas do sistema solar, temos:

$$\frac{\log(T_1)^2}{\log(R_1)^3} = \frac{\log(T_2)^2}{\log(R_2)^3}$$

Consequentemente, obtemos a equação equivalente à 3.30, que é comumente encontrada nos livros didáticos:

$$\frac{(T_1)^2}{(R_1)^3} = \frac{(T_2)^2}{(R_2)^3}$$

Porém, segundo Medeiros (2003, p. 23), para Kepler sua terceira lei escrita em termos das razões logarítmicas refletia a pura beleza da música celestial, pois para ele os logaritmos eram muito mais do que um simples artifício matemático utilizado para reduzir os cálculos. Assim, além de suas contribuições na compreensão do sistema solar, Kepler contribuiu no estudo dos logaritmos e do cálculo, no desenvolvimento da óptica e pode ser considerado o precursor da cristalografia pelo seu estudo pioneiro sobre os cristais de gelo (MEDEIROS, 2002, p. 20).

Capítulo 4 Slides Produzidos

Durante a aula expositiva dialogada, foram utilizados slides contendo diversas imagens e informações textuais obtidas em livros, artigos e páginas da internet de livre acesso, todos devidamente referenciados. Caso você professor, que esteja utilizando este produto educacional, deseje receber este material, peço que entre em contato com o autor por meio do endereço eletrônico emersonpbraz@gmail.com para o compartilhamento do arquivo.

Capítulo 5 Considerações Finais

A sequência de atividades que foram propostas nesse produto educacional tem por objetivo tornar o processo de ensino e aprendizagem desse tópico de Física, denominado Gravitação, atrativo e prazeroso para todos os envolvidos, priorizando a experimentação, o ensino investigativo, a interação social e o aprendizado com significado para os estudantes, diferentemente da aprendizagem mecânica baseada na memorização de equações e respostas corretas para reprodução em provas e logo serem esquecidas.

A você colega que vá utilizar este produto ou parte dele, faça bom uso e compartilhe com os colegas de profissão as boas práticas. Lembre-se que no decorrer das atividades, os estudantes devem ter voz ativa no processo, deixando de ser meros espectadores, receptores de informações e respostas corretas para se tornarem protagonistas do seu próprio aprendizado. Nesse sentido, o professor deverá atuar como orientador, buscando encaminhar as discussões e experimentações que levem a significação ou a ressignificação de conceitos, a descoberta de relações entre grandezas Físicas, de uma forma que faça sentido para o estudante.

Espero que o produto colabore, de alguma forma, para a formação de pessoas críticas, que tenham conhecimento da teoria historicamente construída pela humanidade e que saibam trabalhar em equipe, saibam levantar hipóteses, formular teorias, testar modelos e reavaliar as hipóteses com base na experimentação.

Referências Bibliográficas

CANALLE, João Batista Garcia. **O problema do ensino da órbita da Terra**. Física na Escola, v. 4, n. 2, p. 12-16, 2003.

DOCA, Ricardo Helou; BISCUOLA, Gualter José; BÔAS, Newton Villas. **Tópicos de física : volume 1**. 21ª. ed. — São Paulo : Saraiva, 2012.

FORATO, Thaís Cyrino de Mello. **Isaac Newton**. Universidade de São Paulo - USP, São Paulo, 2015. Disponível em: <<http://www.ghtc.usp.br/Biografias/Newton/Newton3.htm>>. Acesso em dezembro de 2021.

GRAVIDADE. Direção de Alfonso Cuarón. EUA: Warner Bros., 2013. (91 min.), color.

HALLIDAY, David; WALKER, Jearl; RESNICK, Robert. **Fundamentos de Física, volume 2: Gravitação, Ondas e Termodinâmica**./ David Halliday , Robert Resnick , Jearl Walker ; tradução Ronaldo Sérgio de Biasi. – 10. ed. – Rio de Janeiro : LTC, Vol.2; 2016.

JUNIOR, Joel Zito Medeiros Leal; BRAZ, Emerson Pereira. **Gravitação Universal: Uma Revisão Teórica E Atividades Para O Ensino Médio**. Revista Física no Campus, v. 1, n. 1, p. 25-35, Campina Grande - PB, 2021.

LEMONS, Nivaldo Agostinho. **Mecânica Analítica**. 2ª ed. — São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.

MEDEIROS, Alexandre. **Entrevista com Tycho Brahe**. Física na Escola, v. 2, nº 2, p. 19 - 30, 2001.

MEDEIROS, Alexandre. **Entrevista com Kepler: Do seu nascimento à descoberta das duas primeiras leis**, Física na Escola, v. 3, nº 2, p. 20 - 33, 2002.

MEDEIROS, Alexandre. **Continuação da entrevista com Kepler: A descoberta da terceira lei do movimento planetário**. Física na escola, v. 4, n. 1, p. 19-24, 2003.

MIDDLETON, James A. GOEPFERT, Polly. **Inventive strategies for teaching mathematics**. Washington, DC: American Psychological Association, 1996.

MOREIRA, Marco Antônio. **Ensino de Física no Brasil: retrospectiva e perspectiva**. Revista Brasileira de Ensino de Física, São Paulo, v. 22, n.1, p. 94-99, 2000.

MOREIRA, Marco Antônio. **Desafios no ensino da física**. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 43, 2021.

NETO, João Barcelos. **Mecânica Newtoniana, Lagrangiana e Hamiltoniana**. 1ª ed. — São Paulo: Editora Livraria da Física, 2004.

NUSSENZVEIG, Herch Moysés. **Curso de Física Básica 1: Mecânica**. 5ª edição — São Paulo: Editora Edgard Blucher Ltda, v. 1, 2013.

PhET – Physics Education Technology. **Gravidade e Órbitas**. Laboratório Virtual. Disponível em: <https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulations/gravity-and-orbits>. Acesso em outubro de 2022.

PSSC (Physical Science Study Committee). **Física**. Vol. III. Brasília: Universidade de Brasília, 1966.

SANTROCK, John W. **Psicologia Educacional**. 3. Ed. São Paulo: McGraw-Hill, 2009.

THORNTON, Stephen T.; MARION, Jerry B. **Dinâmica Clássica de Partículas e Sistemas**. Tradução da 5ª edição norte-americana — São Paulo: Cengage Learning, 2011.

WIKIPÉDIA: INTERNATIONAL_SYSTEM_OF_UNITS. Disponível em <https://en.wikipedia.org/wiki/International_System_of_Units>. Acesso em janeiro de 2022.

WIKIPÉDIA: ORBITAL ECCENTRICITY. Disponível em <https://en.wikipedia.org/wiki/Orbital_eccentricity>. Acesso em janeiro de 2022.

YOUNG, Hugh D. FREEDMAN, Roger A. **Física I, Sears e Zemansky: Mecânica** / Hugh D. Young, Roger A. Freedman; colaborador A. Lewis Ford; tradução Daniel Vieira; revisão técnica Adir Moysés Luiz. – 14. ed. – São Paulo: Pearson Education do Brasil Ltda, Vol.1; 2016.

YOUNG, Hugh D. FREEDMAN, Roger A. **Física II, Sears e Zemansky: termodinâmica e ondas** / Hugh D. Young, Roger A. Freedman; colaborador A. Lewis Ford; tradução Daniel Vieira; revisão técnica Adir Moysés Luiz. – 14. ed. – São Paulo: Pearson Education do Brasil Ltda, Vol.2; 2016.

SÉRIE
PRODUTOS EDUCACIONAIS EM ENSINO DE FÍSICA

VOLUME 1 – **Automatização de Experimentos de Física Moderna com o Kit Lego NXT Mindstorms**
Wanderley Marcílio Veronez, Gelson Biscaia de Souza, Luiz Américo Alves Pereira

VOLUME 2 – **O Arduino na Programação de Experiências em Termodinâmica e em Física Moderna**
Marilene Probst Novacoski, Luiz Américo Alves Pereira, Gelson Biscaia de Souza

VOLUME 3 – **Do Magnetismo à Lei da Indução Eletromagnética de Faraday**
Marlon Labas, Fábio Augusto Meira Cássaro

VOLUME 4 – **Estudando Astronomia, Aprendendo Física: Atividades Práticas de Observação do Sol**
Ana Caroline Pscheidt, Marcelo Emílio

VOLUME 5 – **Simulador Didático de Acomodação do Olho Humano**
Gustavo Trierweiler Anselmo, Júlio Flemming Neto, Antônio Sérgio Magalhães de Castro

VOLUME 6 – **Ensino dos Conceitos de Movimento e Inércia na Mecânica, a partir de uma Concepção de Ciência que não Utiliza a Lógica Binária**
Luiz Alberto Clabonde, Luiz Antônio Bastos Bernardes, Jeremias Borges da Silva

VOLUME 7 – **Uma Proposta de Utilização de Mídias Sociais no Ensino de Física com Ênfase à Dinâmica de Newton**
Heterson Luiz De Lara, Alexandre Camilo Junior, Jeremias Borges da Silva

VOLUME 8 – **O Eletromagnetismo e a Física Moderna através de Atividades Experimentais**
Ademir Krepi Henisch, Jeremias Borges da Silva

VOLUME 9 – **Física Nuclear e Sociedade**
Tomo I – **Caderno do Professor**
Tomo II – **Caderno do Aluno**
Josicarlos Peron, André Vitor Chaves de Andrade

VOLUME 10 – **Conceitualização e Simulação na Dinâmica do Movimento**
Tomo I – **Caderno do Professor**
Tomo II – **Caderno do Aluno**
Leandro Antonio dos Santos, Antônio Sérgio Magalhães de Castro

VOLUME 11 – **Montagem de um Pannel Didático e Atividades Experimentais em Circuitos de Corrente Contínua**
Renato Dalzotto, Sérgio da Costa Saab, André Maurício Brinatti

VOLUME 12 – **Nas Cordas dos Instrumentos Musicais**
Luís Alexandre Rauch, André Maurício Brinatti, Luiz Fernando Pires

VOLUME 13 – **O Fóton em Foco: Relações entre Cor, Frequência e Energia de Radiações Eletromagnéticas**
Romeu Nunes de Freitas, André Maurício Brinatti, Jeremias Borges da Silva

VOLUME 14 –
Tomo I – **Iniciação em Robótica e Programação com Algumas Aplicações em Física**
Tomo II – **Tutorial: Tela Interativa com Controle do Nintendo Wii**
Hernani Batista da Cruz, Luiz Antônio Bastos Bernardes, Silvio Luiz Rutz da Silva

VOLUME 15 – **O Uso do Software Tracker no Ensino de Física dos Movimentos**
Edenilson Orkiel, Silvio Luiz Rutz da Silva

VOLUME 16 – **Acústica: Uma Nova Melodia de Ensino**
Elano Gustavo Rein, Luiz Antônio Bastos Bernardes

VOLUME 17 – **Caderno de Orientação a Educadores para a Transformação da Horta como Eixo Norteador de Ensino e Aprendizagem**
Roberto Pereira Strapazzon Bastos, Silvio Luiz Rutz da Silva

VOLUME 18 – **Proposta de Unidades de Ensino Potencialmente Significativas para o Ensino de MRU e MRUV Utilizando Experimentos Visuais**

Gustavo Miguel Bittencourt Morski, André Vitor Chaves de Andrade

VOLUME 19 – **Cor à Luz da Física Moderna e Contemporânea**

Marcos Damian Simão, André Maurício Brinatti

VOLUME 20 – **Aplicação do Experimento de Hertz Atualizado no Ensino de Ondas Eletromagnéticas**

Luís Carlos Menezes Almeida Júnior, Luiz Américo Alves Pereira

VOLUME 21 – **Uma Proposta de Aplicação do Ensino de Termodinâmica no Ensino Fundamental I**

Cláudio Cordeiro Messias, Paulo César Facin

VOLUME 22 – **Uma Proposta de Ensino dos Conceitos Fundamentais da Mecânica Quântica no Ensino Médio: Espectroscopia com Lâmpadas**

Evandro Luiz De Queiroz, Antônio Sérgio Magalhães de Castro, Jeremias Borges da Silva

VOLUME 23 – **Produção de um Aparato Experimental para Medição de Campo Magnético Usando Arduino**

Ivonei Almeida, Luiz Américo Alves Pereira

VOLUME 24 – **Um Pouco Sobre a Natureza das Coisas**

Robson Lima Oliveira, André Maurício Brinatti

VOLUME 25 – **Equilibrium: Uma Abordagem Experimental e Contextualizada do Conceito de Equilíbrio dos Corpos**

Osni Daniel De Almeida, André Vitor Chaves de Andrade

VOLUME 26 – **Como Medir a Temperatura do Sol? Inserindo Conceitos de Física Moderna no Ensino Médio**

Vilson Finta, Jeremias Borges da Silva

VOLUME 27 – **Elaboração de um Produto Educacional para a Materialização de Conceitos no Aprendizado de Óptica Geométrica Aplicada às Anomalias da Visão**

Danilo Flügel Lucas, Gérson Kniphoff da Cruz

VOLUME 28 – **Entendendo as Fases da Lua a Partir de um Material Instrucional Baseado no Método de Orientação Indireta**

Pâmela Sofia Krzysynski, Gérson Kniphoff da Cruz

VOLUME 29 – **“PEPPER’S GHOST”: Como Ensinar/Aprender Conceitos de Física Através de uma Simples Ilusão de Óptica**

Tomo I - **Caderno do Professor**

Tomo II - **Caderno do Aluno**

Gilvan Chaves Filho, Luiz Antônio Bastos Bernardes

VOLUME 30 – **O Movimento: do Clássico ao Relativístico**

Josué Duda, André Maurício Brinatti

VOLUME 31 – **Uma Sequência Didática Abordando a Eficiência Energética: Economizando Energia na Cozinha.**

Tomo I - **Caderno de Ensino**

Tomo II - **Caderno de Aprendizagem**

Rosivete Dos Santos Romaniuk, Julio Flemming Neto

VOLUME 32 – **Armazenamento e Produção de Energia Elétrica: Uma Abordagem para seu Estudo no Ensino Médio**

Jairo Rodrigo Corrêa, Silvio Luiz Rutz da Silva, André Vitor Chaves de Andrade

VOLUME 33 – **Palestras de Astronomia para a Educação Básica**

Sergio Freitas, Silvio Luiz Rutz da Silva

VOLUME 34 – **Experimentos em Eletromagnetismo**

Lorena de Lima Auer, Gelson Biscaia de Souza, André Vitor Chaves de Andrade

VOLUME 35 – **Ensino de Termologia com a Utilização de Metodologias Ativas e Programação Neurolinguística**

Michel De Angelis Nunes, Silvio Luiz Rutz Da Silva

VOLUME 36 – **Kit Eletricidade Prática: Uma Abordagem Construtivista por meio da Aprendizagem por Investigação**

André Felipe Astrogildo De Lima, Sérgio da Costa Saab

VOLUME 37 – **Simulações em Planilhas Eletrônicas do Microsoft Excel: Botões de Rotação como Ferramenta Auxiliar no Estudo do Campo Elétrico**

Gaspar Gilmar Romaniuk, Paulo Cesar Facin, André Vitor Chaves de Andrade

VOLUME 38 – **Da Eletrização à Interação a Distância**

José Felipe Hneda, André Mauricio Brinatti

VOLUME 39 – **Refração da luz sem o Uso de Laser: Uma Proposta de Sequência Didática Baseada em Unidade de Ensino Potencialmente Significativa para o Ensino de Refração da Luz**

Elisiane Campos Oliveira Albrecht, André Vitor Chaves de Andrade

VOLUME 40 – **Cinemática com uso de Planilhas Eletrônicas Excel®**

Jair Ribeiro Junior, Paulo César Facin, André Vitor Chaves de Andrade

VOLUME 41 – **Proposta de Ensino de Óptica da Visão Para o Ensino Médio**

Francieli Jaqueline Noll Della Vechia, Silvio Luiz Rutz da Silva

VOLUME 42 – **Guia de uma Aplicação PBL**

Franciele Pastori, Silvio Luiz Rutz da Silva, André Vitor Chaves de Andrade

VOLUME 43 – **Conhecendo o Arco Íris**

Gabriel Roberto Garcia Levinski, Gérson Kniphoff da Cruz

VOLUME 44 – **Contribuições de uma Sequência de Atividades no Processo de Ensino e Aprendizagem de Tópicos de Gravitação Universal na Educação Básica**

Emerson Pereira Braz, André Vitor Chaves de Andrade, André Maurício Brinatti

VOLUME 45 – **Missão Aeroespacial Ultra Secreta (M.A.U.S.)**

Luis Henrique Mendes De Souza, Silvio Luiz Rutz da Silva

Atribuição-NãoComercial-
Compartilhagual 4.0 Internacional



MNPEF Mestrado Nacional
Profissional em
Ensino de Física

UEPG
Universidade Estadual
de Ponta Grossa

PPG  **F**
ensino de física

SÉRIE
Produtos Educacionais em Ensino de Física

UEPG - PROPESP